Área

# MATEMÁTICAS

Curso

06

Proyecto

Mundo Agua

Etapa

Primaria


**Autores**

Carlos Arribas Alonso

Juan Antonio Román González

**Colaboradora**

María del Carmen Corral Férriz

**Revisores técnicos**

Pepi Pariente de Vega

Celso Peñas Martínez


PROYECTO mundo agua

El 0,7% de la venta de este libro va destinado a la construcción de la escuela de Chibuluma (Zambia), proyecto gestionado por la ONGD Solidaridad, Educación, Desarrollo (SED).


EDELVIVES

# Cómo se usa

Cada día utilizas las matemáticas para entender y manejar la información. En este libro, además aprenderás cómo usarlas adecuadamente en todas las situaciones.

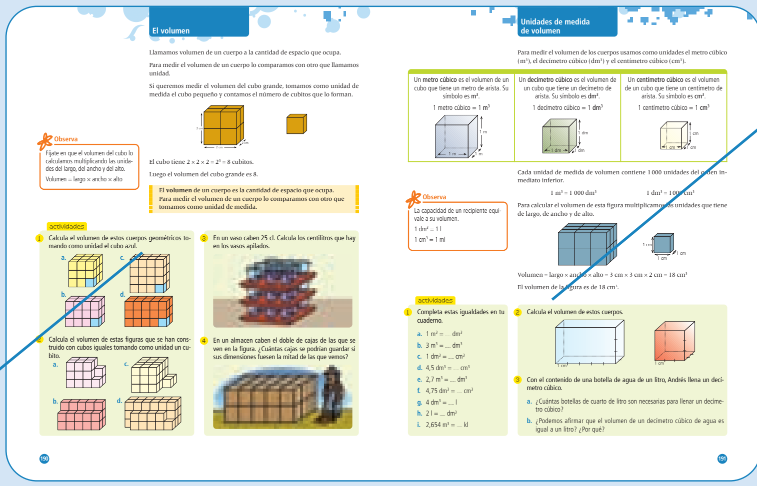
Al comienzo de cada unidad encontrarás una breve biografía de un personaje célebre relacionado con las matemáticas. ¿Te atreves a contestar las preguntas sobre el texto?

**Biografía**


En esta página encontrarás un texto sobre **valores** y unas preguntas que te harán reflexionar. Además, se plantea una actividad para realizar **en grupo**.

En el apartado de **Vocabulario** aprenderás el significado de nuevas palabras.

¿Quieres entender cómo son y para qué sirven las matemáticas? Presta atención a páginas como esta, aprende los contenidos y ponlos en práctica con las actividades.

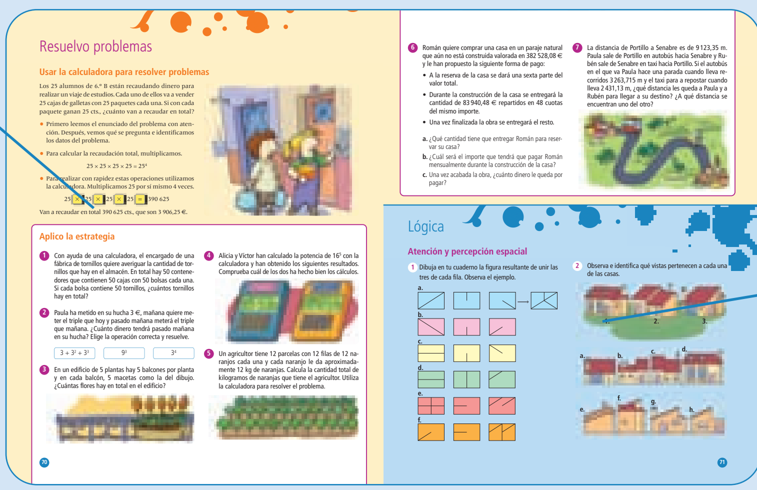



**Observa**

**Actividades**

En ocasiones, al margen puedes encontrar contenidos a tener en cuenta.

**Estrategia**



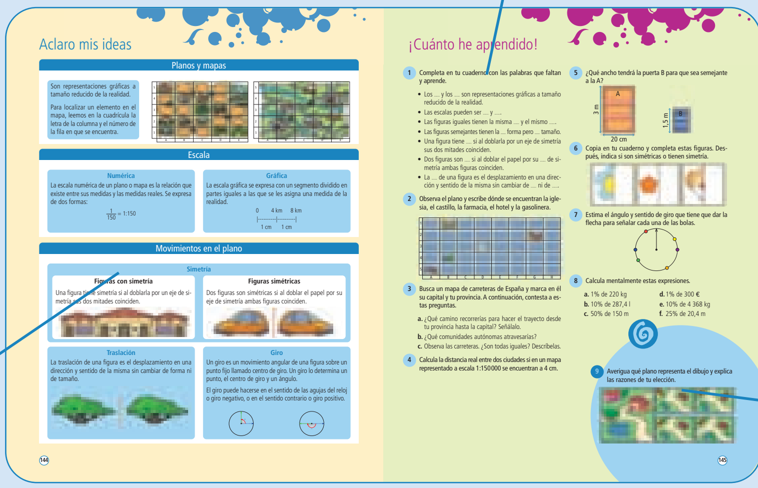

En el apartado de **Lógica** podrás poner a prueba tu razonamiento para resolver problemas diferentes.

**Lógica**

En el apartado **Resuelvo problemas** conocerás distintas estrategias que te ayudarán a resolver problemas.

Repaso conceptos

Con el resumen de **Aclaro mis ideas** podrás repasar todo lo que has aprendido en la unidad.

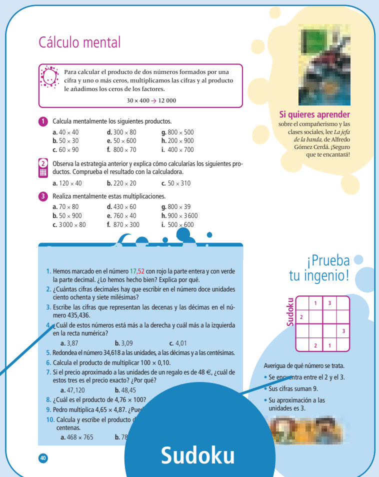


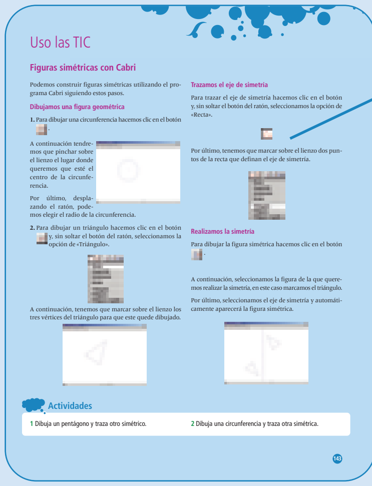

El apartado **¡Cúanto he aprendido!**, al final de cada unidad, te servirá para evaluar lo que has visto en la unidad.

Resumen de la unidad

Pregunta difícil

En el apartado de **Cálculo mental** aprenderás a operar de manera rápida mentalmente. Si aplicas lo aprendido descubrirás otras estrategias por ti mismo.



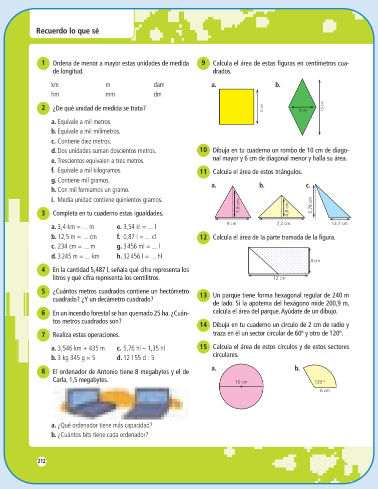

Nuevas tecnologías

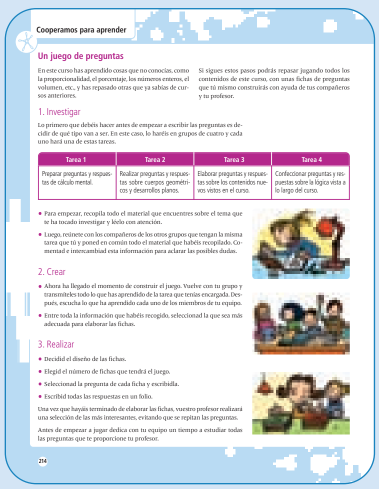
Diez preguntas breves

Sudoku

Aplica las matemáticas de forma divertida realizando el **Sudoku**, después, pon a prueba tu ingenio.

Cada cuatro unidades encontrarás una doble página de **Repaso trimestral** con actividades para recordar los contenidos de estas unidades.




En la doble página de **Cooperamos para aprender** aprenderás una nueva forma de trabajar en equipo con tus compañeros.

| RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS | LÓGICA | CÁLCULO MENTAL |
|---|---|---|
| | | |
| Problemas de mínimo común múltiplo y máximo común divisor | Atención en el cálculo numérico | Sumar mentalmente varios números de dos cifras |
| Identificar los datos necesarios para resolver un problema y resolverlo | Atención y concentración | Calcular el producto de dos números formados por una cifra y uno o más ceros |
| Obtener los datos de un gráfico para resolver un problema | Series de números decimales | Calcular mentalmente el producto de un número por 0,25 |
| Usar la calculadora para resolver problemas | Atención y percepción espacial | Calcular el cuadrado de las decenas exactas menores de 100 |

| RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS | LÓGICA | CÁLCULO MENTAL |
|---|---|---|
| Resolver problemas utilizando la fracción de una cantidad | Razonamiento con fracciones | Multiplicar un número por 0,1 |
| Pasos en la resolución de problemas | Comprensión del vocabulario | Dividir un número entre 0,1 |
| Comprobar si la solución obtenida tiene sentido | Cuadrados mágicos con números enteros | Multiplicar un número por 0,5 |
| Resolver problemas utilizando planos y mapas | Acertijos lógicos de matemáticas | Calcular el 1%, 10% y 50% de una cantidad |

| RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS | LÓGICA | CÁLCULO MENTAL |
|---|---|---|
| Resolver problemas utilizando las diferentes unidades de medida | Balanzas | Convertir unidades de superficie de un orden a otras del orden inmediato inferior |
| Anticipar la solución a un problema y comprobar el resultado | Razonamiento con la superficie de figuras planas | Sumar una unidad a una fracción |
| Resolver problemas de capacidad y volumen | Cuerpos de revolución | Convertir unidades de volumen de un orden a otras del orden inmediato inferior |
| Elegir la estrategia más adecuada y explicar el proceso seguido | Crucigrama | Aumentar el 1%, el 10% y el 50% a una cantidad |

# Recuerdo

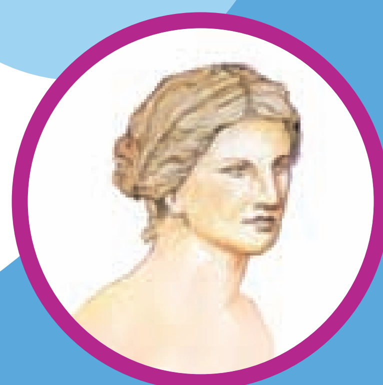
## Adivina, adivinador…

Las matemáticas, como todas las ciencias, han ido evolucionando y aportando conocimientos a otras disciplinas, como la música, la informática o la física, a través del trabajo, los inventos y los descubrimientos de grandes pensadores y científicos de todas las épocas.

A lo largo de este curso, te proponemos que conozcas la vida y obra de algunos de ellos y la utilidad de su trabajo.

Seguro que a algunos los conoces y a otros no tanto… En algunos casos, te sonarán sus inventos o los habrás visto… ¿Te animas a jugar a las adivinanzas antes de empezar? ¡No vale mirar las respuestas en las siguientes unidades!

Fue apodado Tartaglia e inventó un triángulo de números.



Su nombre empieza con T y fue la primera mujer matemática de la historia.

¿Sabes quién fue el primero en utilizar el símbolo π?

¿Conoces al geólogo y escritor inglés que descubrió una sucesión que lleva su apellido?

## Relación entre los números decimales y las fracciones

Lisa ha comprado un libro de aventuras por veinte con cincuenta euros.

Esta cantidad podemos expresarla con un número decimal y con una fracción.

$$20{,}50\ € = \frac{2050}{100}\ €$$

Las dos expresiones representan la misma cantidad de dinero.

Para expresar un número decimal en forma de fracción, escribimos como numerador el número sin la coma y como denominador, la unidad seguida de tantos ceros como decimales tiene el número.

$$20{,}50 = \frac{2050}{100}$$

Para convertir una fracción en número decimal, escribimos el numerador y separamos con la coma, empezando por la derecha, tantas cifras como ceros tiene el denominador. Si no hay cifras suficientes, se completa con ceros.

$$\frac{4537}{100} = 45{,}37$$

**Los números decimales pueden expresarse como fracciones y viceversa.**

### actividades

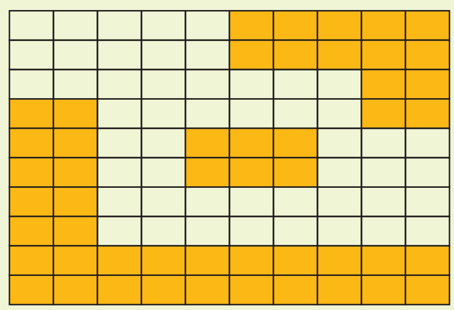
**1** Expresa como fracción estos números decimales.

- **a.** 0,7
- **b.** 0,435
- **c.** 5,8
- **d.** 3,654
- **e.** 0,56
- **f.** 28,10
- **g.** 0,75
- **h.** 2,34
- **i.** 12,5
- **j.** 76,5
- **k.** 35,802
- **l.** 378,72

**2** Convierte en número decimal estas fracciones.

- **a.** $\frac{6}{10}$
- **b.** $\frac{234}{100}$
- **c.** $\frac{5}{100}$
- **d.** $\frac{25}{100}$
- **e.** $\frac{123}{10}$
- **f.** $\frac{580}{100}$
- **g.** $\frac{67}{10}$
- **h.** $\frac{409}{1000}$
- **i.** $\frac{657}{1000}$
- **j.** $\frac{87}{1000}$
- **k.** $\frac{456}{100}$
- **l.** $\frac{758}{1000}$

**3** Expresa en forma de número decimal y de fracción la parte coloreada de esta figura.



**4** En un concurso de saltos, Amparo ha alcanzado una distancia de uno con setenta y seis metros. Expresa la longitud del salto en forma decimal y de fracción.

**5** Para pagar la compra de un balón, Roberto entrega 5 € y le devuelven 25 cts. ¿Cuánto ha costado el balón? Expresa las vueltas en forma de fracción y de número decimal.


¿Cuánto pesan Iker y Marta en total? ¿Cuánto más pesa Iker que Marta?

Para calcular el peso total de Iker y Marta, sumamos 43,546 + 28,879, y para calcular la diferencia de pesos restamos 43,546 – 28,879.

$$\begin{array}{r} 43{,}546 \\ +\ 28{,}879 \\ \hline 72{,}425 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43{,}546 \\ -\ 28{,}879 \\ \hline 14{,}667 \end{array}$$

El peso total de los dos niños es de 72,425 kg.

Iker pesa 14,667 kg más que Marta.

Para **sumar** o **restar números decimales**, colocamos los números haciendo coincidir la coma en la misma columna, después operamos y escribimos la coma en el resultado. Si falta algún orden de unidades se ponen ceros.

## actividades

1 Coloca en vertical correctamente estos números decimales en tu cuaderno y suma.

- **a.** 23,654 + 132,98
- **b.** 87,45 + 5,879
- **c.** 0,345 + 67,98
- **d.** 34,87 + 9 + 3,76
- **e.** 12,35 + 0,78 + 1,9
- **f.** 43,78 + 5,7 + 234

2 Realiza estas restas en tu cuaderno.

- **a.** 24,98 – 12,35
- **b.** 9,654 – 2,76
- **c.** 87,45 – 23,876
- **d.** 0,658 – 0,280
- **e.** 546,87 – 403,789
- **f.** 56,60 – 19,5462

3 María ha tenido gemelos. Al nacer han pesado: uno, 2,5 kg y otro 1,75 kg. Averigua los kilogramos que pesan entre los dos.

4 En un almacén hay 2 sacos de harina de trigo, uno pesa 23,87 kg y el otro, 34,279 kg, y además queda un resto de 6,750 kg de harina en un tercer saco.

- **a.** ¿Cuántos kilogramos de harina hay en el almacén?
- **b.** De los dos sacos de mayor tamaño, ¿cuánto más pesa el mayor que el menor?

5 Alicia recorre todos los días para pasear a su perro 1,354 km. Si los domingos recorre 3,102 km, ¿cuántos kilómetros más recorre el domingo que el resto de días de la semana?

6 Tres amigas quieren reunir un kilogramo de plastilina para hacer una figura. Carla trae 0,245 kg, Felisa, 0,125 kg más que Carla y Sara, el doble que Carla.

- **a.** Calcula la cantidad que ha traído cada una.
- **b.** ¿Han juntado el kilogramo que necesitaban? ¿Cuánto les sobra o les falta?

7 Juan emplea en una carrera 3,75 s. menos que su amigo que tardó 35,7 s. ¿Cuánto tiempo ha empleado Juan?


El profesor de matemáticas ha mandado varias actividades para que sus alumnos las hagan en casa.

Observa cómo realizan Alfredo y Luisa las operaciones combinadas sin paréntesis y con paréntesis.

Alfredo opera sin paréntesis.

$$6 + 8 \times 9 + 12 : 3$$

Para ello, primero multiplica y divide, empezando por la izquierda, y luego realiza la suma y la resta en el mismo orden.

$$6 + 8 \times 9 + 12 : 3$$

$$6 + 72 + 4$$

$$82$$

Luisa opera con paréntesis.

$$6 + (8 \times 9 + 12) : 3$$

Para ello, primero realiza las operaciones del paréntesis y luego las otras empezando por la izquierda.

$$6 + (8 \times 9 + 12) : 3$$

$$6 + 84 : 3$$

$$6 + 28$$

$$34$$

Como puedes observar, han obtenido resultados diferentes siendo las mismas operaciones, por lo que es muy importante cómo colocamos los paréntesis.

En **operaciones combinadas sin paréntesis**, primero calculamos las multiplicaciones y las divisiones empezando de izquierda a derecha y, después, las adiciones y las sustracciones en ese mismo orden.

En **operaciones combinadas con paréntesis**, primero realizamos las operaciones de los paréntesis y después el resto, de izquierda a derecha.

## actividades

1 Calcula el resultado de estas operaciones combinadas en tu cuaderno.

**a.** $34 - 12 + 54 : 9 \times 3$

**b.** $72{,}34 + 2{,}76 - 12 \times 5$

**c.** $56 : 8 + 4{,}76 - 3{,}128$

**d.** $12 \times 10 : 5 - 6{,}98 + 12{,}354$

2 Realiza en tu cuaderno estas operaciones combinadas con paréntesis.

**a.** $(12 \times 9 + 25) - 2{,}75 + 1{,}25$

**b.** $9 - 2{,}54 + (34 - 24 : 6)$

**c.** $(34 - 8{,}75 + 5{,}\ 25) \times 48 : 6$

**d.** $5{,}78 - 2{,}548 + (120 : 6 \times 4)$

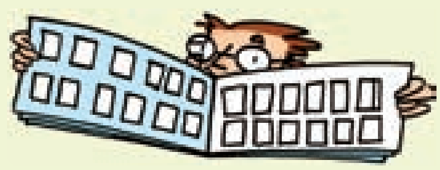
3 Calcula:

**a.** El número que es igual al cociente de dividir entre diez el triple de cien.

**b.** El triple de la mitad del triple de ciento ochenta.

**c.** El resultado de multiplicar por siete el cociente de tres centenas entre cinco.

4 Marcos tiene un álbum de 25 páginas, con 12 huecos cada una para rellenar con pegatinas. Si cada día añade 4 pegatinas nuevas al álbum, ¿cuántos días tardará en completarlo?



5 De un depósito que contiene 354 l de aceite se sacan por la mañana 58,65 l y por la tarde los litros necesarios para llenar 50 botellas de 2 l. ¿Cuántos litros se han sacado del depósito? ¿Cuántos litros quedan?

# Unidades fundamentales de medida

La unidad fundamental de longitud es el **metro (m)**, la de capacidad es el **litro (l)** y la de masa, el **kilogramo (kg).**

Para transformar unidades de longitud, capacidad o masa en unidades inmediatamente inferiores, multiplicamos por 10.

× 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| km | hm | dam | **m** | dm | cm | mm |
| kl | hl | dal | **l** | dl | cl | ml |
| **kg** | hg | dag | g | dg | cg | mg |

Para transformar unidades de longitud, capacidad o masa en unidades inmediatamente superiores, dividimos entre 10.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| km | hm | dam | **m** | dm | cm | mm |
| kl | hl | dal | **l** | dl | cl | ml |
| **kg** | hg | dag | g | dg | cg | mg |

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

## actividades

**1** Escribe en tu cuaderno el nombre de las unidades que contienen:

**a.** Mil metros
**b.** Mil miligramos
**c.** Mil litros
**d.** Mil gramos

**2** Indica la unidad que utilizarías para medir:

**a.** La longitud de los objetos de uso escolar.
**b.** La distancia de una ciudad a otra.
**c.** La capacidad de los recipientes utilizados en las casas.
**d.** La masa de los productos que se compran en el mercado.

**3** Ordena de menor a mayor las unidades de medida de cada grupo.

**a.** m km cm hm mm
**b.** hl l kl cl ml
**c.** g mg kg hg

**4** Completa en tu cuaderno estas igualdades.

**a.** 1 km = ..... m
**b.** 1 l = ..... cl
**c.** 1 kg = ..... g
**d.** 1 dm = ..... cm
**e.** 1 kl = ..... l
**f.** 1 ml = ..... l
**g.** 1 g = ..... mg
**h.** 1 mm = ..... m

**5** Un senderista camina por la mañana 5,876 km y por la tarde, 1,789 km menos.

**a.** ¿Cuánto metros caminó por la tarde?
**b.** ¿Cuántos metros caminó en el día?

**6** Si de una fuente manan 45 l en un minuto, calcula las botellas de medio litro que se pueden llenar con el agua del manantial en dos horas.

Al lanzar varias veces un dado hemos obtenido los siguientes resultados.

| Números posibles | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Frecuencia | 3 | 5 | 4 | 6 | 7 | 2 |

Los datos de esta tabla de frecuencias los podemos representar en varios gráficos.

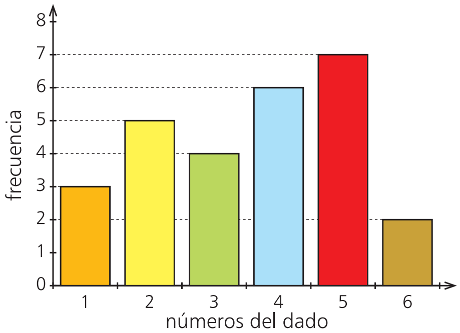



Gráfico de barras vertical

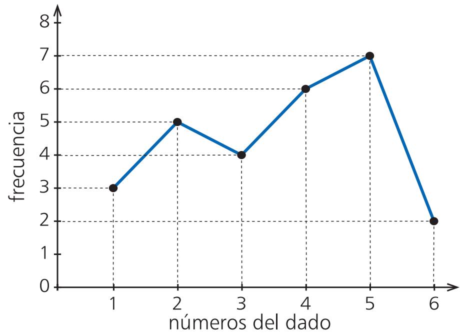
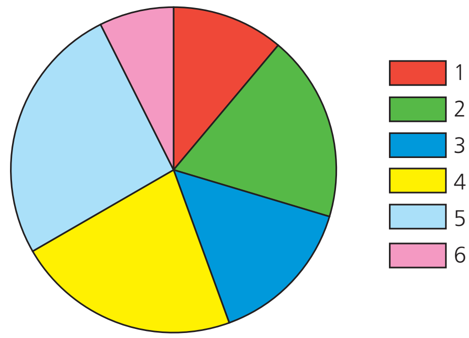



Gráfico de puntos y de líneas




Gráficos de sectores

Los datos de una tabla de frecuencias se pueden representar en: un **gráfico de barras horizontal** o **vertical**, un **pictograma**, un **gráfico de puntos**, un **gráfico de líneas** y un **gráfico de sectores**.

## actividades

1. Representa los datos de la presentación en un gráfico de barras horizontal. Después, compara los resultados con los gráficos anteriores.

2. Una profesora ha preguntado a sus alumnos cuántos libros han leído en vacaciones y ha representado los datos obtenidos en esta tabla de frecuencias.

| Libros leídos en verano | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de alumnos | 7 | 8 | 4 | 2 | 1 | 1 |

   **a.** ¿Cuántos alumnos tiene en total esta clase?

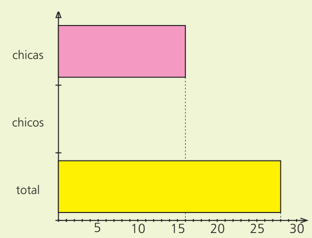
   **b.** Representa estos datos con un gráfico de barras vertical y con un gráfico de líneas.

   **c.** ¿Qué dato representa la moda?

   **d.** Calcula la media de libros que ha leído cada niño en verano.

   **e.** Representa los datos en un gráfico de sectores. Después, compáralos con el gráfico de barras y el de líneas.

3. Este gráfico representa el total de alumnos de 6.º A y el número de chicas. Cópialo en tu cuaderno y complétalo. Después, representa los datos en un gráfico de sectores.




4. Lidia y Lucre han anotado el número de personas que han visitado una tienda de complementos en cuatro horas.

1.ª hora → 8
2.ª hora → 6
3.ª hora → 10
4.ª hora → 4

   **a.** Representa estos datos en un pictograma.

   **b.** ¿Cuántas personas han visitado la tienda en esas horas?

# 1 Los múltiplos y los divisores

## Leonardo de Pisa

Nació en 1170 en Pisa, Italia. Fue un matemático famoso por la invención de la sucesión de Fibonacci.

Leonardo de Pisa, también conocido como Fibonacci (que significa hijo de Bonacci), fue educado inicialmente por maestros árabes que le pusieron al corriente de los muchos conocimientos matemáticos que poseían.

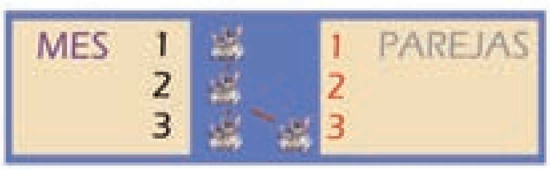
El conocimiento adquirido de otras culturas le hizo publicar, en 1202, su obra más conocida, el *Liber Abaci* (Libro del Ábaco), que en realidad poco tiene que ver con el ábaco. Fundamentalmente es una colección de problemas aritméticos y de álgebra.

**sucesión:** conjunto ordenado de términos que cumplen una ley determinada.

**álgebra:** parte de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos.

El problema más famoso que aparece en el *Liber Abaci* es el siguiente:

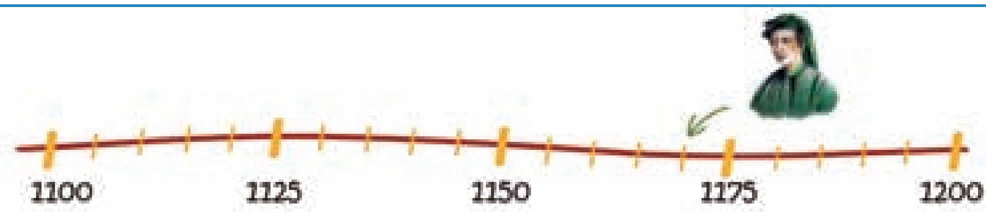
*En una granja hay, al principio del año, una pareja de conejos que acaban de nacer. Al cabo de dos meses, esta pareja está preparada para reproducirse. Produce cada mes una pareja de conejos que, al cabo de dos meses, está a su vez preparada para empezar a reproducirse, dando otra pareja cada mes. ¿Cuál es el número de parejas de conejos en la granja el día quince de cada mes del año?*




Este problema da lugar a la llamada «sucesión de Fibonacci», donde cada término de la sucesión es la suma de los dos anteriores.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ...

A cada elemento de esta sucesión se le llama número Fibonacci.



## Sobre el texto

1. ¿Cuál era la razón por la que a Leonardo de Pisa le llamaban Fibonacci?
2. Continúa la sucesión de Fibonacci que aparece en el texto con cinco números más.

## En grupo

Completad con algunos pasos más el esquema del problema y conectad el resultado con la sucesión de Fibonacci. Dialogad y compartid la información con el resto de grupos.

## Cruzando fronteras

Muchos de nosotros hemos tenido la ocasión de comprobar que la forma de resolver operaciones y problemas, la manera de medir o el sistema de numeración que utilizamos pueden ser diferentes de unas culturas a otras.

La forma de entender las matemáticas en diferentes culturas supone una excelente oportunidad de aprendizaje, tanto para el alumnado que llega a nuestro país con un aprendizaje matemático distinto al nuestro, como para nosotros.

En matemáticas cualquier método es bueno si el resultado es correcto.

## Actividades

1. Actualmente, ¿tienes la oportunidad de conocer el aprendizaje de las matemáticas de otras culturas? Razona tu respuesta.
2. ¿Crees que es beneficioso mantener contacto con otras culturas? ¿Por qué?

Después de conocer los números Fibonacci, en esta unidad estudiarás los números y las operaciones.

# La multiplicación

Enrique ha invitado a su cumpleaños a 8 amigos. Ha comprado un gorro y un antifaz para cada uno. Si cada gorro le ha costado 3 € y cada antifaz, 2 €, ¿cuánto dinero se ha gastado en total?

Podemos resolver el problema de dos formas diferentes.

Multiplicamos lo que le ha costado cada gorro y cada antifaz por el número de amigos y, después, sumamos los resultados.

$$(3 \times 8) + (2 \times 8)$$
$$24 + 16$$
$$40$$

O bien, sumamos lo que le ha costado cada gorro y cada antifaz y, luego, multiplicamos por el número de amigos.

$$(3 + 2) \times 8$$
$$5 \times 8$$
$$40$$

Observa que el resultado es el mismo en los dos casos.

$$(3 \times 8) + (2 \times 8) = (3 + 2) \times 8 = 40$$

Por tanto, Enrique se ha gastado 40 € en total.

La multiplicación cumple la propiedad distributiva respecto de la adición. Según esta propiedad, el producto de un número por una adición es igual a la suma de los productos de dicho número por cada uno de los sumandos.

Observa que también cumple la propiedad distributiva respecto de la sustracción.

$$(5 \times 4) - (3 \times 4) = (5 - 3) \times 4 = 8$$

**recuerda**

La multiplicación tiene también la propiedad conmutativa y la asociativa.

$$4 \times 8 = 8 \times 4$$
$$2 \times 3 \times 6 = 2 \times (3 \times 6)$$

La multiplicación cumple las **propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.**

## actividades

1. Calcula estas operaciones aplicando la propiedad distributiva.
   a. $45 \times (100 + 40)$
   b. $(80 + 30) \times 5$
   c. $15 \times (25 + 75)$
   d. $(46 + 120) \times 6$

2. Completa en tu cuaderno las siguientes igualdades y calcula el resultado.
   a. 40 × ..... = 60 × .....
   b. 30 × ..... = 20 × .....
   c. ..... × 769 = 697 × .....
   d. ..... × 213 = 123 × .....

3. Calcula el resultado de estas operaciones aplicando la propiedad distributiva.
   a. $12 \times (24 - 8)$
   b. $(87 - 67) \times 9$
   c. $(45 - 30) \times 6$
   d. $100 \times (207 - 9)$

4. Calcula el valor de A en cada caso.
   a. $6 \times (A + 6) = 60$
   b. $A \times (12 + 8) = 100$
   c. $9 \times (10 + A) = 99$
   d. $A \times (15 - 4) = 33$

5. Calcula de dos formas diferentes estos productos.
   a. $40 \times 20 \times 50$
   b. $30 \times 15 \times 6$
   c. $80 \times 40 \times 10$
   d. $90 \times 30 \times 50$

6. En un jardín botánico hay 8 filas con 25 plantas con flores y otras cinco con 32 plantas sin flores. ¿Cuántas plantas con flores hay más que sin flores?

## La división


Una ONG ha repartido los 41 731 kg de comida recogidos en una campaña de solidaridad en cajas de 32 kg cada una. ¿Cuántas cajas han llenado? ¿Cuántos kilogramos de comida les han sobrado?

Para calcularlo, dividimos 41 731 entre 32.

$$
\begin{array}{l}
\text{Dividendo (D)} \longrightarrow \; 4\;1\;7\;3\;1 \;\big|\; \underline{3\;2} \longleftarrow \text{divisor (d)} \\
\qquad\qquad\qquad\;\; 0\;9\;7 \qquad\;\; 1\;3\;0\;4 \\
\qquad\qquad\qquad\quad\;\; 0\;1\;3\;1 \qquad\qquad \text{cociente (c)} \\
\text{resto (r)} \longrightarrow \qquad\quad 0\;3
\end{array}
$$

Luego han llenado 1 304 cajas y les han sobrado 3 kg de comida.

Para comprobar que la división está bien hecha, realizamos la **prueba de la división.**

$$\mathbf{D = d \times c + r}$$

$$41\,731 = 32 \times 1\,304 + 3$$

En las divisiones exactas, como el resto es cero, el dividendo es igual al divisor por el cociente.

$$D = d \times c$$

Los términos de la división son: dividendo, divisor, cociente y resto.

**Dividendo = divisor × cociente + resto**

actividades

1. Calcula estas divisiones y comprueba el resultado.

   **a.** 45 768 : 43 **c.** 45 098 : 52

   **b.** 46 980 : 87 **d.** 71 780 : 65

2. Relaciona cada división con su cociente y su resto.

| | | |
|---|---|---|
| 502 : 4 | cociente: 210 | resto: 2 |
| 1 260 : 6 | cociente: 125 | resto: 278 |
| 6 020 : 319 | cociente: 18 | resto: 0 |

3. Lee estas oraciones y escribe a qué término de la división se refiere en cada caso.

   **a.** Multiplicado por el divisor da el dividendo en la división exacta.

   **b.** Es la diferencia entre el dividendo y el producto del divisor por el cociente.

4. Si 6 amigos reparten 346 € a partes iguales y con el resto compran dos cuentos de igual precio, ¿cuánto vale cada uno de los cuentos?

5. En el huerto de un colegio van a plantar 348 rosales. La mitad los plantan en 6 filas y la otra mitad, en 3 círculos. Si cada fila tiene el mismo número de rosales, ¿cuántos rosales han plantado en cada fila?

## Múltiplos de un número

Las pilas se venden en paquetes de 4 unidades. Por eso, según compremos 1, 2, 3 o 4 paquetes al hacer la compra, podemos adquirir 4, 8, 12 o 16 pilas.

Los números 4, 8, 12 y 16 decimos que son múltiplos de 4.

Para obtener los múltiplos de un número, multiplicamos dicho número por los números naturales 1, 2, 3, 4, 5, ...

| | × 1 | × 2 | × 3 | × 4 | × 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Múltiplos de 2** | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | ... |
| **Múltiplos de 5** | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | ... |

Podemos comprobar que un número es múltiplo de otro con una división.

30 : 6 → cociente: 5 y resto: 0 → Como la división es exacta, 30 es múltiplo de 6.

33 : 6 → cociente: 5 y resto: 3 → Como la división es inexacta, 33 no es múltiplo de 6.

Todo número es múltiplo de sí mismo.

$7 = 7 \times 1 \qquad 7 = 1 \times 7$

El cero es múltiplo de cualquier número natural.

$5 \times 0 = 0 \qquad 6 \times 0 = 0$

Para calcular los **múltiplos de un número**, multiplicamos dicho número por los números naturales 1, 2, 3, 4, ...

### actividades

1 Escribe en tu cuaderno cinco múltiplos de estos números. ¿Podrías escribir todos sus múltiplos? ¿Por qué?

**a.** 4 **c.** 3 **e.** 7
**b.** 6 **d.** 8 **f.** 5

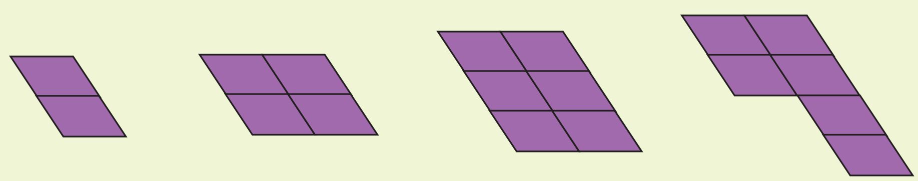
2 Comprueba cuáles de los siguientes números son múltiplos de 2.

**a.** 12 **d.** 47 **g.** 34
**b.** 68 **e.** 36 **h.** 35
**c.** 100 **f.** 57 **i.** 40

3 En cada grupo hay un intruso. Encuéntralo y cópialo en tu cuaderno.

**a.** Múltiplos de 3 → 12, 36, 71, 81
**b.** Múltiplos de 7 → 21, 42, 86, 140

4 Dibuja en tu cuaderno las figuras que sean múltiplo de la figura de la izquierda.



5 Explica por qué decimos que 56 es múltiplo de 8 y múltiplo de 7.

6 ¿Podemos colocar 54 huevos en cartones de media docena? ¿Cómo podemos calcularlo sin colocar los huevos en los cartones?

7 El número 24 es múltiplo de 6 y el número 120 es múltiplo de 24. ¿Podemos afirmar que 120 también es multiplo de 6? ¿Por qué?

## Mínimo común múltiplo

Julia y Cosme han construido una tabla con los múltiplos de los números 4 y 6.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Múltiplos de 4** | 4 | 8 | **12** | 16 | 20 | **24** | 28 | 32 | **36** | 40 |
| **Múltiplos de 6** | 6 | **12** | 18 | **24** | 30 | **36** | 42 | 48 | 54 | 60 |

Si observamos la tabla comprobamos que los números 12, 24 y 36 son múltiplos comunes de los números 4 y 6.

Al menor de estos múltiplos comunes, el 12, lo llamamos mínimo común múltiplo (m.c.m.) y lo escribimos así:

$$\text{m.c.m.}\ (4, 6) = 12$$

El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes distinto de cero.

### actividades

1 Calcula los múltiplos de 3 y de 4 menores de 60 y contesta a estas preguntas.

a. ¿Cuáles son los múltiplos comunes?

b. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo?

2 Determina el mínimo común múltiplo de estos pares de números.

a. 4 y 5
b. 2 y 6
c. 3 y 9
d. 3 y 5
e. 5 y 10
f. 2 y 10

3 Indica si estas oraciones son verdaderas o falsas y corrige las falsas.

a. 30 es el mínimo común múltiplo de 10 y 15.

b. 40 es múltiplo común de 8 y 7.

c. 18 es el mínimo común múltiplo de 6 y 2.

4 ¿Cómo puedes comprobar que un número es múltiplo de 4 y de 5?

5 Comprueba cuáles de estos números son múltiplos comunes de 3 y de 5.

30 45 120 38 155

6 En una máquina de bolas de colores, en la que salen dos bolas en cada tirada, acaba de salir una bola roja y otra amarilla. La bola roja sale cada 3 tiradas y la bola amarilla cada 5. Si queremos saber cuántas tiradas pasarán hasta que salgan otra vez las dos bolas juntas, ¿qué debemos hacer? Elige la respuesta correcta y resuelve.

a. Hacer una tabla de frecuencias y ver dónde coinciden.

b. Calcular los múltiplos de 3 y 5 y después el mínimo común múltiplo.

## Divisores de un número

Ruth quiere colocar 10 bollos en cajas iguales. Si tiene cajas de todos los tamaños, ¿de cuántas formas puede empaquetar los bollos sin que le sobre ninguno?

Ruth puede empaquetar los bollos de las siguientes formas.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\begin{array}{r\|l} 10 & 1 \\ \hline 0 & 10 \end{array}$ | $\begin{array}{r\|l} 10 & 2 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$ | $\begin{array}{r\|l} 10 & 5 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$ | $\begin{array}{r\|l} 10 & 10 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$ |

Al empaquetar los bollos en cajas de 1, de 2, de 5 y de 10, no sobra ningún bollo.

Los números 1, 2, 5 y 10 decimos que son divisores de 10 porque al dividir 10 entre cada uno de ellos el resto es cero.

También podemos decir que 10 es divisible entre 1, 2, 5 y 10 porque los contiene un número exacto de veces.

> Para calcular los **divisores** de un número, dividimos dicho número entre los números naturales menores o iguales que él. Si la división es exacta, el número es **divisible** entre ese número natural.

**Observa**

- El 1 es divisor de todo número natural.
- Todo número natural es divisor de sí mismo.
- Todo número natural tiene un número limitado de divisores.

### actividades

1. Calcula los divisores de estos números.
   **a.** 40 **c.** 16 **e.** 32
   **b.** 24 **d.** 12 **f.** 58

2. Averigua cuáles de estos números tienen como divisores a 3 y 4.
   **a.** 120 **c.** 174 **e.** 180
   **b.** 140 **d.** 240 **f.** 405

3. ¿Cuántos divisores tiene cada uno de estos números?
   **a.** 3 **c.** 7 **e.** 26
   **b.** 12 **d.** 11 **f.** 43

4. ¿Es el número 14 divisor de 14? ¿Por qué?

5. Indica si estas oraciones son verdaderas o falsas y explica por qué.
   **a.** 8 es divisor de 48. **c.** 30 es divisor de 15.
   **b.** 5 es divisor de 300. **d.** 7 es divisor de 92.

6. En la clase de 5.º B hay 24 alumnos. ¿De cuántas formas podemos hacer grupos iguales, de más de un alumno y de menos de 24, sin que sobre ninguno?

## Máximo común divisor

Miriam y Javi han construido una tabla con los divisores de los números 12 y 18.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Divisores de 12** | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 |
| **Divisores de 18** | 1 | 2 | 3 | 6 | 9 | 18 |

Si observamos la tabla comprobamos que los números 1, 2, 3 y 6 son divisores comunes de los números 12 y 18.

Al mayor de estos divisores comunes, el 6, lo llamamos máximo común divisor (m.c.d.), y lo escribimos así:

$$\text{m.c.d.}\ (12, 18) = 6$$

El **máximo común divisor (m.c.d.)** de varios números es el mayor de los divisores comunes a esos números.

### actividades

**1** Calcula los divisores de 20 y de 30 y contesta a estas preguntas.

**a.** ¿Cuáles son los divisores comunes?

**b.** ¿Cuál es el máximo común divisor?

**2** Determina el máximo común divisor de estos pares de números.

**a.** 4 y 5
**b.** 12 y 15
**c.** 20 y 32
**d.** 16 y 24
**e.** 36 y 42
**f.** 18 y 20

**3** Copia en tu cuaderno y rodea en cada grupo los divisores comunes a los números que se indican.

**a.** 20 y 16 → 3, 2, 5, 6, 1, 20

**b.** 45 y 15 → 2, 3, 5, 7, 10

**4** Contesta a las siguientes preguntas.

**a.** ¿Es 7 divisor de 35?

**b.** ¿Cuál es el máximo común divisor de 35 y 7?

**c.** ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 35 y 7?

**d.** Si un número es múltiplo de otro, ¿cuál es el máximo común divisor? ¿Y el mínimo común múltiplo?

**5** Sonia tiene dos cintas de 24 cm y 18 cm respectivamente. Si quiere cortarlas en trozos de igual longitud y del mayor tamaño posible, ¿qué debe hacer? Elige la respuesta correcta y resuelve.

**a.** Calcular los divisores comunes de 24 y 18 y después el máximo común divisor.

**b.** Calcular los múltiplos comunes de 24 y 18 y después el mínimo común múltiplo.

# Criterios de divisibilidad

Un joyero tiene 45 perlas naturales y quiere hacer colgantes iguales de 2 o 3 perlas. ¿Qué tipo de colgantes hará para que no le sobre ninguna perla?

Para resolver el problema, comprobamos si 45 es divisible entre 2 y entre 3.

Para averiguar con rapidez si un número es divisible entre otro basta con aplicar los **criterios de divisibilidad.**

| Criterios de divisibilidad | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Un número es **divisible entre 2** si termina en 0 o en cifra par. | Un número es **divisible entre 3** si lo es la suma de sus cifras. | Un número es **divisible entre 5** si termina en 0 o en 5. | Un número es **divisible entre 9** si lo es la suma de sus cifras. | Un número es **divisible entre 10** si termina en cero. |
| 20 : 2 = 10 | 24 → 2 + 4 = 6 | 25 : 5 = 5 | 72 → 7 + 2 = 9 | 60 : 10 = 6 |
| 16 : 2 = 8 | 6 : 3 = 2 | 40 : 5 = 8 | 9 : 9 = 1 | 3 450 : 10 = 345 |

- Comprobamos si 45 es divisible entre 2:

  Como 45 no acaba en cero ni en cifra par, no es divisible entre 2.

- Comprobamos si 45 es divisible entre 3:

  45 → 4 + 5 = 9 y 9 : 3 = 3, por tanto 45 es divisible entre 3.

Así pues, el joyero tiene que hacer colgantes de 3 perlas para que no le sobre ninguna.

## actividades

**1** Indica, sin hacer las divisiones, cuáles de estos números son divisibles entre 2.

**a.** 35 **b.** 23 **c.** 105 **d.** 210 **e.** 40 **f.** 58 **g.** 126 **h.** 307

**2** Averigua cuáles de los siguientes números son divisibles entre 5 y entre 10.

**a.** 25 **b.** 125 **c.** 210 **d.** 187 **e.** 49 **f.** 130 **g.** 55 **h.** 425

**3** Comprueba, sin realizar la división, si los números 2 345 y 3 645 son divisibles entre 9.

**4** Señala cuáles de estos números son divisibles entre 2, 3, 5, 9 o 10.

1 050 2 345 1 266 4 521 3 987 9 321

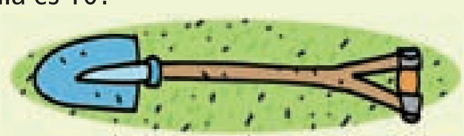
**5** Escribe en tu cuaderno un número de tres cifras que sea divisible entre:

**a.** 2 **b.** 3 **c.** 2 y 5

**6** Anota en tu cuaderno un número de dos cifras que sea divisible entre:

**a.** 3 **b.** 2 y 3 **c.** 3 y 5

**7** Un jardinero tiene que plantar 345 árboles. Si los quiere plantar en varias filas con el mismo número de árboles, ¿cuántos árboles podrá tener cada fila si el máximo por fila es 10?



Luisa tiene 7 saltamontes y Carlos, 6. Cada niño quiere colocar sus saltamontes en cajas con el mismo número de ellos en cada una y que no sobre ninguno. ¿De cuántas formas puede agruparlos cada niño?

Para resolver el problema, Luisa calcula los divisores de 7.

Divisores de 7 → 1 y 7.

Luisa solo puede agruparlos de dos formas: metiendo 1 saltamontes en cada caja o metiendo los 7 en la misma.

Como el 7 solo tiene dos divisores, el 1 y él mismo, decimos que es un número primo.

Para resolver el problema, Carlos calcula los divisores de 6.

Divisores de 6 → 1, 2, 3 y 6.

Carlos puede agruparlos de cuatro formas distintas: metiendo 1, 2, 3 o 6 saltamontes en cada caja.

El número 6 tiene más divisores además del 1 y él mismo, por eso es un número compuesto.

Un número es **primo** si solo tiene dos divisores, el 1 y él mismo.
Un número es **compuesto** si tiene otros divisores además del 1 y él mismo.

## actividades

1. Calcula los divisores de estos números y clasifícalos en primos o compuestos.

   8 21 15 36 61 25 30

2. Escribe todos los números primos mayores de 20 y menores de 50.

3. De estos números, ¿cuáles son primos y cuáles compuestos?

   3 6 17 56 45 31
   39 71 12 47 15 27

4. ¿Qué frascos de la misma capacidad podrá utilizar Paula para embotellar 28 l de agua y que no sobre nada? Explica el porqué de tu elección.


5. Dibuja este cuadro en tu cuaderno y sigue estos pasos.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

1.º Tacha los múltiplos de 2, menos el 2.

2.º Tacha los múltiplos de 3, menos el 3.

3.º Tacha los múltiplos de 5, menos el 5.

4.º Tacha los múltiplos de 7, menos el 7.

¿Qué observas? ¿Cómo son los números que quedan sin tachar?

# Resuelvo problemas

## Problemas de mínimo común múltiplo y máximo común divisor

**Fátima y Alaia practican deporte en el polideportivo del pueblo. Fátima va al polideportivo cada 2 días y Alaia, cada 3. Si hoy han coincidido, ¿cuándo volverán a coincidir?**

- Para averiguarlo, lo primero que tenemos que hacer es obtener los días que va cada una al polideportivo, es decir, los múltiplos de 2 y de 3.

  Múltiplos de 2 → 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12,14, 16, 18, ...
  Múltiplos de 3 → 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

- Observa que Fátima y Alaia, además de coincidir el día 0, coincidirán los días 6, 12 y 18, que son los múltiplos comunes de 2 y 3.
- Para saber cuándo volverán a coincidir nos quedamos con el menor de los múltiplos comunes distinto de cero, es decir, el **mínimo común múltiplo (m.c.m.).**

  m.c.m (2, 3) = 6

- Luego Fátima y Alaia volverán a coincidir, por primera vez, dentro de 6 días.

**Carlos quiere cortar una plancha de madera de 16 cm de ancho y 20 cm de largo en cuadrados iguales, lo más grandes posible, de manera que no le sobre ningún trozo de madera. ¿Cuánto medirá el lado de cada cuadrado?**

- Para resolver el problema calculamos los divisores de 16 y 20.

  Divisores de 16 → 1, 2, 4, 8 y 16
  Divisores de 20 → 1, 2, 4, 5, 10 y 20

- Como el ancho y el largo de un cuadrado son iguales, buscamos los divisores comunes.

  Divisores comunes de 16 y 20 → 1, 2 y 4

Entonces podemos hacer cuadrados cuyo lado mida 1, 2 y 4 cm.

- Y para que el cuadrado sea lo más grande posible tenemos que elegir el mayor de los divisores comunes de esos dos números, es decir, el **máximo común divisor (m.c.d.).**

  m.c.d. (16, 20) = 4

- Así pues, cada cuadrado tiene que medir 4 cm de lado.

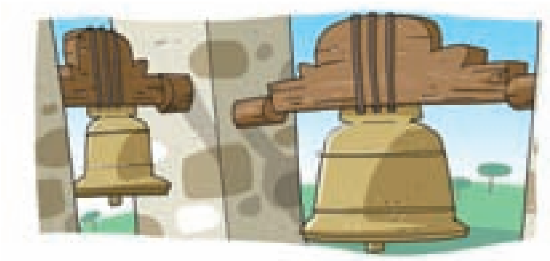
## Aplico la estrategia

1. Irene ha hecho un dibujo en una hoja de 30 cm de largo y 40 cm de ancho. Quiere recortarla en cuadrados iguales lo más grandes posible de manera que no sobre ninguno. Averigua las medidas de las piezas que le salen a Irene.

2. Pilar y Andrea son hermanas. Pilar desayuna cereales cada dos días y Andrea, cada tres. Si el día 1 del mes desayunan cereales las dos, ¿cuántos días pasarán hasta que vuelvan a tomarlos juntas?

3. Pedro ha comprado 3 despertadores y los ha preparado para que suenen cada uno a una hora distinta. El de color azul sonará cada 2 h, el amarillo cada 4 h y el rojo cada 6 h. Si suenan por primera vez todos juntos a las 12 de la mañana, ¿cuándo volverán a sonar todos juntos de nuevo?

4. En el campanario de un pueblo hay 2 campanas, una grande que toca cada 5 horas y una pequeña que toca cada 3 horas. Después de coincidir las 2 campanas sonando, ¿cuándo volverán a sonar? ¿Cuántas veces ha sonado cada campana antes de coincidir? Ayúdate de un dibujo.



5. En la clase de Plástica, los alumnos de 6.º de Primaria quieren elaborar un puzle con un trozo de cartulina de 18 cm de ancho y 30 cm de largo.

   **a.** Calcula algunas de las medidas de las piezas iguales que se puedan formar.

   **b.** ¿Cuántas piezas tendría el puzle según las medidas anteriores?

6. Dibuja un rectángulo de 15 cm de largo y 10 cm de ancho. A continuación calcula y escribe las medidas de las piezas cuadradas iguales en las que podrías dividir el rectángulo para que no sobre ningún pedazo.


7. Tres aviones salen de un aeropuerto con la siguiente frecuencia: el primero sale cada 12 horas, el segundo, cada 15 horas, y el tercero, cada 30 horas.

   **a.** Si los tres salen a la misma hora, ¿en cuánto tiempo volverán a partir juntos?

   **b.** ¿Cuántas veces habrá despegado cada uno antes de que vuelvan a coincidir?

# Lógica

## Atención en el cálculo numérico

1. Calcula y descubre en el menor tiempo posible qué operaciones están mal hechas. Corrígelas en tu cuaderno.

   **a.** $45 + 15 \times 80 = 1\,345$

   **b.** $12 \times 8 + 20 = 116$

   **c.** $35 \times 2 + 60 = 120$

   **d.** $24 + 12 \times 10 = 86$

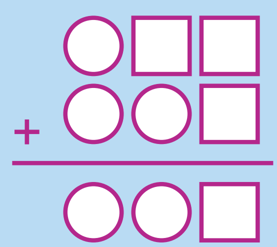
   **e.** $136 - 16 \times 2 = 104$

   **f.** $88 + 12 \times 20 = 338$

2. Averigua en cada caso el valor de la letras.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A : 3 = 80 | 120 : B = 2 | 360 : C = 9 | D : 6 = 60 | E : 5 = 90 |
| F × F = 81 | G × G = 100 | H × K = 77 | J × K = 55 | J × L = 400 |

3. Con los números del 1 al 9 completa en tu cuaderno la siguiente suma, colocando los números pares en los cuadrados y los impares en los círculos.



# Cálculo mental

Para sumar varios números de dos cifras, primero agrupamos, si los hay, los números que suman decenas exactas.

$37 + 23 + 17 = 60 + 17 = 77$

**1** Calcula mentalmente estas sumas.

**a.** 42 + 54 + 28 **c.** 51 + 37 + 19 **e.** 34 + 34 + 16
**b.** 54 + 45 + 46 **d.** 82 + 18 + 19 **f.** 30 + 28 + 22

**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo sumarías mentalmente números de 3 cifras, si dos de ellos suman centenas exactas. Escribe dos ejemplos y comprueba los resultados con la calculadora.

**3** Calcula mentalmente estas operaciones.

**a.** 480 + 120 + 761 **c.** 330 + 570 + 155 **e.** 602 + 198 + 548
**b.** 125 + 575 + 372 **d.** 373 + 427 + 795 **f.** 311 + 289 + 347

## Decamat

1. Nombra y escribe las propiedades de la multiplicación.
2. ¿Qué propiedad nos dice que en una multiplicación dos o más factores pueden sustituirse por su producto sin que cambie el resultado final?
3. En una división inexacta, ¿cómo calculamos el dividendo si conocemos los otros términos?
4. En una división el divisor es 12, el resto 13 y el cociente 25. ¿Cuál es el dividendo?
5. Nombra un número que sea múltiplo común de 3 y de 4.
6. ¿Cuándo decimos que un número es divisor de otro?
7. Nombra tres divisores del número 12.
8. Indica cuál de estos números es divisible entre 5: 12, 10, 25, 50, 45, 151, 100.
9. Determina si los números 27, 54, 90, 540 y 270 son divisibles entre 9.
10. ¿Por qué el número 13 es primo? ¿Y el 12 por qué es compuesto?

**Si quieres aprender** sobre las dotes adivinatorias y sus consecuencias, lee *El vidente,* de Pilar Mateos. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | | 2 |
| | | | 3 |
| 1 | | | |
| 4 | 3 | | |

María se acostó a las 8 de la noche y puso su despertador analógico a las 9 de la mañana. ¿Cuántas horas había dormido cuando sonó el despertador?

# Repaso

**1** Expresa estas fracciones como números decimales.

**a.** $\frac{53}{10}$ **c.** $\frac{107}{100}$

**b.** $\frac{283}{100}$ **d.** $\frac{7\,135}{1\,000}$

**2** Relaciona cada número decimal con su correspondiente fracción.

7,271 $\frac{7\,271}{100}$

727,1 $\frac{7\,271}{1\,000}$

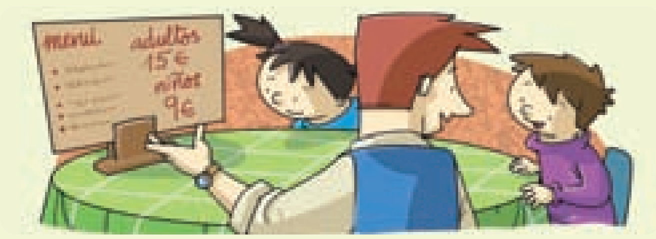
72,71 $\frac{7\,271}{10}$

**3** Realiza estas operaciones.

**a.** 9,73 + 15,918 + 4,36 **c.** 1 375,7 + 0,726

**b.** 2 354,392 – 608,535 **d.** 34 368,75 – 9 277,063

**4** Una familia formada por un matrimonio y tres hijos va a comer a un restaurante y piden el menú del día. Si el menú de adulto vale 15 € y el de niño 9 €, ¿cuánto pagarán en total por comer?




**5** Realiza las siguientes operaciones combinadas.

**a.** (32 – 5) × 36 + 247 **c.** 460 : 5 – 47 + 796

**b.** 19 + (56 × 17) – 64 **d.** 83 × 7 + 193 – 276

**6** Indica la unidad que utilizarías para medir:

**a.** La capacidad de una piscina.
**b.** El largo de una pista de tenis.
**c.** La distancia entre dos pueblos.
**d.** La carga de una furgoneta.

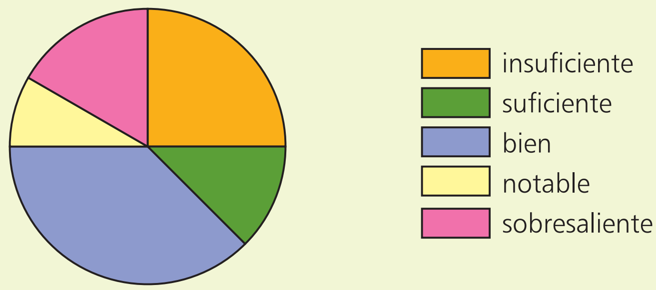
**7** Realiza estas divisiones y comprueba el resultado.

**a.** 73 246 : 39 **c.** 87 199 : 72

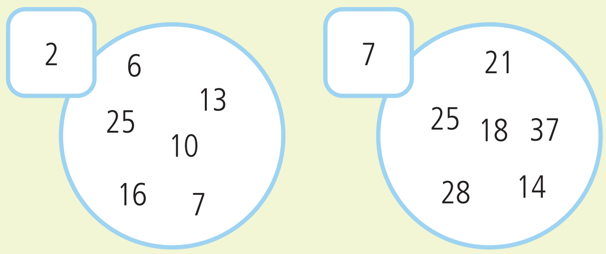
**b.** 218 246 : 54 **d.** 527 312 : 68

**8** El siguiente gráfico de sectores representa los resultados de una prueba de matemáticas en una clase de 6.º de Primaria.

**a.** ¿Cuántos alumnos representa cada sector si el de suspensos son 6 alumnos?
**b.** ¿Cuántos alumnos son en total en la clase?
**c.** Elabora con estos datos una tabla de frecuencias y dibuja un gráfico de barras simple.




**9** Copia en tu cuaderno y rodea los múltiplos del número que se indica en cada grupo.




**10** Escribe los nueve primeros múltiplos de los números 5 y 7 y colorea el mínimo común múltiplo.

**11** Calcula tres divisores de cada número.

**a.** 18 **b.** 32 **c.** 48

**12** Calcula el máximo común divisor de estos números.

**a.** 8 y 24 **b.** 14 y 36 **c.** 32 y 8

**13** ¿Cuáles de estos números son divisibles entre 2? ¿Y entre 3? Razona tu respuesta sin realizar operaciones.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 215 | 324 | 186 | 273 | 309 | 478 |

**14** De estos números, ¿cuáles son primos? ¿Y compuestos? Razona tu elección.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 15 | 21 | 53 | 48 | 97 | 84 |

# Aclaro mis ideas

## La multiplicación

### Propiedades

Conmutativa: $5 \times 6 = 6 \times 5$

Asociativa: $(4 \times 5) \times 6 = 4 \times (5 \times 6)$

Distributiva: $4 \times (3 + 7) = (4 \times 3) + (4 \times 7)$
$(6 - 3) \times 2 = (6 \times 2) - (3 \times 2)$

### Múltiplos

Para hallar los múltiplos de un número, multiplicamos dicho número por los números naturales 1, 2, 3, 4, ...

## La división

### Términos

```
Dividendo (D) ⟶ 4 1 7 3 1 | 3 2 ⟵ divisor (d)
                0 9 6       1 3 0 4
                  0 1 3 1        ↖ cociente (c)
resto (r) ⟶           0 3
```

Se cumple: **D = d × c + r**

### Divisores

Para hallar los divisores de un número, dividimos dicho número entre los números naturales menores o iguales que él. Si la división es exacta, ese número natural es divisor del dividendo.

### Mínimo común múltiplo

Es el menor de los múltiplos comunes.

$3 \rightarrow 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24$

$4 \rightarrow 4, 8, 12, 16, 20, 24$

m.c.m. (3, 4) = 12

### Máximo común divisor

Es el mayor de los divisores comunes.

$16 \rightarrow 1, 2, 4, 8, 16$

$12 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 12$

m.c.d. (16, 12) = 4

## Criterios de divisibilidad

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Un número es divisible por 2 si termina en 0 o en cifra par. | Un número es divisible por 3 si lo es la suma de sus cifras. | Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5. | Un número es divisible por 9 si lo es la suma de sus cifras. | Un número es divisible por 10 si termina en 0. |

## Clases de números según los divisores que tengan

### Números primos

Números divisibles por la unidad y por sí mismos.

### Números compuestos

Números divisibles por la unidad, por sí mismos y por otros divisores.

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Para calcular los ..... de un número, multiplicamos dicho número por los números naturales 1, 2, 3, 4, ...
- El ..... de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes distinto de cero.
- Para calcular los ..... de un número, dividimos dicho número entre los números naturales menores o iguales que él. Si la división es exacta, ese número natural es divisor del dividendo.
- El ..... de varios números es el mayor de los divisores comunes a esos números.
- Los números que solo son divisibles por 1 y por sí mismos se llaman números ....., y los que además se pueden dividir por otros números se llaman números ......

**2** Comprueba el resultado de estas operaciones y corrige las incorrectas.

**a.** $(87 + 94) \times 5 = 905$

**b.** $10 \times (71 - 46) = 350$

**c.** $37 \times (513 + 69) = 21\,534$

**d.** $(314 - 298) \times 24 = 374$

**3** Una empresa de tornillos fabrica en un día 735 826 tornillos. Diariamente los agrupan en cajas de 75 tornillos y los que sobran los meten en una bolsa. ¿Cuántas cajas consiguen llenar diariamente? ¿Cuántos meten en la bolsa?


**4** Copia en tu cuaderno y señala el intruso en cada grupo.

| |
|---|
| Múltiplos de 3 → 15, 23, 27, 30 |
| Múltiplos de 5 → 20, 25, 35, 22 |
| Múltiplos de 9 → 18, 29, 36, 54 |

**5** Calcula los múltiplos de 6 y 8 menores de 60, rodea los múltiplos comunes y escribe el mínimo común múltiplo.

**6** Averigua cuáles de estos números tienen como divisores a 4 y 6.

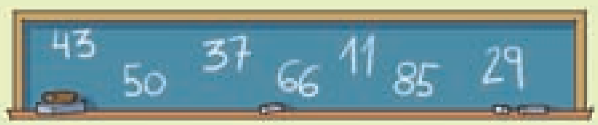
| | | | |
|---|---|---|---|
| 432 | 318 | 214 | 564 |

**7** ¿Qué divisores comunes tienen el 18 y el 24? ¿Cuál es su máximo común divisor?

**8** Clasifica estos números según sean divisibles por 2, 3 o 5.


¿Qué número es divisible por 2 y 3? ¿Y por 3 y 5?

**9** Indica cuáles de los números de esta pizarra son primos y cuáles compuestos.




**10** Calcula mentalmente estas sumas.

**a.** $24 + 36 + 23$

**b.** $13 + 30 + 47$

**c.** $120 + 213 + 580$

**d.** $42 + 18 + 37$

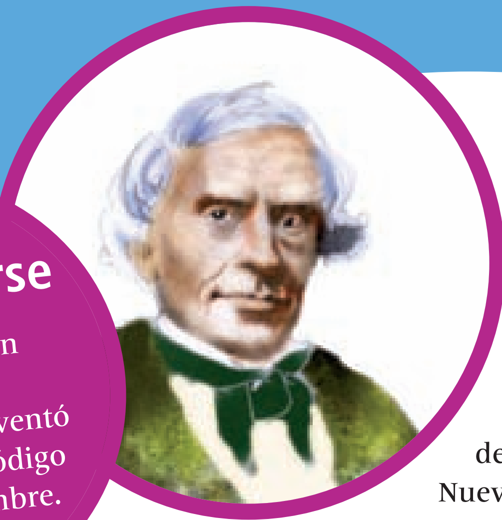
**e.** $142 + 300 + 400$

**f.** $345 + 155 + 208$

**11** Un fabricante de juegos tiene pensado fabricar puzles de 16 cm de ancho por 24 cm de largo con piezas cuadradas. Quiere que las piezas sean lo más grandes posible y, además, que no sobre ni falte ninguna una vez armado el puzle. Pero todavía no tiene muy claro cuánto tiene que medir cada pieza. Ayúdale a resolver este problema.

**12** Si multiplicamos 1 por 2, por 3, por 4, por 5, por 6…, así hasta 100, y después dividimos el resultado entre 7, ¿cómo será la división, exacta o inexacta? Razona la respuesta sin realizar las operaciones.

# 2 Los números decimales y las operaciones



## Samuel Morse

Nació en 1791 en Charlestown, Massachussets. Inventó el telégrafo y el código que lleva su nombre.

Morse se movió entre el arte y la ciencia. Fue, entre otras cosas, pintor profesional de retratos, científico aficionado y profesor de diseño en la Universidad de Nueva York.

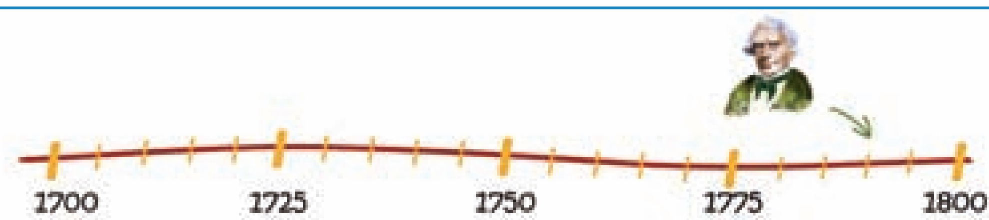
El telégrafo revolucionó el mundo de las telecomunicaciones, ya que las personas podían enviar y recibir mensajes instantáneos a grandes distancias mediante la electricidad, un cable conductor y un código alfabético: el morse.

**código:** sistema de signos y de reglas que permite formular y comprender un mensaje.

**conductor:** dicho de un cuerpo: que conduce el calor y la electricidad.

Mediante el código morse se pueden comunicar letras, números y signos a base de puntos y rayas. Para transmitir las letras del código, cada punto y cada raya se separan haciendo breves pausas. Una raya dura tres veces más que el punto.

En 1844 Morse envió el primer mensaje telegráfico del mundo entre dos ciudades y dio a conocer de esa forma a la humanidad el uso práctico de la electricidad. Con su invento Morse sirvió de gran ayuda a la comunicación marítima, pues los buques utilizaban el código para comunicarse entre ellos y con tierra.



## Sobre el texto

1. ¿A qué se dedicó a lo largo de su vida Samuel Morse? ¿Qué le hizo destacar?
2. ¿Para qué se inventó el telégrafo?
3. Escribe en código morse el número 254,6798.

## En grupo

Investigad sobre cómo se comunicaban los seres humanos antes de que se inventara el telégrafo. Dialogad y compartid la información con el resto de grupos.

## La importancia de los medios de comunicación

Los medios de comunicación han mejorado con el paso del tiempo.

La primera forma de comunicación entre humanos fue por medio de signos y señales, hasta la aparición de la escritura. A partir de ese momento el hombre ha inventado diversos medios de comunicación, como la imprenta, el telégrafo, la radio, el teléfono, Internet, etc.

El propósito principal de los medios de comunicación es comunicar, pero también pueden informar, educar, entretener, etc.

## Actividades

1. Aparte de los medios de comunicación que se nombran en el texto, ¿conoces otros? ¿Cuáles?
2. ¿Qué medio de comunicación te parece más interesante? ¿Por qué?
3. ¿Cuál es el medio de comunicación que más utilizas? ¿Quién lo inventó?
4. ¿Qué ocurriría si no existiesen los medios de comunicación?

Después de conocer una forma de escribir los números decimales, en esta unidad los estudiarás junto con sus operaciones.

# Los números decimales. Valor posicional

Una cosechadora ha estado recogiendo trigo durante todo el día y en total ha recorrido 25,567 km.

El número 25,567 es un número decimal.

Los números decimales tienen una parte entera y otra decimal. La parte entera, a la izquierda de la coma, representa unidades completas. La parte decimal, a la derecha de la coma, representa décimas, centésimas, milésimas…

| Parte entera | | Parte decimal | | |
|---|---|---|---|---|
| D | U | d | c | m |
| 2 | 5, | 5 | 6 | 7 |

Como en los números naturales, en los números decimales cada cifra representa un orden de unidades y su valor depende del lugar que ocupa en el número.

25,567 → 2 decenas, 5 unidades, 5 décimas, 6 centésimas y 7 milésimas

→ 2 D 5 U 5 d 6 c 7 m

Los **números decimales** tienen una **parte entera** y otra **decimal** separadas por una coma.

**recuerda**

Cuando no hay unidades de un orden, escribimos en su lugar un 0.

3 U 5 c → 3,05

**actividades**

**1** Copia estos números en tu cuaderno y marca con rojo la parte entera y con azul la decimal.

**a.** 12,765 **b.** 0,546 **c.** 5,098

**2** Indica qué orden de unidades representan las cifras coloreadas en estos números.

**a.** 4,56 **c.** 0,87 **e.** 18,7

**b.** 12,657 **d.** 0,456 **f.** 78,091

**3** Realiza los siguientes apartados.

**a.** Escribe un número decimal con 12 como parte decimal y 64 como parte entera.

**b.** Escribe un número decimal con 50 como parte entera y 19 como parte decimal.

**4** Calcula mentalmente las unidades decimales que le faltan a cada número para completar una unidad. Observa el ejemplo.

0,25 → Le faltan 75 centésimas o 0,75 unidades

**a.** 0,7 **d.** 0,250 **g.** 0,35

**b.** 0,40 **e.** 0,650 **h.** 0,750

**c.** 0,75 **f.** 0,45 **i.** 0,538

**5** Convierte el número 4 886,68 en otro que tenga un 4 en lugar del 8 de las decenas, un 5 en lugar del 6 de las décimas, un 2 en vez del 4 de las unidades de millar y un 1 en vez del 8 de las centésimas. ¿Qué número es?

## Lectura y escritura de números decimales

Para leer y escribir un número decimal, podemos hacerlo de varias formas.

- Nombrando la parte entera seguida de la palabra *coma* o *con* y, después, la parte decimal seguida de la palabra *unidades* o del nombre de las unidades en que viene dada la cantidad.

9,456 → 9 coma 456 unidades
9 con 456 unidades

9,456 kg → 9 coma 456 kilogramos
9 con 456 kilogramos

- Nombrando primero la parte entera seguida de la palabra *unidades* y, después, la parte decimal indicando si son décimas, centésimas, milésimas...

9,456 → 9 unidades 456 milésimas

Si el número viene dado en unidades concretas, indicamos la clase de unidades en que viene dada.

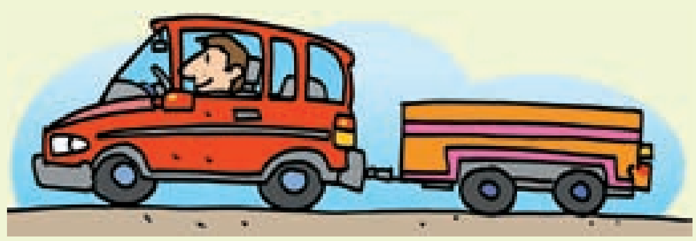
9,456 km → 9 kilómetros 456 metros

**recuerda**

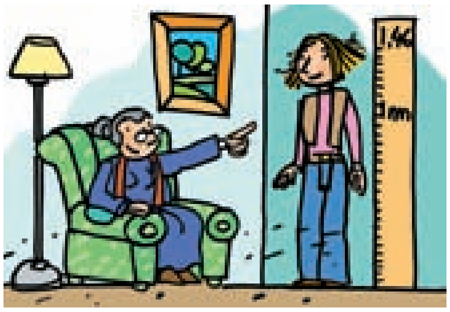
0,02 se lee:
→ 2 centésimas
→ cero coma cero dos unidades
→ cero con cero dos unidades
→ cero unidades dos centésimas

**actividades**

1. Escribe en tu cuaderno cómo se leen estas cantidades.
   - a. 4,857 kg
   - b. 9,46 €
   - c. 12,456 m
   - d. 0,75 kg
   - e. 3,65 km
   - f. 2,75 l
   - g. 14,56 €
   - h. 1,87 €
2. Uno de estos números está mal escrito. ¿Cuál?
   - a. 240,25 → doscientos cuarenta coma veinticinco
   - b. 36,08 → treinta y seis coma ocho
   - c. 13,1 → trece con uno
   - d. 2 350,00 → dos mil trescientos cincuenta
3. Expresa de forma decimal estos números.
   - a. 4 unidades 5 décimas
   - b. 12 unidades 23 centésimas
   - c. 0 unidades 45 milésimas
   - d. 1 unidad 432 milésimas
4. Un coche mide cuatro metros doce centímetros y su remolque, tres metros ochenta y siete centímetros. Escribe con cifras la longitud del coche y del remolque.



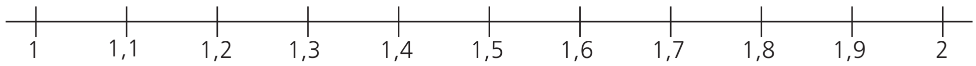
5. Marta ha preparado un pastel con doscientos cincuenta gramos de harina, ochenta gramos de azúcar y veinticinco centilitros de leche. Escribe las cantidades con números decimales y exprésalas en kilogramos.



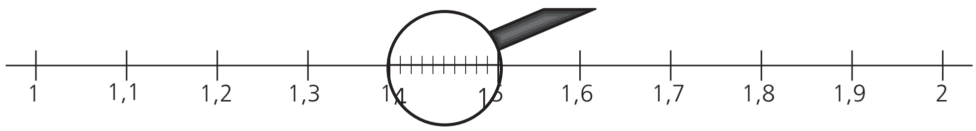
Carmen se ha medido para que su abuela compruebe lo que ha crecido y mide 1,46 m. ¿Cómo representamos esta medida en la recta numérica?

Para situar estos números decimales en la recta seguimos estos pasos.

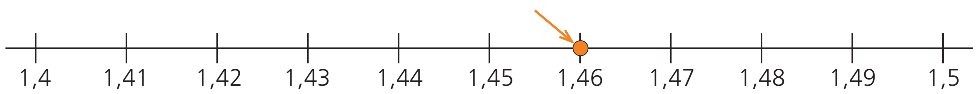
- Primero trazamos la recta y situamos en ella la cifra de las unidades dadas y la siguiente, es decir, 1 y 2. Después, dividimos el segmento en 10 partes iguales, que representan las décimas.




- Ahora, dividimos cada décima de la recta en 10 partes iguales, que representan las centésimas.




- Para situar el número, nos colocamos en la unidad que le corresponde, contamos las décimas y centésimas que tiene y en ese punto marcamos el número.




- Si el número que queremos representar tiene milésimas, dividimos cada centésima de la recta en 10 partes iguales. Cada una de estas partes representará una milésima.

**Observa**

De dos números decimales representados en la recta es mayor el que está más a la derecha.

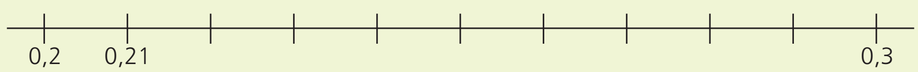
**actividades**

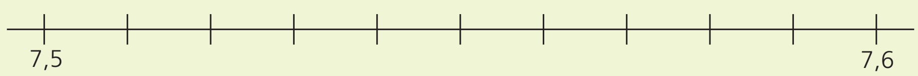
1. Representa estos números en una recta numérica.

   5,25 5,12 5,78 5,502 5,765

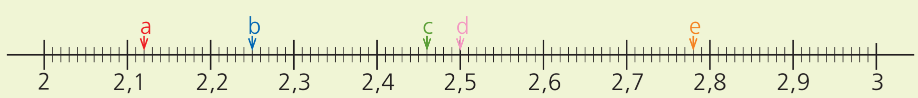
2. Belén quiere plantar en una jardinera un rosal cada 0,25 m. Si la jardinera mide 2 m, ¿cómo tiene que distribuir los rosales? Represéntalo en la recta numérica.

3. Copia en tu cuaderno estos intervalos de la recta numérica y completa la serie de las centésimas.




4. Escribe el número decimal que corresponde a cada letra.



## Comparación y ordenación de números decimales

Ángela y su padre han recogido en el huerto varios cestos de fruta. ¿De qué fruta han recogido menor cantidad?


Para averiguarlo, comparamos las tres cantidades.

| 4,657, 4,876 y 5,109 | 4,657 y 4,876 |
|---|---|
| La parte entera de 5,109 es mayor que la de 4,657 y 4,876.<br>5 > 4<br>Por eso: 5,109 > 4,657 y 5,109 > 4,876<br>La cesta que más fruta tiene es la de naranjas. | Ahora como las dos cantidades restantes tienen la misma parte entera, comparamos la parte decimal.<br>876 > 657<br>Por eso: 4,876 > 4,657<br>La cesta que menos fruta tiene es la de manzanas. |

Luego, han recogido menor cantidad de manzanas.

Ahora podemos ordenar de menor a mayor las cantidades.

4,657 < 4,876 < 5,109

Para **comparar dos números decimales**, comparamos primero su parte entera y, si es igual, comparamos la parte decimal.

### actividades

1. Compara estos pares de números decimales utilizando los signos <, = y >.
   a. 4,678 y 4,789 b. 12,089 y 12,098

2. Ordena de mayor a menor los números decimales de cada grupo.
   a. 3,25; 3,65 y 4,009 b. 89,5; 90,3 y 89,320

3. Copia el nombre de estos amigos ordenados de menor a mayor estatura y de menor a mayor peso.

| | Julián | Silvia | Blanca |
|---|---|---|---|
| Peso | 34,56 kg | 36,768 kg | 40,435 kg |
| Altura | 1,37 m | 1,37 m | 1,39 m |

4. Completa en tu cuaderno teniendo en cuenta que puede haber varias soluciones.
   a. 6,56 > 6, ..... 6
   b. 0,6 ..... 4 < 0,6 ..... 4
   c. 0,087 < 0,0 ..... 7
   d. 5,048 < 5,0 ..... 8
   e. 6, ..... 7 ..... > 6,798
   f. ....., ..... 45 < 9,375

5. Carmen y Antonia compran libros de lectura. Si Carmen compra el libro más caro y Antonia el más barato, ¿qué libro ha comprado cada una?

# Redondeo de números decimales


Un comerciante quiere redondear el precio de las nueces y de los pistachos. Veamos cómo puede hacerlo.

Puede redondear los números 3,78 y 3,14 a las unidades utilizando la recta numérica o fijándose en sus cifras.

- Si los situamos en la recta, vemos que 3,14 está más próximo a 3 que a 4, y que 3,78 está más cerca de 4 que de 3.


Para redondear esos mismos números a las décimas, vemos que 3,14 está más cerca de 3,1 que de 3,2, y que 3,78 está más próximo a 3,8 que a 3,7.


- Fijándonos en el número formado por sus cifras decimales, para redondear un número decimal a las unidades, si la parte decimal es menor que 5, 50 o 500, dejamos las mismas unidades y, si es mayor, aumentamos en 1 las unidades.

| | | |
|---|---|---|
| 3,**7** → 4 | 3,**78** → 4 | 3,**786** → 4 |
| 3,**1** → 3 | 3,**14** → 3 | 3,**142** → 3 |

Y para redondear a las décimas, si la parte decimal, sin las décimas, es menor o igual que 5 o 50, dejamos las mismas décimas y, si es mayor, aumentamos en 1 las décimas.

| | |
|---|---|
| 3,7**8** → 3,8 | 3,7**86** → 3,8 |
| 3,1**4** → 3,1 | 3,1**43** → 3,1 |
| 3,5**0** → 3,5 | 3,5**00** → 3,5 |

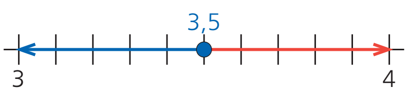
### Observa

Si la parte decimal de un número es 5, 50 o 500, podemos redondear a las unidades por abajo o por arriba. Ambas opciones son correctas.

3,5 → 3 o 4

3,50 → 3 o 4

3,500 → 3 o 4




## actividades

1 Aproxima estos números decimales a la unidad.

**a.** 2,45  **b.** 1,67  **c.** 5,78  **d.** 3,289  **e.** 0,89  **f.** 3,879

2 Redondea estos números a las décimas.

**a.** 3,67  **b.** 4,21  **c.** 1,91  **d.** 7,89  **e.** 3,097  **f.** 0,57

3 Escribe con cifras y redondea a las centésimas. Observa el ejemplo.

cinco unidades y ochenta y siete milésimas = 5,087 → 5,09

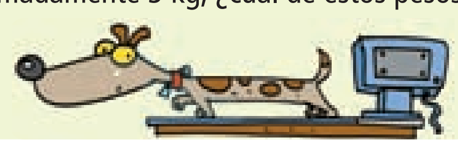
**a.** Doce unidades ochenta y siete milésimas

**b.** Quince unidades quinientas ochenta y siete milésimas

**c.** Cero unidades quinientas setenta y seis milésimas

4 Carlos ha llevado a su perro al veterinario para hacerle una revisión. Si el veterinario le ha dicho que pesa aproximadamente 3 kg, ¿cuál de estos pesos es el peso real?

**a.** 2,890 kg  **b.** 3,657 kg



# Adición y sustracción de números decimales

Para comenzar el curso Mariano ha comprado a su hija una mochila, unas deportivas y una calculadora. Si ha pagado con un billete de 100 €, ¿cuánto le han devuelto?


Primero, para calcular el precio de la compra, sumamos 21,79 + 16 + 7,38.

$$\begin{array}{r} 21{,}79 \\ 16\phantom{{,}00} \\ +\ \ 7{,}38 \\ \hline 45{,}17 \end{array}$$

El precio de la compra ha sido de 45,17 €.

Después, para calcular lo que le han devuelto, restamos 100 – 45,17.

$$\begin{array}{r} 100{,}\color{red}{00} \\ -\ \ 45{,}17 \\ \hline 54{,}83 \end{array}$$

Le han devuelto 54,83 €.

Observa que, si al restar faltan cifras decimales en el minuendo, completamos con ceros.

Para **sumar o restar números decimales**, colocamos los números haciendo coincidir la coma en la misma columna, después operamos y escribimos la coma en el resultado.

## actividades

1. Calcula las siguientes adiciones.

   **a.** 5,34 + 1,5 + 14

   **b.** 0,879 + 2,3 + 4,68

   **c.** 4 + 14,54 + 1,987

   **d.** 0,97 + 0,098 + 9,01

2. Realiza estas sustracciones.

   **a.** 3,87 – 2,6

   **b.** 5 – 2,546

   **c.** 4 – 3,16

   **d.** 0,98 – 0,235

3. Completa en tu cuaderno las siguientes operaciones.

   **a.** 3 – ..... = 0,30

   **b.** 4 – ..... = 3,75

   **c.** ..... + 0,25 = 0,75

   **d.** 0,80 + ..... = 1,30

   **e.** 7 – ..... = 6,125

   **f.** 2 + ..... = 3,18

4. ¿Se pueden comprar estos tres productos con un billete de 10 €? ¿Cuánto dinero sobra?


5. Miguel y su padre han dado un paseo en bicicleta por el campo. Antes de descansar han recorrido 4,765 km y, después, 3,198 km más. ¿Cuántos kilómetros han recorrido en total? ¿Cuánto más han recorrido en el primer tramo que en el segundo?

# Multiplicación de un número decimal por otro natural

En una oficina de correos han recibido 15 sacos de cartas de 17,85 kg cada uno y 100 paquetes de 2,87 kg cada uno. ¿Cuántos kilogramos de cartas han recibido? ¿Y de paquetes?

Para calcular los kilogramos de cartas que han recibido, multiplicamos 17,85 × 15.

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & 1 & 7, & 8 & 5 \\
\times & & & 1 & 5 \\
\hline
 & 8 & 9 & 2 & 5 \\
1 & 7 & 8 & 5 & \\
\hline
2 & 6 & 7, & 7 & 5
\end{array}
$$

Dos cifras decimales

Han recibido 267,75 kg de cartas.

Para calcular los kilogramos de paquetes que han recibido, multiplicamos 2,87 × 100.

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & & & 2, & 8 & 7 \\
 & & \times & 1 & 0 & 0 \\
\hline
 & & & 0 & 0 & 0 \\
 & & 0 & 0 & 0 & \\
 & 2 & 8 & 7 & & \\
\hline
 & 2 & 8 & 7, & 0 & 0
\end{array}
$$

Dos cifras decimales

Han recibido 287 kg de paquetes.

> Para **multiplicar un número decimal por otro natural**, los multiplicamos sin tener en cuenta la coma, y en el resultado separamos con una coma, empezando por la derecha, tantas cifras decimales como tenga el número decimal.

## actividades

**1** Calcula los siguientes productos.

- **a.** 43,45 × 7
- **b.** 12,5 × 12
- **c.** 5,25 × 23
- **d.** 34,56 × 46
- **e.** 18,35 × 59
- **f.** 0,018 × 87

**2** Realiza estas operaciones. ¿Cómo calcularías mentalmente estos productos?

- **a.** 12,05 × 100
- **b.** 5,34 × 10
- **c.** 0,87 × 100
- **d.** 0,009 × 10
- **e.** 42,50 × 100
- **f.** 19,45 × 1000

**3** Piensa y completa en tu cuaderno.

- **a.** 2,5 × ..... = 2 500
- **b.** 2,3 × ..... = 23
- **c.** 0,87 × ..... = 8,7
- **d.** ..... × 100 = 67
- **e.** ..... × 100 = 16,5
- **f.** 0,009 × ..... = 9
- **g.** 1875,38 × ..... = 18753,8
- **h.** 4,5851 × ..... = 45851
- **i.** 589,745 × ..... = 5897,45
- **j.** ..... × 10000 = 32
- **k.** ..... × 100000 = 5821
- **l.** ..... × 1000000 = 7

**4** Pedro tiene una cinta de 1,54 m, Juan tiene otra cuatro veces mayor que la de Pedro y Ana, una diez veces mayor que la de Juan. ¿Cuánto mide la cinta de cada uno?

**5** Tenemos 350 cajas con 25 bolsas de té cada una. Si cada bolsa pesa 0,52 kg, ¿cuál es el peso del té?

# Multiplicación de dos números decimales

Petra ha comprado 2,250 m de tela. Si un metro cuesta 7,4 €, ¿cuánto ha pagado por la tela?

Para calcular lo que le ha costado la tela, multiplicamos 2,250 × 7,4.

$$
\begin{array}{r}
2{,}250 \\
\times \quad 7{,}4 \\
\hline
9000 \\
15750\phantom{0} \\
\hline
16{,}6500
\end{array}
$$

Cuatro cifras decimales

Por tanto, Petra ha pagado por la tela 16,65 €.

Para **multiplicar dos números decimales,** los multiplicamos sin tener en cuenta las comas y en el resultado separamos con una coma, empezando por la derecha, tantas cifras decimales como tengan entre los dos factores.

## actividades

**1** Calcula estos productos y comprueba el resultado con la calculadora.

**a.** 3,45 × 1,8
**b.** 3,09 × 2,01
**c.** 45,7 × 8,90
**d.** 36,5 × 3,12
**e.** 78,4 × 0,056
**f.** 0,768 × 0,54
**g.** 0,36 × 0,542
**h.** 347,7 × 45,7

**2** Observa el ejemplo y realiza estas operaciones sin hacer los cálculos.

$\boxed{5{,}6 \times 2{,}654 = 14{,}8624}$

**a.** 56 × 26,54
**b.** 5,6 × 26,54
**c.** 0,56 × 26,54
**d.** 5,6 × 265,4
**e.** 5,6 × 2 654
**f.** 5,6 × 0,2654

**3** Calcula estas multiplicaciones y ordena los resultados de menor a mayor.

**a.** 3,25 × 0,25
**b.** 4 × 0,85
**c.** 4,78 × 1,25
**d.** 0,56 × 5,12
**e.** 12,4 × 0,75
**f.** 3,4 × 0,62

**4** Abel y Sandra han comprado 4,25 kg de arcilla a 0,8 euros el kilo y 9,8 m de cartulina a 0,65 euros el metro para realizar manualidades. ¿Cuánto les ha costado la compra?

# Resuelvo problemas

## Identificar los datos necesarios para resolver un problema y resolverlo

La cosecha de un agricultor durante este año ha sido muy buena. Ha recogido 8 563,3 kg de naranjas, 9 731,25 kg de mandarinas y 6832,2 kg de tomates. El agricultor ha puesto a la venta el kilogramo de naranjas a 1,25 €, el kilogramo de mandarinas a 0,82 € y el kilogramo de tomates a 2,04 €. Si una empresa quiere comprar 5 000 kg de naranjas y 2 750 kg de tomates, ¿cuánto dinero se gastará la empresa en total?


- Primero leemos el enunciado del problema con atención.
- Después vemos qué se pregunta: la cantidad de dinero que gastará la empresa por la compra de 5 000 kg de naranjas y 2750 kg de tomates.
- De todos los datos, pensamos cuáles son necesarios para resolver el problema y cuáles no.

| Datos necesarios | Datos no necesarios |
|---|---|
| 5000 kg de naranja a 1,25 € el kilogramo | La cantidad de kilogramos recogidos |
| 2750 kg de tomates a 2,04 € el kilogramo | El precio de las mandarinas |

- Una vez que hemos identificado los datos necesarios, operamos y escribimos la solución.

$$\underbrace{5\,000 \times 1{,}25 = 6\,250} \qquad \underbrace{2\,750 \times 2{,}04 = 5\,610}$$

$$6\,250 + 5\,610 = 11\,860$$

La empresa gastará un total de 11 860 € en la compra de las naranjas y los tomates.

## Aplico la estrategia

**1** Lee de nuevo el problema de la presentación y contesta a estas preguntas.

**a.** ¿Cuántos kilogramos de naranjas y tomates quedarán después de la venta?

**b.** ¿Cuál será la recaudación del agricultor por la venta de todas las mandarinas?

**c.** Si vende el total de la cosecha, ¿cuánto dinero obtendrá?

**2** En una biblioteca municipal hay 307 566 libros repartidos en 216 estanterías. De estos libros, 19 388 van a ser retirados por estar muy deteriorados y se van a comprar 15 397 libros nuevos. Una vez se retiren los viejos y se compren los nuevos, ¿cuántos libros habrá en la biblioteca?

**3** En un municipio de 21 345 habitantes, el Ayuntamiento paga mensualmente 3 947,71 € a una empresa de servicios para mantener limpio el pueblo. Además, al año hace un pago único de 5 273,56 € para renovar las papeleras y los contenedores. ¿Cuánto dinero se gasta el Ayuntamiento durante un año en la limpieza del pueblo?

**4** Un pastelero compró por 867,53 € un total de 27 sacos de ingredientes con los que fabricó 7 128 pasteles diferentes. Si vendió cada pastel a 0,63 €, ¿qué beneficio obtuvo en total?

**5** Una ONG ha hecho un llamamiento público para recoger alimentos, medicinas y ropa. La campaña ha sido un éxito y se han conseguido 2 715 cajas de alimentos de 42,250 kg cada una, 9 873 bolsas de medicamentos de 13,8 kg cada una y 13 687 sacos de ropa de 65,5 kg cada uno. ¿Cuántos kilogramos de alimentos, medicinas y ropa han recogido en total? Escribe la operación combinada con la que resolverías este problema.

**6** El coste de la rehabilitación de la fachada de un edificio de 54 propietarios asciende a 107 359,35 €. Si para este tipo de obras de mejora el Ayuntamiento otorga una ayuda de 19 598,29 €, ¿cuánto han de poner los propietarios para rehabilitar la fachada?

**7** Varios grupos de música han ofrecido distintos conciertos en este último año:

| Grupo | N.º de conciertos |
|---|---|
| Los Guitarras | 55 |
| Los margaritas | 77 |
| Panda | 20 |
| Macarios | 117 |

¿Cuántos conciertos ha ofrecido el grupo Macarios más que Panda y Los Guitarras?

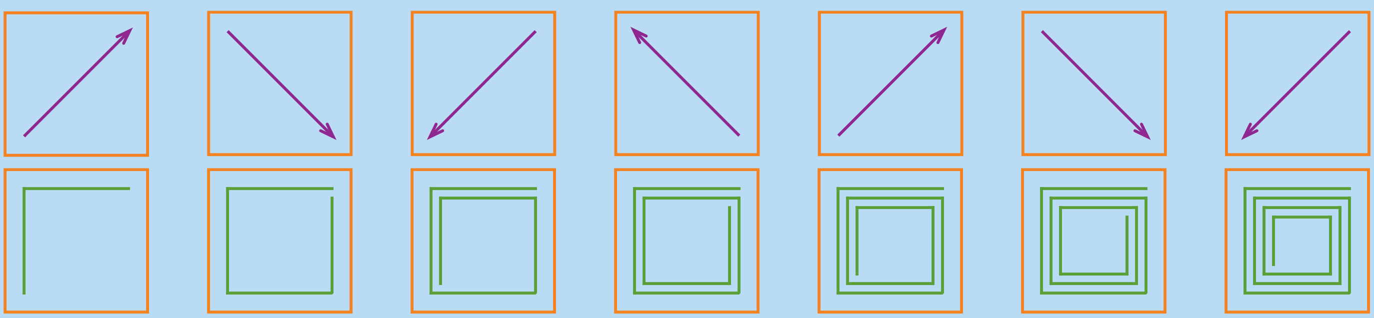
# Lógica

## Atención y concentración

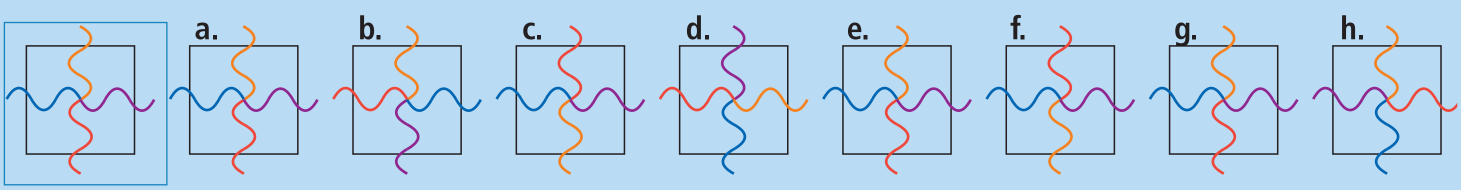
**1** Copia en tu cuaderno y rodea en cada grupo el número menor.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,3 | 2,5 | 2,1 | 3,7 | 3,2 | 3,5 | 5,2 | 5,1 | 5,5 | 0,5 | 0,2 | 0,8 |
| 5,1 | 5,01 | 5,02 | 3,25 | 3,30 | 3,4 | 0,3 | 0,25 | 0,32 | 0,25 | 0,7 | 0,54 |
| 0,56 | 0,18 | 0,67 | 1,08 | 1,9 | 1,10 | 6,6 | 6,06 | 6,59 | 0,04 | 0,10 | 0,09 |

**2** Continúa las siguientes series con dos terminos más.



**3** Fíjate en la primera figura de la fila y escribe en tu cuaderno las que sean iguales.



# Cálculo mental

Para calcular el producto de dos números formados por una cifra y uno o más ceros, multiplicamos las cifras y al producto le añadimos los ceros de los factores.

$30 \times 400 \rightarrow 12\,000$

**1** Calcula mentalmente los siguientes productos.

**a.** $40 \times 40$ **d.** $300 \times 80$ **g.** $800 \times 500$
**b.** $50 \times 30$ **e.** $50 \times 600$ **h.** $200 \times 900$
**c.** $60 \times 90$ **f.** $800 \times 70$ **i.** $400 \times 700$

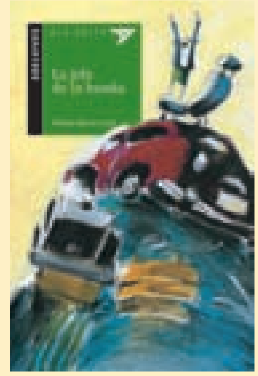
**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo calcularías los siguientes productos. Comprueba el resultado con la calculadora.

**a.** $120 \times 40$ **b.** $220 \times 20$ **c.** $50 \times 310$

**3** Realiza mentalmente estas multiplicaciones.

**a.** $70 \times 80$ **d.** $430 \times 60$ **g.** $800 \times 39$
**b.** $50 \times 900$ **e.** $760 \times 40$ **h.** $900 \times 3\,600$
**c.** $3\,000 \times 80$ **f.** $870 \times 300$ **i.** $500 \times 600$

1. Hemos marcado en el número 17,52 con rojo la parte entera y con verde la parte decimal. ¿Lo hemos hecho bien? Explica por qué.
2. ¿Cuántas cifras decimales hay que escribir en el número doce unidades ciento ochenta y siete milésimas?
3. Escribe las cifras que representan las decenas y las décimas en el número 435,436.
4. ¿Cuál de estos números está más a la derecha y cuál más a la izquierda en la recta numérica?
   **a.** 3,87 **b.** 3,09 **c.** 4,01
5. Redondea el número 34,618 a las unidades, a las décimas y a las centésimas.
6. Calcula el producto de multiplicar $100 \times 0{,}10$.
7. Si el precio aproximado a las unidades de un regalo es de 48 €, ¿cuál de estos tres es el precio exacto? ¿Por qué?
   **a.** 47,120 **b.** 48,45 **c.** 48,65.
8. ¿Cuál es el producto de $4{,}76 \times 100$?
9. Pedro multiplica $4{,}65 \times 4{,}87$. ¿Puede ser el producto 22,645? ¿Por qué?
10. Calcula y escribe el producto de estos números aproximándolos a las centenas.
    **a.** $468 \times 765$ **b.** $780 \times 760$ **c.** $450 \times 680$



## Si quieres aprender

sobre el compañerismo y las clases sociales, lee *La jefa de la banda*, de Alfredo Gómez Cerdá. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 3 | |
| 2 | | | |
| | | | 3 |
| | 2 | 1 | |

Averigua de qué número se trata.

- Se encuentra entre el 2 y el 3.
- Sus cifras suman 9.
- Su aproximación a las unidades es 3.

# Repaso

**1** Expresa los siguientes números decimales en forma de fracción.

**a.** 2,56  **c.** 372,125  **e.** 1 302,6
**b.** 15,3  **d.** 8,362  **f.** 0,43

**2** Coloca en vertical y calcula.

**a.** 187,36 + 43,5 + 3,756
**b.** 456,42 – 29,785
**c.** 5 762,358 + 17,98 + 0,356
**d.** 16 823,104 – 9 478,363

**3** Irene y Pedro han abierto sus huchas y han contado el dinero. Irene tiene 1 326,25 € y Pedro, 957,8 € más que Irene. ¿Cuántos ahorros tiene Pedro? ¿Y entre los dos?

**4** Calcula el resultado de estas operaciones combinadas.

**a.** (13 + 9) × 7 – 13
**b.** 270 – 4 × 12 + 28 : 7
**c.** 513 + (357 – 278) × 3
**d.** 1 200 : 6 + 297 × 5 – 859

**5** Un camión transporta 513 sacos de arroz de 62 kg y 2 109 sacos de harina de 37 kg. ¿Cuántos kilogramos transporta en total el camión?

**6** Completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

**a.** 13 500 g = ..... kg
**b.** 27,50 l = ..... cl
**c.** 586 cm = ..... m
**d.** 7 315 m = ..... km

**7** Esta tabla de frecuencias representa los puntos que han obtenido Marina y Eugenio al lanzar tres dardos a una diana.

| | 1.ª tirada | 2.ª tirada | 3.ª tirada |
|---|---|---|---|
| **Marina** | 10 | 20 | 15 |
| **Eugenio** | 15 | 10 | 5 |

**a.** ¿Cuántos puntos ha obtenido cada uno en total?
**b.** Representa los datos de la tabla en un gráfico de barras doble.

**8** Resuelve estas operaciones aplicando la propiedad distributiva.

**a.** (42 + 187) × 30  **c.** 14 × (200 – 78)
**b.** 35 × (346 + 287)  **d.** (623 – 357) × 25

**9** Si van a repartir una herencia de 7 350 836 € entre los 17 herederos, ¿cuánto dinero le corresponde a cada uno? Comprueba el resultado.

**10** Escribe los cinco primeros múltiplos de cada uno de estos números.

3  6  8  9  12

**11** Calcula el mínimo común múltiplo de estos pares de números.

**a.** 4 y 7  **b.** 6 y 9  **c.** 5 y 8

**12** Copia en tu cuaderno y rodea los divisores de cada número.

**a.** 150 → 2, 9, 15, 25  **b.** 240 → 16, 24, 30, 42

**13** Calcula los divisores comunes de estos pares de números.

**a.** 9 y 27  **b.** 12 y 48  **c.** 20 y 30

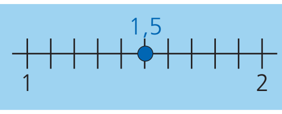
**14** Escribe el máximo común divisor de cada pareja de números del ejercicio anterior.

**15** Indica sin hacer divisiones qué números son divisibles entre 2, 3, 5 o 10.

**a.** 18  **b.** 30  **c.** 52

# Aclaro mis ideas

## Números decimales

| Tienen parte entera y parte decimal. | Cada cifra del número representa un orden de unidades. | Se representan en la recta entre dos unidades consecutivas. | Se comparan teniendo en cuenta la parte entera y la parte decimal. |
|---|---|---|---|
| entera → 34,56 ← decimal | U, d c m<br>4, 7 6 5 |  | 4,56 > 3,87<br>6,76 < 6,89 |



**Se leen**

5,67 → cinco unidades sesenta y siete centésimas

5,67 → cinco con sesenta y siete unidades

**Se escriben**

Ocho unidades veinte centésimas → 8,20

Tres unidades veintisiete milésimas → 3,027

## Redondeo de números decimales

| A la unidad | A las décimas | A las centésimas |
|---|---|---|
| 4,67 → 5 | 5,76 → 5,8 | 3,876 → 3,88 |
| 4,16 → 4 | 5,34 → 5,3 | 3,873 → 3,87 |

## Operaciones con decimales

**Adición**

Para sumar números decimales colocamos los números haciendo coincidir la coma en la misma columna, después operamos y escribimos la coma en el resultado.

$$\begin{array}{r} 5{,}67\phantom{4} \\ 12{,}8\phantom{54} \\ +\ 0{,}354 \\ \hline 18{,}824 \end{array}$$

**Sustracción**

Para restar números decimales colocamos los números haciendo coincidir la coma en la misma columna, después operamos y escribimos la coma en el resultado. Si al restar faltan cifras en el minuendo, completamos con ceros.

$$\begin{array}{r} 5{,}25\phantom{9} \\ -\ 2{,}789 \\ \hline 2{,}461 \end{array}$$

**Multiplicación**

Para multiplicar números decimales, multiplicamos sin tener en cuenta las comas y en el resultado separamos con una coma, empezando por la derecha, tantos decimales como tengan entre los dos factores.

$$\begin{array}{r} 3{,}54 \\ \times\ 2{,}18 \\ \hline 2832 \\ 354\phantom{0} \\ 708\phantom{00} \\ \hline 7{,}7172 \end{array}$$

cuatro cifras decimales

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Los números decimales tienen una parte ..... y otra ..... separadas por una ......
- Para comparar dos números decimales, comparamos primero su parte ..... y, si es ....., comparamos por orden las décimas, las ....., las milésimas ...
- Para sumar o restar decimales, colocamos los números haciendo coincidir la ..... en la misma ....., después operamos y escribimos la coma en el resultado.
- Para multiplicar dos números ....., los multiplicamos sin tener en cuenta las comas y en el resultado separamos con una coma, empezando por la ....., tantos ..... como tengan entre los dos factores.

**2** Escribe qué clases de unidades representan las cifras coloreadas de cada número.

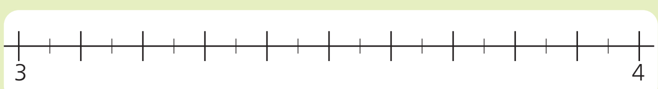
**a.** 7,320 **c.** 0,08
**b.** 15,7 **d.** 391,126

**3** Lee y escribe con letra los números decimales de la actividad anterior.

**4** Escribe estos números con cifras en tu cuaderno.

**a.** Setenta y tres milésimas
**b.** Tres unidades y quince centésimas
**c.** Dieciocho unidades y nueve décimas
**d.** Cuatro centésimas

**5** Copia en tu cuaderno esta recta numérica y coloca los siguientes números decimales.




3,20 3,35 3,7 3,65 3,80

**6** Ordena de mayor a menor el precio de los siguientes productos.


**7** Completa la siguiente tabla en tu cuaderno aproximando los números a la unidad, a las décimas y a las centésimas.

| | Unidad | Décimas | Centésimas |
|---|---|---|---|
| 4,278 | | | |
| 10,526 | | | |
| 0,193 | | | |

**8** Coloca en vertical y calcula estas operaciones.

**a.** 2,16 + 0,751 + 10,5 **c.** 143,238 – 19,159
**b.** 32,08 + 1,19 + 0,139 **d.** 756 – 0,35

**9** Paula tiene 6 € y se compra en el kiosco un cómic y una piruleta. ¿Cuánto dinero se gasta? ¿Cuánto le sobra?


**10** Averigua y completa en tu cuaderno con el término que falta en cada multiplicación.

**a.** 47,36 × 100 = ..... **c.** 0,196 × .....= 1,96
**b.** 0,064 × 1 000 = ..... **d.** ..... × 100 = 35 670

**11** Realiza estas operaciones.

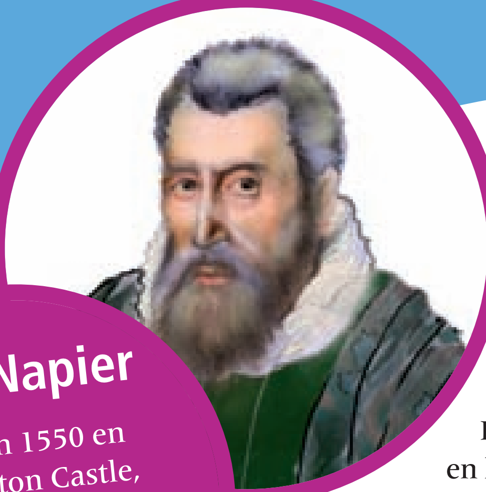
**a.** 48,57 × 43 **c.** 0,756 × 2,1
**b.** 316,8 × 13,6 **d.** 6,82 × 0,035

**12** Calcula mentalmente estos productos.

**a.** 30 × 60 **d.** 2 000 × 70
**b.** 20 × 70 **e.** 3 000 × 320
**c.** 50 × 40 **f.** 800 × 91

**13** Román compra 3 kg de peras, 2,5 kg de manzanas y 4 botellas de zumo de litro. ¿Cómo puede saber Román si puede pagar con un billete de 20 €? Averígualo y razona tu respuesta.

# 3 La división de números decimales



## John Napier

Nació en 1550 en Merchiston Castle, Edimburgo (Escocia). Teólogo y matemático, fue el primero en utilizar la coma decimal.

Napier fue educado, hasta los trece años en su casa, como era común entre los nobles, con los mejores maestros de Escocia. En 1563 comenzó sus estudios en la Universidad de Saint-Andrews, de la que salió más tarde para viajar por el continente europeo.

En 1571 contrajo matrimonio. A partir de entonces administró los bienes de la familia por encargo de su padre, al tiempo que continuaba sus estudios de matemáticas y teología.

**teología:** ciencia que trata de Dios y de sus atributos y perfecciones.

**notación:** sistema de signos convencionales que se adopta para expresar conceptos matemáticos, físicos, químicos, etc.

A pesar de ser conocido por sus aportaciones al campo de las matemáticas, estas eran para él sólo un pasatiempo.

Antes de que John Napier popularizara el uso del punto y la coma decimal que utilizamos hoy en día para diferenciar la parte entera de la decimal, no se utilizaba una notación común.

852,28

Por ejemplo, una de las notaciones que se utilizaba consistía en separar mediante un guión vertical la parte entera de la decimal.

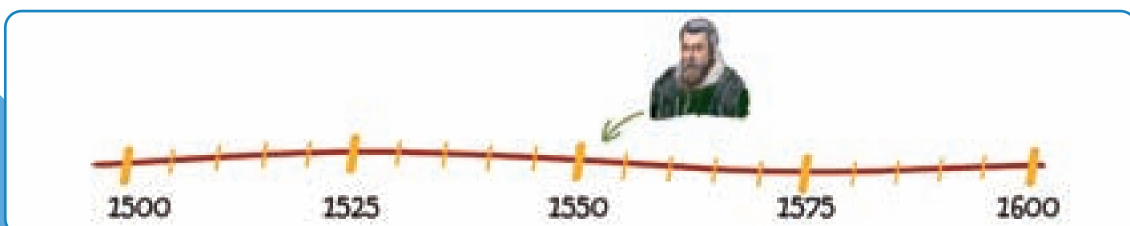
852|28

Otra consistía en escribir con distinta intensidad la parte entera y la parte decimal.

**852** 28

También solían escribir la parte decimal a distinto nivel de la entera.

**852** $^{28}$



## Sobre el texto

1. ¿Con qué compaginaba sus estudios de matemáticas y teología John Napier? ¿Qué significaban las matemáticas para él?
2. Escribe tu altura en metros utilizando las distintas notaciones que se han ido utilizando en el tiempo para diferenciar la parte entera de la decimal.

## En grupo

Buscad información sobre otras aportaciones de John Napier en el campo de las matemáticas y compartid la información con el resto de grupos.

## La necesidad del trabajo

Hace millones de años, el hombre comenzó una incesante serie de progresos para vivir mejor.

Actualmente, hombres y mujeres se especializan en diferentes oficios y profesiones que ponen en marcha el mundo en el que vivimos. Mucho de lo que nos rodea es resultado del trabajo y el esfuerzo de cientos de personas: la ropa que vestimos, la casa donde vivimos, los servicios públicos que disfrutamos, los avances en la medicina, la educación…

El trabajo es el poder de transformación que tienen las personas, y los resultados pueden verse en objetos muy sencillos o en grandes obras. Por ejemplo, un objeto tan sencillo como la cuchara con la que comes o una gran obra como la vida salvada por un médico.

## Actividades

1. ¿Crees que el trabajo es fundamental para el progreso? ¿Por qué?
2. Enumera al menos cinco resultados del trabajo de las personas. Fíjate en los ejemplos del texto.
3. Valora tu esfuerzo en la escuela. ¿Crees que tu actitud influye en el resultado de tu trabajo? Razona la respuesta.

**Después de conocer cómo se escribían antiguamente los números decimales, en esta unidad estudiarás la división de números decimales.**

# División con cociente decimal

En un centro de recuperación de animales se ha comprado un saco de alimento para 4 días. ¿Cuántos kilogramos se consumen por día?


Para calcularlo, dividimos 23 entre 4.

Dividimos 23 entre 4.

$$\begin{array}{rr|l} & 2\ 3 & 4 \\ \cline{3-3} \text{unidades} \longrightarrow & 3 & 5 \end{array}$$

Para obtener un cociente más exacto, seguimos dividiendo el resto entre el divisor.

Para ello, colocamos una coma en el cociente y multiplicamos por 10 el resto, y seguimos dividiendo.

$$\begin{array}{rr|l} & 2\ 3 & 4 \\ \cline{3-3} \text{décimas} \longrightarrow & 3\ 0 & 5,7 \\ & 2 & \end{array}$$

Continuamos la división multiplicando por 10 cada resto parcial hasta obtener un cero en el resto.

$$\begin{array}{rr|l} & 2\ 3 & 4 \\ \cline{3-3} & 3\ 0 & 5,7\ 5 \\ \text{centésimas} \longrightarrow & 2\ 0 & \\ & 0 & \end{array}$$

Así pues, cada día se consumen 5,75 kg de pienso.

Ten en cuenta que en algunas divisiones inexactas el cociente tiene un número finito de cifras decimales y en otras el número es infinito.

5 : 4 = 1,25 13 : 7 = 1,85714...

**Observa**

El término *infinito* significa que algo no tiene fin.

Cuando la **división de dos números naturales** es **inexacta**, podemos seguir dividiendo y obtener un cociente con decimales. Para ello, ponemos una coma en el cociente y multiplicamos por 10 cada resto parcial, y después continuamos la división.

## actividades

1 Calcula las siguientes divisiones.

a. 879 : 6
b. 13 546 : 8
c. 6 785 : 92
d. 34 895 : 11

2 Sin realizar las operaciones, ordena estas divisiones de menor a mayor comparando su divisor.

a. 4 587 : 25
b. 4 587 : 15
c. 4 587 : 300
d. 4 587 : 7
e. 4 587 : 32
f. 4 587 : 42
g. 4 587 : 11
h. 4 587 : 100

3 El encargado de un comedor compra la quinta parte de cada uno de estos tipos de fruta.


a. ¿Qué cantidad se lleva de cada tipo de fruta?
b. ¿Cuántos kilogramos ha comprado en total?

4 Julián ha recogido 3168 kg de cerezas y quiere repartirlas en 64 cajas. ¿Cuánto pesará cada caja? Si las quisiera repartir en 40 cajas, ¿cuánto pesaría en este caso cada caja?

# División con cociente decimal

El cuidador de un establo reparte diariamente 7 l de agua en 8 bebederos. Si en cada bebedero vierte la misma cantidad, ¿cuánta agua echa en cada uno?

Para averiguarlo, dividimos 7 entre 8.

| | | |
|---|---|---|
| Como 7 es menor que 8, escribimos un 0 en el cociente seguido de una coma. | Para seguir dividiendo, convertimos las unidades en décimas multiplicando por 10. | Después, continuamos la división multiplicando por 10 cada resto parcial hasta obtener un cero en el resto. |
| unidades ⟶ 7 \| 8 <br> 0 , | décimas ⟶ 7 0 \| 8 <br> 6 0, 8 | 7 0 \| 8 <br> centésimas ⟶ 6 0 → 0 , 8 7 5 <br> milésimas ⟶ 4 0 <br> 0 |

Esto es, en cada bebedero vierte 0,875 l de agua.

Cuando el **dividendo** es **menor que el divisor**, escribimos un 0 en el cociente seguido de una coma. Después, multiplicamos el dividendo por 10 y seguimos la división.

## actividades

1. Calcula el cociente de estas divisiones con dos decimales.

   **a.** 3 : 8 **d.** 38 : 40
   **b.** 7 : 12 **e.** 18 : 21
   **c.** 15 : 20 **f.** 32 : 54

2. Sin realizar las operaciones, ordena estas divisiones de menor a mayor comparando su dividendo. Luego, comprueba si el orden es correcto haciendo las divisiones.

   **a.** 45 : 76 **d.** 27 : 76
   **b.** 50 : 76 **e.** 58 : 76
   **c.** 340 : 76 **f.** 96 : 76

3. Escribe estas fracciones como divisiones y calcula el cociente de cada una de ellas. Fíjate en el ejemplo.

   $\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0{,}625$

   **a.** $\frac{2}{9}$ **b.** $\frac{3}{7}$ **c.** $\frac{4}{5}$ **d.** $\frac{8}{12}$ **e.** $\frac{17}{23}$ **f.** $\frac{9}{11}$

4. Noel ha comprado seis melocotones. Si le han costado 2 €, ¿cuánto le ha costado cada melocotón? ¿Cuánto cuestan dos melocotones?

5. En una papelería hay dos ofertas, una de cuatro cuadernos por 7 € y otra de seis cuadernos por 8 €. ¿En cuál de las dos ofertas sale más barato un cuaderno?

# División de un número decimal entre otro natural

El director de un colegio ha comprado 6 libros sobre el cuidado y la alimentación de los animales domésticos. En total le han costado 57,76 €. Si todos tienen el mismo precio, ¿cuánto le ha costado cada libro?

### Observa

Al dividir 3,48 entre 8, se pone 0 en el cociente seguido de una coma porque 3 < 8, y luego se sigue operando.

| U | | d | c | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **3** | , | 4 | 8 | \| **8** | |
| 0 | | 2 | 8 | 0 , 4 3 5 | |
| | | 0 | 4 | 0 | |
| | | | 0 | 0 | |

Para hallar la solución al problema, dividimos 57,76 € entre 6.

Primero dividimos la parte entera.

| D | U | | d | c | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | , | 7 | 6 | \| 6 | |
| 0 | 3 | | | | 9 , | |

Obtenemos 9 € de cociente y 3 € de resto.

Después, escribimos una coma en el cociente y dividimos la parte decimal.

| D | U | | d | c | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | , | 7 | 6 | \| 6 | |
| 0 | 3 | | 7 | | 9 , 6 2 | |
| | 0 | | 1 | 6 | | |
| | 0 | | 0 | 4 | | |

Obtenemos 62 cts. de cociente y de resto, 4 cts.

Así pues, cada libro cuesta 9,62 €.

Para **dividir un número decimal entre un número natural,** dividimos primero la parte entera, después escribimos una coma en el cociente y continuamos dividiendo la parte decimal.

## actividades

1. Calcula el cociente de estas divisiones con, al menos, dos decimales.
   - **a.** 847,34 : 7
   - **b.** 798,660 : 21
   - **c.** 234,54 : 8
   - **d.** 910,54 : 32
   - **e.** 565,890 : 9
   - **f.** 467,432 : 41
   - **g.** 5,67 : 9
   - **h.** 7,546 : 12
   - **i.** 16,890 : 18

2. Sin realizar las operaciones, ordena estas divisiones de mayor a menor comparando su divisor.
   - **a.** 12,45 : 9
   - **b.** 12,45 : 7
   - **c.** 12,45 : 15
   - **d.** 12,45 : 12

3. Juan ha pagado en una tienda de ropa 56,35 € por 7 camisetas. ¿Cuánto le ha costado cada camiseta?

4. Seis amigos quieren repartir en sus mochilas, a partes iguales, 28,75 kg de comida antes de salir de excursión. ¿Cuántos kilogramos tendrá que llevar cada uno?

# División de un número decimal entre 10, 100, 1000…

En un concurso de máscaras se va a repartir un premio de 785,5 € entre todos los participantes. Si se reparte esta cantidad en partes iguales entre 10, 100 o 1 000 participantes, ¿cuánto dinero recibiría cada participante en cada caso?

Para calcularlo, dividimos 785,5 entre 10, 100 y 1 000.

| | | |
|---|---|---|
| 7 8 5 , 5 | 1 0 | 7 8 5 , 5 | 1 0 0 | 7 8 5 , 5 | 1 0 0 0 |
| 0 8 5 | 7 8 , 5 5 | 0 8 5 5 | 7 , 8 5 5 | 0 8 5 5 | 0 , 7 8 5 5 |
| 0 5 5 | 0 5 5 0 | 0 5 5 0 |
| 0 5 0 | 0 5 0 0 | 0 5 0 0 |
| 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 |
| 785,5 : 10 = 78,55 | 785,5 : 100 = 7,855 | 785,5 : 1 000 = 0,7855 |

En el primer caso cada participante recibiría 78,55 €, en el segundo caso recibiría 7,855 € y en el tercero, 0,7855 €.

Observa que, si al desplazar la coma no hay cifras suficientes, completamos con los ceros que hagan falta.

785,5 : 1 000 = 0,7855

Para **dividir un número decimal entre 10, 100, 1000...,** trasladamos la coma tantos lugares a la izquierda como ceros siguen a la unidad.

## actividades

1. Realiza estas divisiones entre la unidad seguida de ceros.
   - **a.** 243,60 : 10
   - **b.** 653,5 : 100
   - **c.** 656,5 : 10
   - **d.** 5 434,56 : 1 000
   - **e.** 5 867,3 : 100
   - **f.** 0,05 : 1 000

2. Completa en tu cuaderno con el término que falta.
   - **a.** 22,5 : ..... = 2,25
   - **b.** 1,56 : ..... = 0,156
   - **c.** 123,5 : ..... = 1,235
   - **d.** ..... : 10 = 6,32
   - **e.** ..... : 100 = 43,24
   - **f.** ..... : 1 000 = 0,054

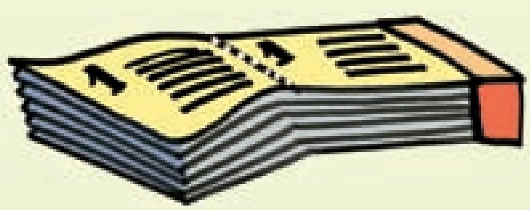
3. Calcula mentalmente los siguientes números.
   - **a.** Un número diez veces menor que 3,87.
   - **b.** Un número cien veces menor que 54,5.
   - **c.** Un número mil veces menor que 87.
   - **d.** Un número mil veces menor que 1.

4. Escribe el cociente de estas divisiones sin hacer cálculos.

   **a.** 540 : 100 **b.** 630 : 10 **c.** 3 256 : 1 000 **d.** 12 : 1 000

5. Si de una cuerda de 15,78 m se hacen diez partes iguales, ¿cuánto medirá cada una de esas partes?

6. Los alumnos de 6.º han hecho una rifa para conseguir dinero para el viaje de fin de curso. Han logrado reunir 1 234,54 €. Si quisieran cambiar ese dinero en billetes, ¿cuántos billetes de 100 € tendrían? ¿Y de 10 €?



## Divisiones equivalentes

El abuelo de Carlos le ha dado dinero para que pase el día en el parque de atracciones con cinco amigos. Si al final del día le han sobrado 7,95 € y los quiere repartir con ellos, ¿qué cantidad le correspondería a cada uno?

Para resolver el problema, dividimos 7,95 entre 6.

| | |
|---|---|
| 7 , 9 5 | 6 |
| 1 9 | 1 , 3 2 |
| 1 5 | |
| 3 | |

También podemos realizar la división eliminando los decimales del dividendo. Para ello multiplicamos dividendo y divisor por 100.

$7{,}95 \times 100 = 795$

$6 \times 100 = 600$

| | |
|---|---|
| 7 9 5 | 6 0 0 |
| 1 9 5 0 0 | 1 , 3 2 |
| 1 5 0 0 | |
| 3 0 0 | |

A cada uno de los amigos le correspondería 1,32 €.

Observa que en las dos divisiones el cociente es el mismo, por eso decimos que las divisiones 7,95 : 6 y 795 : 600 son equivalentes.

**Observa**

Si multiplicamos o dividimos el dividendo y el divisor de una división por 10, 100, 1 000..., el cociente es el mismo pero el resto queda multiplicado o dividido por 10, 100 1 000...

Dos **divisiones** son **equivalentes** si tienen el mismo cociente.

Para **obtener divisiones equivalentes** multiplicamos o dividimos el dividendo y el divisor por el mismo número.

### actividades

1. Comprueba qué pares de divisiones son equivalentes.
   - **a.** 4,5 : 7,6 y 45 : 76
   - **b.** 0,87 : 0,6 y 87 : 6
   - **c.** 4,78 : 6,7 y 47,8 : 67
   - **d.** 5,46 : 0,75 y 546 : 75
   - **e.** 10,567 : 0,83 y 10 567 : 83
   - **f.** 0,876 : 0,25 y 87,6 : 25

2. Calcula estas divisiones. Después, multiplica por 2 el dividendo y el divisor y comprueba que obtienes el mismo cociente.
   - **a.** 4,6 : 4
   - **b.** 12,28 : 6
   - **c.** 34,84 : 42
   - **d.** 50,20 : 48

3. Escribe dos divisiones equivalentes a las siguientes.
   - **a.** 4,65 : 13
   - **b.** 8,75 : 3
   - **c.** 6,28 : 52

4. En un mismo pueblo ha tocado la lotería dos veces seguidas, la primera vez tocaron 485,34 € a repartir entre 10 personas y la segunda, 970,68 €, pero esta vez a repartir entre 20 personas.
   - **a.** ¿Cuánto le ha tocado a cada uno de los premiados en el primer sorteo? ¿Y en el segundo?
   - **b.** ¿Qué observas en las operaciones?

# División de un número natural entre otro decimal

Para celebrar la nochevieja, en un restaurante han repartido 36 kg de uvas en bolsas de 0,75 kg. ¿Cuántas bolsas han llenado?

Para averiguarlo, dividimos 36 entre 0,75.

- Para dividir, primero tenemos que quitar los decimales del divisor. Para ello, obtenemos una división equivalente.

$$\times 100 \quad \begin{matrix} 36 : 0{,}75 \\ \downarrow \\ 3\,600 : 75 \end{matrix} \quad \times 100$$

- A continuación hacemos la nueva división, cuyo cociente es el mismo que el de la primera.

$$\begin{array}{rrrr|rr} 3 & 6 & 0 & 0 & 7 & 5 \\ \cline{5-6} & 6 & 0 & 0 & 4 & 8 \\ & & 0 & 0 & & \end{array}$$

- Por tanto:

$$:100 \quad \begin{matrix} 3\,600 : 75 = 48 \\ \downarrow \\ 36 : 0{,}75 = 48 \end{matrix}$$

Es decir, han llenado 48 bolsas.

Para **dividir un número natural entre otro decimal**, primero quitamos los decimales del divisor multiplicando el dividendo y el divisor por 10, 100, 1000... y luego dividimos.

## actividades

**1** Realiza las siguientes divisiones.

**a.** 12 : 3,5 **c.** 65 : 2,34

**b.** 32 : 4,5 **d.** 98 : 4,32

**2** ¿Por cuánto hay que multiplicar el dividendo y el divisor para realizar estas divisiones?

**a.** 43 : 4,5 **c.** 5 640 : 3,5

**b.** 765 : 2,54 **d.** 9 876 : 4,12

**3** Sin hacer las operaciones, copia y relaciona en tu cuaderno las divisiones que tienen el mismo cociente.

| | |
|---|---|
| 40 : 2,02 | 4000 : 22 |
| 400 : 2,2 | 400000 : 202 |
| 4000 : 2,02 | 4000 : 202 |

**4** Ordena estas divisiones de menor a mayor sin hacer las operaciones. Después, compruébalo.

**a.** 54 : 1,4 **c.** 54 : 2,4 **e.** 54 : 0,24

**b.** 54 : 0,4 **d.** 54 : 0,14 **f.** 54 : 0,04

**5** ¿Cuántas gomas se pueden comprar con 3 €?


**6** En una cena de fin de curso se han consumido 28 l de refresco. Si cada vaso tiene una capacidad de 0,3 l, ¿cuántos vasos se llenaron?

# División de dos números decimales

Mercedes ha comprado 2,5 m de tela y ha pagado 87,5 €. ¿Cuánto le ha costado cada metro de tela?

Para averiguarlo, dividimos 87,5 entre 2,5.

- Para dividir, primero tenemos que quitar los decimales del divisor. Para ello, multiplicamos dividendo y divisor por 10.

$$\times 10 \quad \begin{array}{c} 87{,}5 : 2{,}5 \\ \downarrow \\ 875 : 25 \end{array} \quad \times 10$$

- A continuación hacemos la nueva división, cuyo cociente es el mismo que el de la primera, porque son equivalentes.

$$\begin{array}{ccc|cc} 8 & 7 & 5 & 2 & 5 \\ \cline{4-5} 1 & 2 & 5 & 3 & 5 \\ & & 0 & & \end{array}$$

- Por tanto:

$$: 10 \quad \begin{array}{l} 875 : 25 = 35 \\ \downarrow \\ 87{,}5 : 2{,}5 = 35 \end{array}$$

Así pues, cada metro de tela le ha costado 35 €.

## actividades

**1** Calcula el cociente de estas divisiones.

**a.** 234,5 : 2,6

**b.** 620,45 : 2,34

**c.** 84,25 : 0,12

**d.** 45,75 : 3,02

**e.** 78,75 : 6,07

**f.** 10,5 : 7,3

**2** Calcula las botellas que se necesitan para embotellar el aceite de una garrafa de 12,87 l.

**a.** En botellas de 0,35 l.

**b.** En botellas de 0,75 l.

**c.** En botellas de 0,18 l.

**3** Mariano quiere guardar 3,5 kg de arroz en bolsitas de 0,7 kg para la boda de su hermana. ¿Cuántas bolsitas necesita?

**4** Completa la siguiente tabla en tu cuaderno.

| | : 0,2 | : 0,25 | : 0,1 | : 0,5 |
|---|---|---|---|---|
| 5,5 | | | | |
| 2,5 | | | | |
| 0,5 | | | | |
| 3,7 | | | | |

**5** Un motorista ha recorrido 105,6 km en 15,5 vueltas que ha dado al circuito. Calcula, con tres decimales, la longitud del circuito.

# División de dos números decimales

En un colegio han comprado 7,5 kg de galletas para celebrar el día de la comunidad. Si en total han pagado 35,25 €, ¿cuánto les ha costado cada kilogramo de galletas?

Para resolverlo, dividimos 35,25 entre 7,5.

- Para dividir, primero tenemos que quitar los decimales del divisor. Para ello, multiplicamos dividendo y divisor por 10.

$$35{,}25 : 7{,}5 \xrightarrow{\times 10} 352{,}5 : 75$$

- A continuación hacemos la nueva división, cuyo cociente es el mismo que el de la primera porque son equivalentes.

$$\begin{array}{r|l} 352{,}5 & 75 \\ \hline 52\ 5 & 4{,}7 \\ 0 & \end{array}$$

- Por tanto:

$$352{,}5 : 75 = 4{,}7 \xrightarrow{:\,10} 35{,}25 : 7{,}5 = 4{,}7$$

Luego cada kilogramo de galletas les han costado 4,7 €.

Para **dividir dos números decimales**, primero quitamos los decimales del divisor multiplicando el dividendo y el divisor por 10, 100... y luego dividimos.

## actividades

**1** Realiza estas divisiones y comprueba el resultado.

**a.** 4,56 : 2,354

**b.** 43,550 : 5,46

**c.** 65,8 : 2,56

**d.** 875,4 : 0,87

**2** Copia y relaciona en tu cuaderno, sin hacer cálculos, estas divisiones.

| | |
|---|---|
| 5,25 : 0,2 | 5 205 : 2 |
| 52,05 : 0,02 | 52,5 : 2 |
| 0,525 : 0,002 | 525 : 2 |
| 5,25 : 0,002 | 5 250 : 2 |

**3** ¿Cuánto pesa un melocotón?


**4** Luisa y Pedro tienen cada uno una botella de agua de 2,5 l. Luisa llena vasos de 0,20 l y Pedro, vasos de 0,18 l.

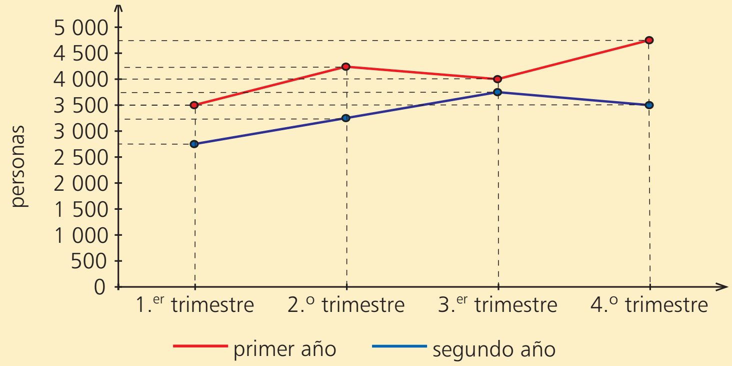
**a.** Explica quién llenará más vasos y por qué.

**b.** Realiza las operaciones y comprueba si tu respuesta es correcta.

# Resuelvo problemas

## Obtener los datos de un gráfico para resolver un problema

Este gráfico representa el número de personas que han visitado un parque de atracciones cada trimestre del año durante los dos primeros años. Por cada visita que recibe el parque tiene un beneficio de 7,73 €. Calcula cuántos euros de diferencia hay entre el primer año y el segundo.



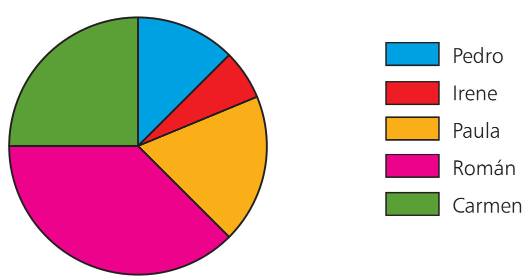

- Para averiguar el beneficio obtenido en cada año, primero sumamos las visitas recibidas en los cuatro trimestres de cada año y el resultado lo multiplicamos por 7,73 €, que es el beneficio por persona.

| Primer año | Segundo año |
|---|---|
| 1.er trimestre → 3500 personas<br>2.º trimestre → 4250 personas<br>3.er trimestre → 4000 personas<br>4.º trimestre → 4750 personas | 1.er trimestre → 2750 personas<br>2.º trimestre → 3250 personas<br>3.er trimestre → 3750 personas<br>4.º trimestre → 3500 personas |
| 3500 + 4250 + 4000 + 4750 = 16500 | 2750 + 3250 + 3750 + 3500 = 13250 |
| 16500 × 7,73 = 127545 | 13250 × 7,73 = 102422,5 € |
| El beneficio del primer año es de 127545 €. | El beneficio del segundo año es de 102422,5 €. |

- Después, calculamos la diferencia de beneficio entre los dos años. → 127545 – 102422,5 = 25122,5.
- Por último, escribimos la solución. → La diferencia entre el primer año y el segundo es de 25122,5 €.

## Aplico la estrategia

**1** Este gráfico de sectores representa los ahorros de cinco amigos.




**a.** Si Pedro tiene 15,48 €, ¿cuántos euros tiene cada uno?

**b.** ¿Cuánto dinero tienen ahorrado entre los cinco?

**c.** Calcula la media aritmética de dinero que tiene ahorrado cada niño.

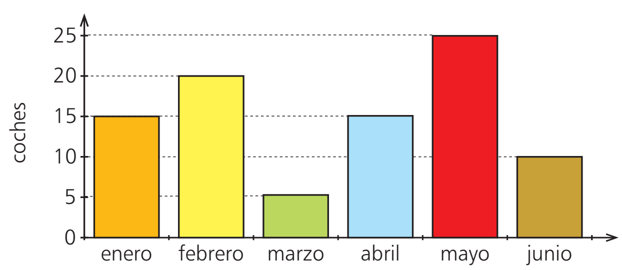
**d.** ¿Qué niños tienen más dinero que la media? ¿Y menos?

**2** Un concesionario de coches ha elaborado un gráfico de barras para representar las ventas de un modelo de coche durante el primer semestre del año. Elabora una tabla de frecuencias con los datos del gráfico y contesta a estas preguntas.

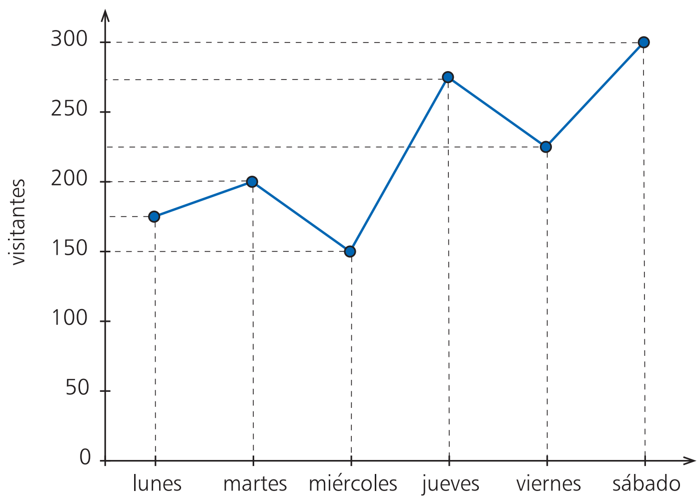
**a.** ¿Cuántos coches se han vendido en total?

**b.** ¿Qué media mensual de coches se han vendido durante el semestre?

**c.** Si cada coche cuesta 7 536,3 €, ¿cuánto dinero se ha obtenido con la venta de coches cada mes? ¿Cuál ha sido la recaudación total del semestre?



**3** Observa este gráfico poligonal y contesta.




**a.** ¿Qué crees que representa el gráfico?

**b.** ¿Cuántos visitantes hubo en total?

**c.** ¿Cuál fue la media de visitantes por día?

**d.** Si la entrada costaba 8,45 €, ¿qué recaudación se obtuvo en total?

**e.** ¿Qué cantidad de dinero se obtuvo de la venta de entradas de lunes a viernes? ¿Cuál fue la media de dinero obtenido por día?

**f.** Representa los datos en una tabla de frecuencias.

**g.** Elabora un gráfico de sectores con los datos de la tabla de frecuencias anterior.

# Lógica

## Series de números decimales

**1** Completa en tu cuaderno las siguientes series con cinco términos más.

**a.** 2,50 → 2 → 1,50 → …

**b.** 3,25 → 2,75 → 2,25 → …

**c.** 1,85 → 1,35 → 0,85 → …

**d.** 0,09 → 0,59 → 1,09 → …

**2** Descubre los intrusos en estas series multiplicativas.

**a.** 0,7 1,4 2,8 4,6 11,2 22,4 44,8

**b.** 1,04 2,08 4,16 8,32 16,64 33,48 66,56

**c.** 1,04 3,12 9,36 28,08 74,24 252,72 758,16

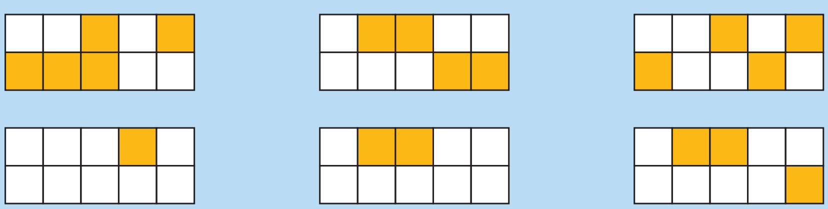
**3** Los términos de estas series están desordenados. Cópialos ordenándolos de menor a mayor.

**a.** 1,25 1,50 2,25 $\frac{175}{100}$ $\frac{250}{100}$ 2,75 $\frac{20}{10}$

**b.** $\frac{5}{100}$ 0,30 1,05 $\frac{55}{100}$ $\frac{13}{10}$ 1,55 0,80

**c.** 0,15 0,35 0,95 0,55 1,15 $\frac{135}{100}$ $\frac{75}{100}$

**4** Escribe el número decimal que representan estas figuras. Después, ordénalos de mayor a menor.



# Cálculo mental

Para calcular el producto de un número por 0,25, dividimos dicho número entre 4.

$$12 \times 0,25 = 12 : 4 = 3$$

**1** Calcula mentalmente los siguientes productos.

**a.** $12 \times 0,25$ **d.** $40 \times 0,25$ **g.** $100 \times 0,25$
**b.** $80 \times 0,25$ **e.** $8 \times 0,25$ **h.** $36 \times 0,25$
**c.** $120 \times 0,25$ **f.** $240 \times 0,25$ **i.** $320 \times 0,25$

**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo calcularías los siguientes productos. Comprueba el resultado con la calculadora.

**a.** $120 \times 0,5$ **b.** $420 \times 0,5$ **c.** $682 \times 0,5$

**3** Realiza mentalmente estas multiplicaciones.

**a.** $800 \times 0,5$ **d.** $500 \times 0,5$ **g.** $100 \times 0,5$
**b.** $62 \times 0,5$ **e.** $540 \times 0,5$ **h.** $360 \times 0,5$
**c.** $1\,200 \times 0,5$ **f.** $4\,002 \times 0,5$ **i.** $3\,202 \times 0,5$

## Decamat

1. Si repartimos 6 g de comida entre 12 gusanos de seda, ¿cuántos gramos le corresponderán a cada uno?
2. Si dividimos 34,67 entre 12, ¿el cociente tendrá parte entera y parte decimal?
3. ¿Cuál será el cociente de dividir 430 entre 1 000? ¿Y el de 4,3 entre 10?
4. ¿Por qué número dividimos 4 557,35 para obtener como cociente 455,735?
5. ¿Cuál es la décima parte de la centésima parte de 2 345,67?
6. Alejandro quiere dividir 34 entre 4,67. Explica qué tiene que hacer antes de comenzar a dividir.
7. Si en una división multiplicamos el dividendo y el divisor por 100, ¿tendrá el mismo cociente la nueva división? ¿Y el mismo resto?
8. ¿Qué término falta en la igualdad 15,4 : 7,8 = 154 : ....., para que estas divisiones sean equivalentes?
9. Si un frutero ha pagado 65,25 € por 25,5 kg de plátanos, ¿cuánto le ha costado cada kilogramo?
10. ¿Cuál es el cociente de dividir 16 entre 0,25?

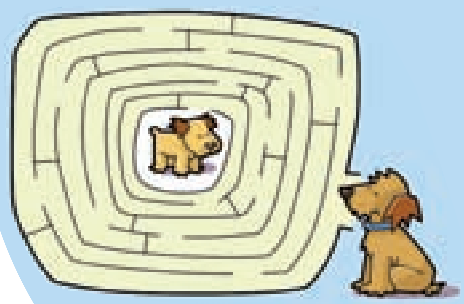
**Si quieres aprender...** sobre los animales domésticos y el arte, lee *El robo de Las Meninas,* de Luisa Villar Liébana. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | | 1 | |
| 3 | | | |
| | | | 4 |
| | 3 | | 1 |

Ayuda a este perro a encontrar a su cachorro.



# Repaso

**1** Copia y relaciona en tu cuaderno cada operación con su resultado.

| | |
|---|---|
| $(73 + 29) \times 22$ | 884 |
| $13 \times (106 - 38)$ | 2 128 |
| $(58 + 246) \times 7$ | 2 244 |

**2** Resuelve y comprueba el resultado de este grupo de divisiones.

2 563 825 : → 3, 4, 5

**3** Completa esta tabla en tu cuaderno con los números 26, 20, 25, 16, 24, 10, 12 y 18.

| Múltiplos de 5 | Múltiplos de 6 |
|---|---|
| | |

**4** Realiza los siguientes apartados.

**a.** Calcula los 9 primeros múltiplos de 3, 4 y 6.
**b.** Rodea los múltiplos comunes.
**c.** ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 3, 4 y 6?

**5** Calcula los divisores comunes de 12 y 18. Después, calcula el máximo común divisor.

**6** Explica cuándo un número es divisible entre 2, 3, 5 o 10 y escribe ejemplos de cada uno de los casos.

**7** Escribe cinco números primos y cinco números compuestos.

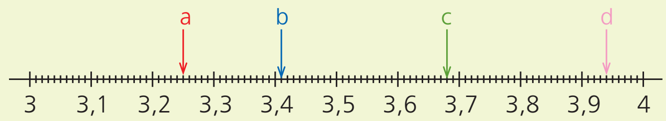
**8** Lee y escribe con letra estos números decimales.

**a.** 15,20 **c.** 0,509 **e.** 430,19
**b.** 39,387 **d.** 316,142 **f.** 193,813

**9** Escribe el valor de la cifra 5 en cada número.

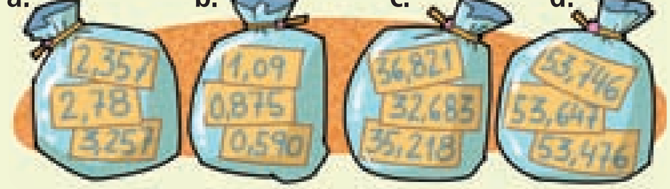
2,785 85,12 73,56 237,45

**10** ¿Qué número decimal representa cada letra?




**11** Indica el número decimal mayor y menor de cada bolsa.

**a.** **b.** **c.** **d.**




**12** Redondea estos números a las unidades, a las décimas y a las centésimas.

**a.** 4,236 **c.** 9,308 **e.** 36,069
**b.** 0,731 **d.** 15,718 **f.** 74,172

**13** Realiza estas operaciones.

**a.** $9,34 - 0,7 + 11,831$ **c.** $19,382 + 7,37 - 13,02$
**b.** $25,81 + 389,765$ **d.** $36,2 + 9,315 - 0,236$

**14** Pedro, Esperanza y Mario tienen cada uno 50 € para gastarse en las rebajas. Pedro se compra una camiseta y una gorra, Esperanza compra una gorra y unas zapatillas y Mario, unas zapatillas. ¿Cuánto dinero le ha sobrado a cada uno?


**15** Completa en tu cuaderno el término que falta en cada operación.

**a.** ..... × 1000 = 43 600 **c.** 0,008 × ..... = 0,08
**b.** 11,923 × 100 = ..... **d.** ..... × 10 = 6,53

**16** Calcula estos productos.

**a.** $352,123 \times 8,9$ **c.** $23,186 \times 0,731$
**b.** $0,682 \times 0,53$ **d.** $409,33 \times 7,28$

# Aclaro mis ideas

## División de números decimales

### División con cociente decimal

Cuando la división de dos números naturales es inexacta, podemos seguir dividiendo. Para ello, ponemos una coma en el cociente, multiplicamos el resto por 10 y continuamos la división.

15 : 4 = 3,75

### División con cociente decimal

Cuando el dividendo es menor que el divisor, escribimos un 0 en el cociente seguido de una coma. Después multiplicamos el dividendo por 10 y seguimos la división.

5 : 8 = 0,625

### División de un número decimal entre otro natural

Para dividir un número decimal entre un número natural, dividimos primero la parte entera, después escribimos una coma en el cociente y continuamos dividiendo la parte decimal.

5,34 : 6 = 0,89

### División de un número decimal entre 10, 100, 1 000...

Para dividir un número decimal entre 10, 100, 1 000..., trasladamos la coma tantos lugares a la izquierda como ceros siguen a la unidad.

4,5 : 10 → 0,45 34,56 : 100 → 0,3456

### Divisiones equivalentes

Dos divisiones son equivalentes si tienen el mismo cociente.

Para obtener divisiones equivalentes multiplicamos o dividimos el dividendo y el divisor por el mismo número.

3,5 : 2,75 = 350 : 275 = 1,2727...

### División de un número natural entre un número decimal

Para dividir un número natural entre otro decimal, primero quitamos los decimales del divisor multiplicando el dividendo y el divisor por 10, 100, 1 000... y luego dividimos.

45 : 3,54 → 4 500 : 354 = 12,71...

### División de dos números decimales

Para dividir dos números decimales, primero quitamos los decimales del divisor multiplicando el dividendo y el divisor por 10, 100, 1 000... y luego dividimos.

12,54 : 4,657 → 12 540 : 4 667 = 2,69...

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Cuando la división de dos números naturales es inexacta, podemos seguir dividiendo. Para ello, ponemos una coma en el ..... y multiplicamos el resto por ....., después continuamos la división.
- Cuando el dividendo es menor que el divisor, escribimos un ..... en el cociente seguido de una coma. Después multiplicamos el dividendo por ..... y seguimos la división.
- Para dividir un número decimal entre un número natural, dividimos primero la parte ....., después escribimos una ..... en el cociente y continuamos dividiendo la parte ......
- Para dividir un número natural entre otro decimal, primero quitamos los decimales del ..... multiplicando el ..... y el divisor por 10, 100, 1 000... y luego dividimos.
- Dos divisiones son equivalentes si tienen el mismo ......

**2** Calcula el cociente de estas divisiones con dos decimales.

**a.** 8 754 : 14
**b.** 13 828 : 35
**c.** 38 976 : 19
**d.** 10 532 : 28
**e.** 65 214 : 53
**f.** 78 530 : 37

**3** En una carroza navideña quieren repartir 17 kg de caramelos entre sus 25 pasajeros. ¿Cuántos kilogramos de caramelos le corresponden a cada uno?

**4** Ordena los cocientes de estas divisiones de mayor a menor. ¿Qué observas?

3,586 : 8 | 3 586 : 8 | 358,6 : 8 | 35,86 : 8

**5** Realiza en tu cuaderno estas divisiones.

**a.** 23 : 1 000
**b.** 4,67 : 100
**c.** 0,001 : 10
**d.** 0,46 : 10
**e.** 591,8 : 1 000
**f.** 287,35 : 100

**6** Escribe dos divisiones equivalentes a cada una de las dadas.

**a.** 156 : 0,25
**b.** 34,26 : 0,04
**c.** 24,7 : 9,2
**d.** 7,586 : 0,16

**7** Si de una fuente manan 216 l de agua en una hora, ¿cuántas botellas de 0,75 l podremos llenar? ¿Y de 0,3 l?


**8** Realiza estas divisiones.

**a.** 43,567 : 2,8
**b.** 207,12 : 8,5
**c.** 91,543 : 7,4
**d.** 17,8 : 31,6
**e.** 864,8 : 0,46
**f.** 37,812 : 6,23

**9** Si repartimos 31,05 kg de fresas en bolsas de 1,35 kg y 387,86 kg de naranjas en cajas de 8,2 kg, ¿cuántas bolsas y cajas necesitaremos?

**10** Calcula mentalmente estas operaciones.

**a.** 36 × 0,25
**b.** 280 × 0,25
**c.** 400 × 0,25
**d.** 2 400 × 0,5
**e.** 462 × 0,5
**f.** 886 × 0,5

**11** Julián quiere vaciar 234 kg de trigo en sacos de 48 kg, pero no sabe dividir. ¿Cómo podría calcular los sacos que va a necesitar? ¿Cuántos kilogramos le sobran?

# 4 Las potencias y la raíz cuadrada

## Gottfried Wilhelm Leibniz

Nació en 1646 en Leipzig, Sajonia (actualmente Alemania). Inventó el sistema binario.

Gottfried Wilhelm Leibniz, filósofo y matemático alemán, ingresó en 1661 en la universidad de su ciudad natal para estudiar leyes, y dos años después se trasladó a la Universidad de Jena, donde estudió matemáticas.

Además de otros inventos como una máquina de calcular capaz de realizar las operaciones de multiplicación, división y extracción de raíces cuadradas, Leibniz también inventó el sistema de numeración binario, que es el que utilizan todos los ordenadores, por lo que podemos considerarlo el abuelo de la informática.

**binario:** compuesto de dos elementos.

**extraer:** averiguar las raíces de una cantidad.

**equivaler:** dicho de una cosa, ser igual a otra.

El sistema de numeración binario utiliza solo dos dígitos: 0 y 1, mientras que en el sistema decimal utilizamos diez: del 0 al 9.

En una cifra binaria, al igual que en una decimal, cada dígito tiene distinto valor dependiendo de la posición que ocupe. En el sistema decimal el valor de cada posición está asociado al de una potencia de base 10, mientras que en el binario cada valor es el de una potencia de base 2.

Por ejemplo, en el sistema decimal el número 528 se expresa:

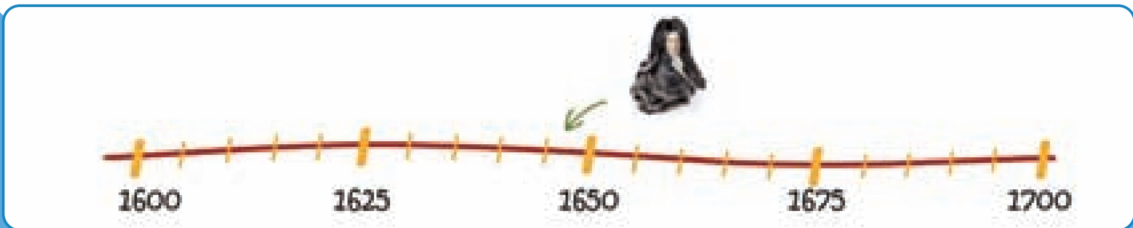
$$528 = 5 \times 100 + 2 \times 10 + 8 = 5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

En el sistema binario el número 1011 se expresa:

$$1011 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

Veamos que el número 1011 del sistema binario equivale al número 11 del sistema decimal.

$$1011 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$$



## Sobre el texto

1. ¿Por qué se puede considerar a Leibniz como el abuelo de la informática?
2. ¿Qué diferencias encuentras entre el sistema de numeración decimal y el binario?
3. ¿A qué número decimal equivale el número binario 101?

## En grupo

Investigad sobre otros inventos importantes de Gottfried Wilhelm Leibniz y compartid la información obtenida con el resto de grupos.

## ¿Diálogo? Sí, gracias

Las personas nos comunicamos y entendemos por medio del lenguaje, que nos permite llegar a acuerdos.

El egoísmo o la prisa son obstáculos para el diálogo y el entendimiento entre las personas. En cambio, el saber escuchar así como ser educado y respetuoso son factores que ayudan a desarrollar propuestas, intercambiar puntos de vista o, sencillamente, contribuyen a mejorar las relaciones humanas.

## Actividades

1. Describe algunas situaciones en las que creas necesario el diálogo. Elabora una tabla en la que aparezcan las ventajas e inconvenientes del diálogo y el entendimiento.
2. ¿Por qué es tan importante aceptar o debatir las ideas y sugerencias de los demás?
3. Define una situación en la que hayas llegado a un acuerdo con alguien a través del lenguaje.

Después de conocer el sistema binario, en esta unidad estudiarás las potencias y las raíces cuadradas.

## Las potencias

Ana tiene en su oficina 4 archivadores, cada archivador tiene 4 cajones y en cada cajón puede guardar 4 carpetas. ¿Cuántas carpetas puede guardar en total?

Para calcularlo, multiplicamos.

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

Por tanto, puede guardar 64 carpetas.

El producto de una multiplicación que tiene todos sus factores iguales es una potencia.

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

Los términos de una potencia son:

**base:** factor que se repite. → $4^3$ ← exponente: número de veces que se repite el factor.

Para leer una potencia nombramos el número de la base seguido de la expresión «elevado a» y el número del exponente.

$4^3$ → cuatro elevado a tres

**Observa**

- La potencia de exponente 0 es igual a 1.

  $6^0 = 1$

- Y la potencia de exponente 1 es igual a la base.

  $6^1 = 6$

Una **potencia** es el producto de una multiplicación en la que todos los factores son iguales. Sus términos son la **base** y el **exponente.**

### actividades

**1** Lee y escribe con letra estas potencias.

**a.** $5^2$ **b.** $2^5$ **c.** $10^4$ **d.** $19^7$ **e.** $3^3$ **f.** $9^3$ **g.** $1^9$ **h.** $100^5$

**2** Copia en tu cuaderno y rodea con rojo la base y con azul el exponente de estas potencias.

**a.** $8^3$ **b.** $2^7$ **c.** $15^0$ **d.** $33^8$ **e.** $25^2$ **f.** $14^1$ **g.** $7^{15}$ **h.** $12^{12}$

**3** Escribe en forma de potencia los siguientes productos.

**a.** $4 \times 4 \times 4$ **b.** $2 \times 2 \times 2 \times 2$ **c.** $3 \times 3 \times 3$ **d.** $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ **e.** $5 \times 5 \times 5 \times 5$ **f.** $8 \times 8 \times 8 \times 8$

**4** Expresa estas potencias en forma de multiplicación y calcula el producto.

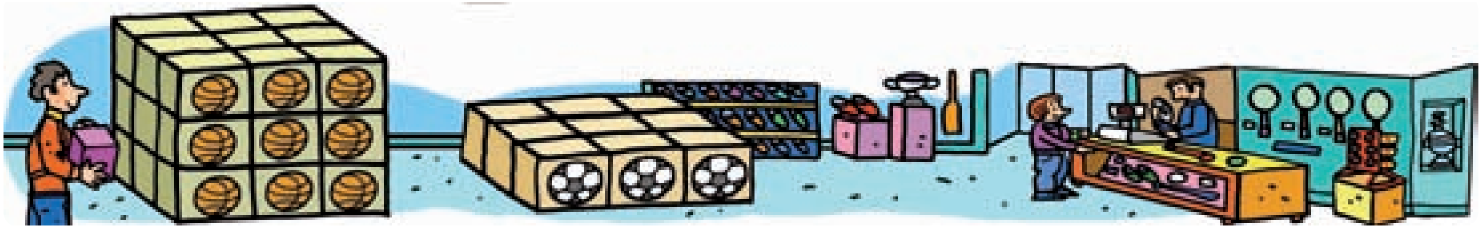
**a.** $5^2$ **b.** $3^3$ **c.** $10^4$ **d.** $6^2$ **e.** $9^4$ **f.** $5^6$

**5** Completa la siguiente tabla en tu cuaderno.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Producto** | $7 \times 7 \times 7$ | | $10 \times 10$ |
| **Base** | | 2 | |
| **Exponente** | | 7 | |
| **Potencia** | | | |
| **Se lee** | | | |

# El cuadrado y el cubo de un número

En una tienda de deportes tienen en oferta los balones de fútbol y los de baloncesto. ¿Cuántos balones de fútbol quedan por vender? ¿Y de baloncesto?



Para calcular el número de balones de fútbol que quedan por vender, multiplicamos.

$$3 \times 3 = 3^2 = 9$$

La potencia $3^2$ se lee «tres elevado a dos» o «tres elevado al cuadrado».

Para calcular el número de balones de baloncesto que quedan por vender, multiplicamos.

$$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$$

La potencia $3^3$ se lee «tres elevado a tres» o «tres elevado al cubo».

Para calcular el **cuadrado** de un número, multiplicamos dicho número por sí mismo.

Para calcular el **cubo** de un número, multiplicamos dicho número por sí mismo tres veces.

## actividades

1. Escribe en forma de potencia los siguientes productos. Después escribe cómo se leen.

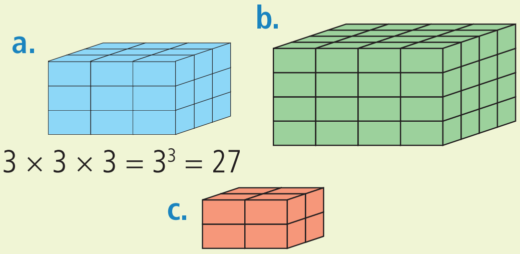
   a. $4 \times 4 \times 4$
   b. $2 \times 2$
   c. $6 \times 6 \times 6$
   d. $12 \times 12$
   e. $35 \times 35 \times 35$
   f. $105 \times 105$

2. Observa el ejemplo y calcula los resultados.

   Siete al cubo → $7^3$ → $7 \times 7 \times 7 = 343$

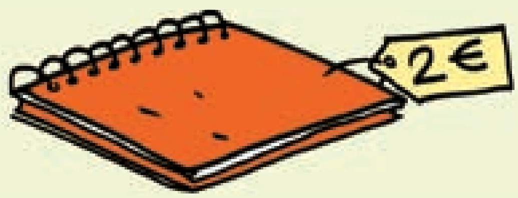
   a. Cinco elevado a tres
   b. Cuatro elevado al cuadrado
   c. Dos elevado al cubo
   d. Cinco elevado a dos
   e. Seis elevado a dos
   f. Ocho elevado al cuadrado

3. ¿Cuántos cubitos componen estas figuras grandes? Observa el ejemplo.

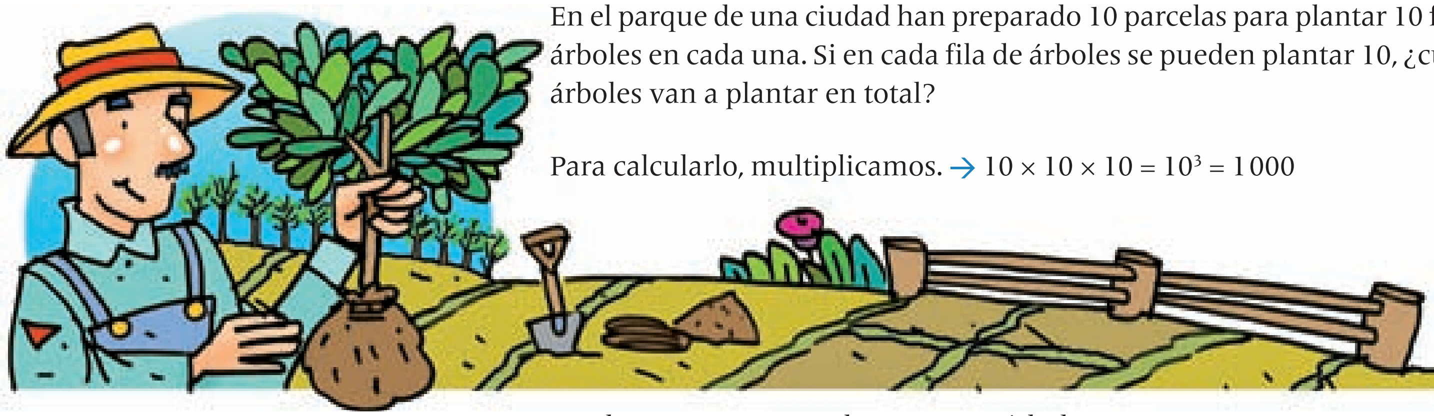
   
   

   $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$

4. El precio de una calculadora es el cubo del precio de un estuche. Si el precio del estuche es el cuadrado del precio de este cuaderno, ¿cuál es el precio del estuche? ¿Y el de la calculadora?

## Potencias de base 10



En el parque de una ciudad han preparado 10 parcelas para plantar 10 filas de árboles en cada una. Si en cada fila de árboles se pueden plantar 10, ¿cuántos árboles van a plantar en total?

Para calcularlo, multiplicamos. → $10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1000$

En el parque se van a plantar 1 000 árboles.

Observa que una potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el exponente.

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

Las potencias de base 10 se utilizan para expresar números grandes de forma abreviada.

$$300000000 = 3 \times 100000000 = 3 \times 10^8$$

Una **potencia de base 10** es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el exponente.

### actividades

**1** Expresa estos productos en forma de potencia de base 10.

**a.** $10 \times 10 \times 10$

**b.** $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

**c.** $10 \times 10 \times 10 \times 10$

**2** Escribe estas potencias en forma de producto y calcula.

**a.** $10^3$ **c.** $10^9$

**b.** $10^6$ **d.** $10^5$

**3** Expresa los siguientes números como producto y como potencia.

**a.** 10 000

**b.** 100 000

**c.** 1 000

**4** ¿Qué números representan estas expresiones? Observa el ejemplo.

$$\boxed{4 \times 10^3 = 4 \times 1000 = 4000}$$

**a.** $4 \times 10^3$ **c.** $45 \times 10^5$ **e.** $1 \times 10^{10}$

**b.** $12 \times 10^2$ **d.** $5 \times 10^4$ **f.** $2 \times 10^9$

**5** Julia ha caminado 4 500 m y su hermana Adela, $4{,}5 \times 10^3$ m. ¿Cuál de las dos hermanas ha recorrido más metros?

**6** Si sabemos que el valor de una potencia es 1 000 y su base es 10, ¿cuál es el exponente?

## Descomposición de números como potencias

Los 3455 habitantes de un pueblo han colaborado en la reforestación de un bosque plantando 15805 árboles.

Los números 3455 y 15805 podemos expresarlos como la suma de varios productos obtenidos al multiplicar una cifra por una potencia de base 10.

$3455 = 3000 + 400 + 50 + 5 \rightarrow 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10 + 5$

$15805 = 10000 + 5000 + 800 + 5 \rightarrow 1 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 5$

**Todos los números se pueden expresar como la suma de varios productos obtenidos al multiplicar la cifra de cada orden de unidades por una potencia de base 10.**

### actividades

1. Descompón estos números como potencias de base 10.

   a. 566
   b. 608
   c. 982
   d. 675
   e. 12343
   f. 25985
   g. 45001
   h. 80124

2. Relaciona las expresiones en tu cuaderno.

| | |
|---|---|
| 1500 | $15 \times 10^4$ |
| 150000 | $15 \times 10^3$ |
| 15000 | $15 \times 10^2$ |
| 150 | $15 \times 10^1$ |

3. Escribe el número que representan estas expresiones.

   a. $3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6$
   b. $5 \times 10^3 + 9$
   c. $5 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 8$
   d. $7 \times 10^2 + 2 \times 10^1$

4. Colón descubrió América en el año $1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2$. ¿Qué año es este?

5. Fernando de Magallanes y Juan Sebastián Elcano iniciaron la primera vuelta al mundo el año 1519 y la terminaron el año 1522.

   a. Escribe las dos fechas como suma de los productos de sus cifras por potencias de base diez.
   b. Expresa las cifras con números romanos.

# La raíz cuadrada

El suelo de una habitación cuadrada tiene 81 baldosas cuadradas iguales. ¿Cuántas baldosas hay en cada lado?

Para calcularlo, buscamos un número que multiplicado por sí mismo dé 81, es decir, un número cuyo cuadrado sea 81.

| | | |
|---|---|---|
| $1 \times 1 = 1^2 = 1$ | $4 \times 4 = 4^2 = 16$ | $7 \times 7 = 7^2 = 49$ |
| $2 \times 2 = 2^2 = 4$ | $5 \times 5 = 5^2 = 25$ | $8 \times 8 = 8^2 = 64$ |
| $3 \times 3 = 3^2 = 9$ | $6 \times 6 = 6^2 = 36$ | $\boxed{9 \times 9 = 9^2 = 81}$ |

En cada lado hay 9 baldosas.

El número 9, que multiplicado por sí mismo da 81, es la **raíz cuadrada** de 81 y se representa así $\sqrt{81}$.

$$\text{radical} \longrightarrow \sqrt{81} = 9 \longleftarrow \text{raíz cuadradrada}$$

$$\uparrow$$
$$\text{radicando}$$

Se lee «raíz cuadrada de ochenta y uno es igual a nueve».

La **raíz cuadrada** de un número es otro número que multiplicado por sí mismo da como producto el primero.

## actividades

**1** Lee estas raíces cuadradas y calcula la raíz.

**a.** $\sqrt{9}$ **d.** $\sqrt{81}$
**b.** $\sqrt{25}$ **e.** $\sqrt{100}$
**c.** $\sqrt{36}$ **f.** $\sqrt{144}$

**2** Observa el ejemplo y completa en tu cuaderno.

La raíz cuadrada de 4 es 2. → $\sqrt{4} = 2$

**a.** La raíz cuadrada de sesenta y cuatro es ..... → .....
**b.** La raíz cuadrada de cuarenta y nueve es ..... → .....
**c.** La raíz cuadrada de ciento veintiuno es ..... → .....

**3** Si la edad de mi primo elevada al cuadrado es 81, ¿qué edad tiene?

**4** Completa en tu cuaderno los números que faltan.

**a.** $\sqrt{.....} = 10$ **d.** $\sqrt{.....} = 1$
**b.** $\sqrt{.....} = 6$ **e.** $\sqrt{.....} = 9$
**c.** $\sqrt{.....} = 5$ **f.** $\sqrt{.....} = 11$

**5** Señala en esta expresión, $\sqrt{16}$, el radical, el radicando y la raíz.

**6** Observa el ejemplo y completa en tu cuaderno.

$11^2 = 121 \rightarrow \sqrt{121}$

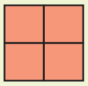
**a.** $15^2 = ..... \rightarrow \sqrt{.....} = .....$
**b.** $40^2 = ..... \rightarrow \sqrt{.....} = .....$

**7** Ángeles, Abel y Sonia tienen que repartirse 81 pelotas de tenis. Sonia se queda con la raíz cuadrada del total multiplicada por dos, Abel toma el triple de la raíz cuadrada del total y Ángeles, el resto. ¿Cuántas pelotas se lleva cada uno?

actividades

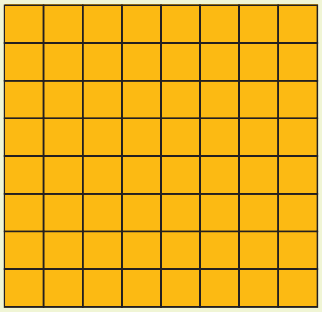
**8** Observa el ejemplo y calcula la raíz cuadrada del número de cuadraditos que tienen estos cuadrados.

**a.**

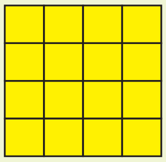


$\sqrt{4} = 2$

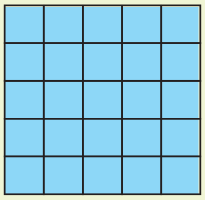
**b.**



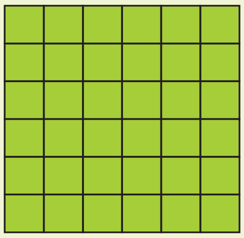
**c.**



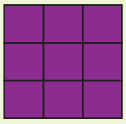
**d.**



**e.**



**f.**



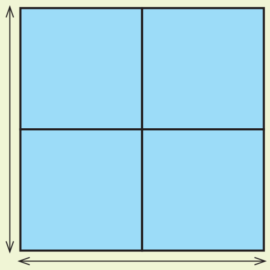
**9** Explica cómo calcularías la longitud de los lados de este cuadrado de 4 m² de área. Elige una de las respuestas.

**a.** Dividiendo el área entre cuatro lados.

**b.** Multiplicando el área por dos.

**c.** Calculando la raíz cuadrada del área.

**d.** Multiplicando el área por tres.



**10** Una sala cuadrada tiene 400 baldosas cuadradas iguales de 30 cm de lado cada una.

**a.** ¿Cuántas baldosas tiene la sala en cada lado?

**b.** ¿Cuánto medirá cada lado de la sala?

**c.** ¿Cuánto medirá el perímetro de la sala?

**11** Luis tiene un puzle de 81 piezas cuadradas iguales. Cada pieza mide 2 cm de lado.

**a.** Calcula cuántas piezas tendrá cada lado del puzle.

**b.** ¿Cuántos centímetros medirá el perímetro del puzle?

**12** Luisa tiene 18 fichas cuadradas iguales y quiere formar con ellas el mayor cuadrado posible. Ayúdate de un dibujo para resolverlo.

**a.** ¿Cuántas fichas utilizará?

**b.** ¿Cuántas fichas le sobrarán?

**c.** ¿Cuántos centímetros medirá el lado del cuadrado formado?

**13** Contesta a estas preguntas.

**a.** ¿Cuál es el producto del triple de una decena por la raíz cuadrada de dieciséis?

**b.** ¿Qué número es igual al producto de la tercera parte de 36,90 por la raíz cuadrada de sesenta y cuatro?

**c.** ¿Por qué número hay que multiplicar 250 para obtener 1 000, por la raíz de 25 o por la raíz de 16?

**d.** ¿Cuál es la raíz cuadrada de la raíz de ochenta y uno?

**14** En un aula de 6.º hay matriculados 28 alumnos y hoy han asistido a clase 27. Si el profesor quiere formar en el patio el cuadrado mayor posible con los alumnos de clase, ¿cuántos alumnos debe colocar en cada lado del cuadrado? Ayúdate de un dibujo.

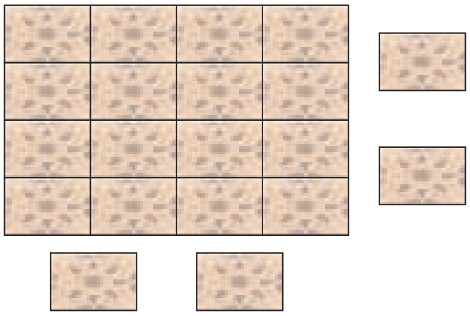
## La raíz cuadrada aproximada

La terraza de Elsa está enlosada con 20 baldosas cuadradas.

¿Cuántas baldosas tiene cada lado de la terraza?

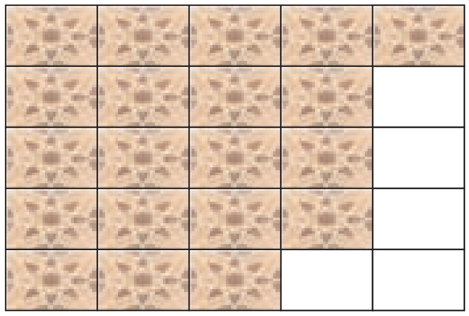
Para averiguarlo tenemos que calcular la raíz cuadrada de 20.

Como no hay ningún número que multiplicado por sí mismo dé 20, buscamos el número cuyo cuadrado sea el más próximo a 20.



Si cada lado de la terraza tuviera 4 baldosas, sobrarían 4.

$$\sqrt{20} > 4$$



Si cada lado de la terraza tuviera 5 baldosas, faltarían 5.

$$\sqrt{20} < 5$$

La raíz cuadrada de 20 será mayor que 4 y menor que 5.

$$4 < \sqrt{20} < 5$$

A los números 4 y 5 los llamamos **raíces aproximadas** de 20.

### actividades

**1** Calcula las raíces aproximadas de los siguientes números.

**a.** $\sqrt{18}$ **f.** $\sqrt{12}$

**b.** $\sqrt{22}$ **g.** $\sqrt{30}$

**c.** $\sqrt{34}$ **h.** $\sqrt{38}$

**d.** $\sqrt{40}$ **i.** $\sqrt{44}$

**e.** $\sqrt{56}$ **j.** $\sqrt{82}$

**2** Escribe los números que tienen su raíz comprendida entre estos números.

3 y 4 → 10, 11, 12, 13, 14 y 15

**a.** 4 y 5 **c.** 9 y 10

**b.** 6 y 7 **d.** 10 y 11

**3** Copia en tu cuaderno los números que tienen raíz cuadrada exacta.

**a.** 24 **e.** 16 **i.** 121

**b.** 50 **f.** 49 **j.** 356

**c.** 75 **g.** 81 **k.** 2025

**d.** 99 **h.** 100 **l.** 1452

**4** Carmen y Luis tienen en una caja 39 piezas cuadradas iguales de un puzle de animales. Tres de las piezas están repetidas. Si la forma del puzle es cuadrada, ¿cuántas piezas tendrá cada lado cuando se termine de completar?

# La raíz cuadrada con la calculadora

Ángel, de 16 años, y Lina, de 12, tienen una calculadora y están practicando haciendo la raíz cuadrada de su edad.

La tecla que realiza la raíz cuadrada es $\boxed{\sqrt{\ }}$ en unos casos y en otros $\boxed{\text{sqrt}}$.

- Ángel calcula la raíz cuadrada de su edad así:

16 $\boxed{\sqrt{\ }}$ → 4

En el visor aparece el número 4, que es la raíz exacta de 16.

- Lina calcula la raíz cuadrada de sus años así:

12 $\boxed{\sqrt{\ }}$ → 3,46...

En el visor aparece el número 3,46..., que es la raíz aproximada de 12.

## actividades

**1** Realiza, con la calculadora, la raíz cuadrada de estos números.

**a.** 400
**b.** 3 600
**c.** 8 100
**d.** 100
**e.** 44 100
**f.** 10 000
**g.** 625
**h.** 3 136
**i.** 2 500
**j.** 4 624

**2** Halla con la calculadora las raíces de estos números. Después escribe las raíces exactas aproximadas.

$\sqrt{67} = 8{,}18$ → raíces exactas aproximadas 8 y 9

**a.** 87
**b.** 90
**c.** 45
**d.** 60
**e.** 115
**f.** 345
**g.** 645
**h.** 405
**i.** 7 685
**j.** 218

**3** Expresa con números y resuelve con la calculadora. Observa el ejemplo.

Añade quince a la raíz cuadrada de dieciséis.
$15 + \sqrt{16} \rightarrow 15 + 4 = 19$

**a.** Añade veinte a la raíz cuadrada de veinticinco.
**b.** Quita tres unidades a la raíz cuadrada de treinta y seis.
**c.** Multiplica por tres la raíz cuadrada de cien.
**d.** Multiplica por diez la raíz cuadrada de ochenta y uno.

**4** Irene ha encontrado estas fichas de un concurso de Matemáticas. ¿Cuál será la respuesta correcta de cada tarjeta?

$19 - 10 + \sqrt{64} \times 10 + 60 : 10$

$12 \times 10 + 21 - \sqrt{225} + 10 + 35 : 5$

# Resuelvo problemas

## Usar la calculadora para resolver problemas

Los 25 alumnos de 6.º B están recaudando dinero para realizar un viaje de estudios. Cada uno de ellos va a vender 25 cajas de galletas con 25 paquetes cada una. Si con cada paquete ganan 25 cts., ¿cuánto van a recaudar en total?

- Primero leemos el enunciado del problema con atención. Después, vemos qué se pregunta e identificamos los datos del problema.
- Para calcular la recaudación total, multiplicamos.

$$25 \times 25 \times 25 \times 25 = 25^4$$

- Para realizar con rapidez estas operaciones utilizamos la calculadora. Multiplicamos 25 por sí mismo 4 veces.

25 $\boxed{\times}$ 25 $\boxed{\times}$ 25 $\boxed{\times}$ 25 $\boxed{=}$ 390 625

Van a recaudar en total 390 625 cts., que son 3 906,25 €.

## Aplico la estrategia

**1** Con ayuda de una calculadora, el encargado de una fábrica de tornillos quiere averiguar la cantidad de tornillos que hay en el almacén. En total hay 50 contenedores que contienen 50 cajas con 50 bolsas cada una. Si cada bolsa contiene 50 tornillos, ¿cuántos tornillos hay en total?

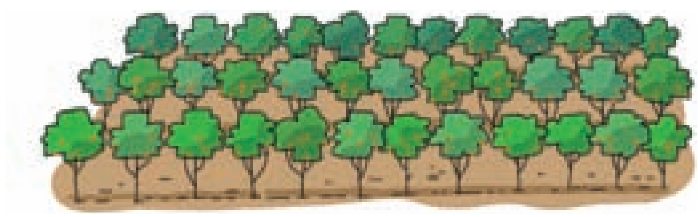
**2** Paula ha metido en su hucha 3 €, mañana quiere meter el triple que hoy y pasado mañana meterá el triple que mañana. ¿Cuánto dinero tendrá pasado mañana en su hucha? Elige la operación correcta y resuelve.

$\boxed{3 + 3^2 + 3^3}$ $\boxed{9^3}$ $\boxed{3^4}$

**3** En un edificio de 5 plantas hay 5 balcones por planta y en cada balcón, 5 macetas como la del dibujo. ¿Cuántas flores hay en total en el edificio?

**4** Alicia y Víctor han calculado la potencia de $16^5$ con la calculadora y han obtenido los siguientes resultados. Comprueba cuál de los dos ha hecho bien los cálculos.


**5** Un agricultor tiene 12 parcelas con 12 filas de 12 naranjos cada una y cada naranjo le da aproximadamente 12 kg de naranjas. Calcula la cantidad total de kilogramos de naranjas que tiene el agricultor. Utiliza la calculadora para resolver el problema.



6 Román quiere comprar una casa en un paraje natural que aún no está construida valorada en 382 528,08 € y le han propuesto la siguiente forma de pago:

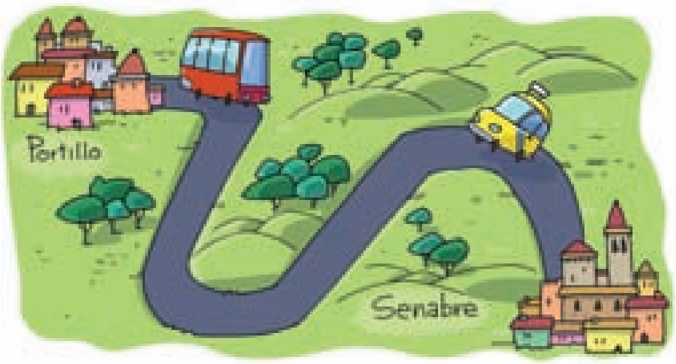
- A la reserva de la casa se dará una sexta parte del valor total.
- Durante la construcción de la casa se entregará la cantidad de 83 940,48 € repartidos en 48 cuotas del mismo importe.
- Una vez finalizada la obra se entregará el resto.

**a.** ¿Qué cantidad tiene que entregar Román para reservar su casa?

**b.** ¿Cuál será el importe que tendrá que pagar Román mensualmente durante la construcción de la casa?

**c.** Una vez acabada la obra, ¿cuánto dinero le queda por pagar?

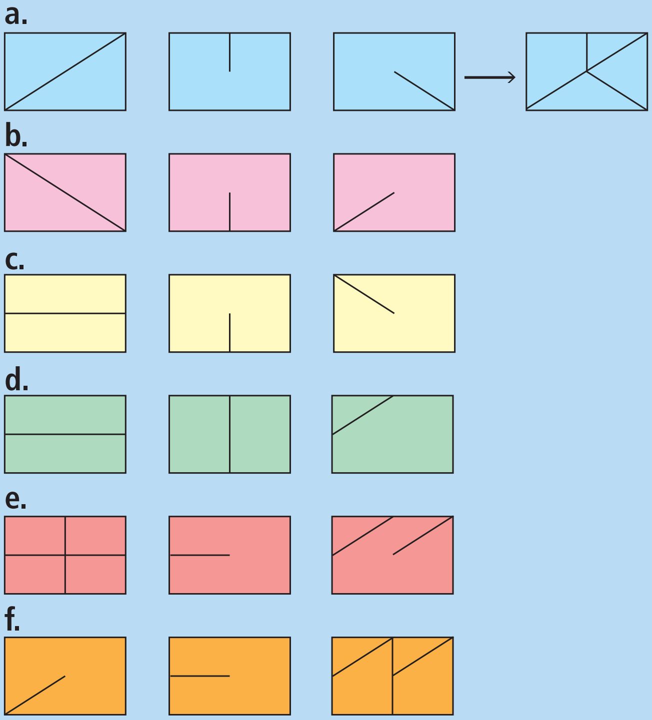
7 La distancia de Portillo a Senabre es de 9 123,35 m. Paula sale de Portillo en autobús hacia Senabre y Rubén sale de Senabre en taxi hacia Portillo. Si el autobús en el que va Paula hace una parada cuando lleva recorridos 3 263,715 m y el taxi para a repostar cuando lleva 2 431,13 m, ¿qué distancia les queda a Paula y a Rubén para llegar a su destino? ¿A qué distancia se encuentran uno del otro?



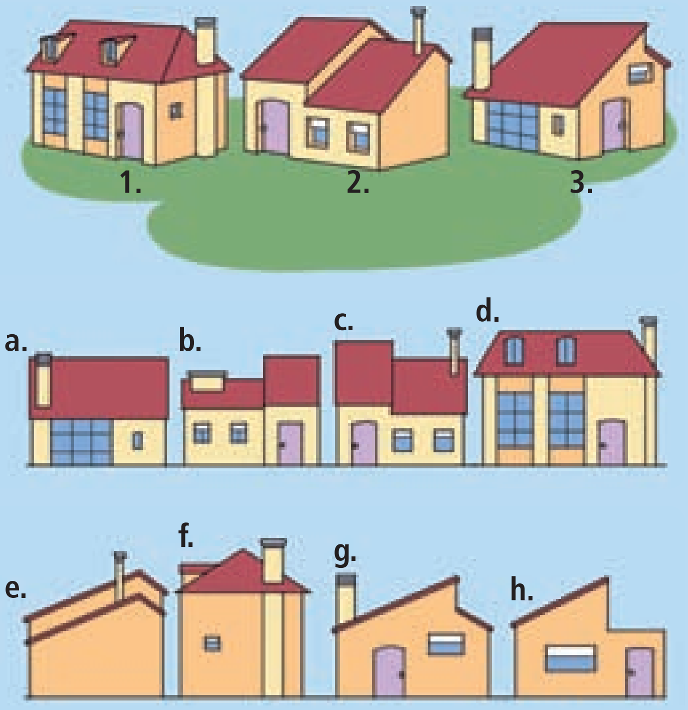

# Lógica

## Atención y percepción espacial

1 Dibuja en tu cuaderno la figura resultante de unir las tres de cada fila. Observa el ejemplo.




2 Observa e identifica qué vistas pertenecen a cada una de las casas.



# Cálculo mental

Para calcular el cuadrado de las decenas exactas menores de 100, multiplicamos la cifra significativa por sí misma y al producto le añadimos dos ceros.

$$40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

**1** Calcula mentalmente estos cuadrados.

**a.** $30^2$ **c.** $50^2$ **e.** $60^2$
**b.** $90^2$ **d.** $80^2$ **f.** $10^2$

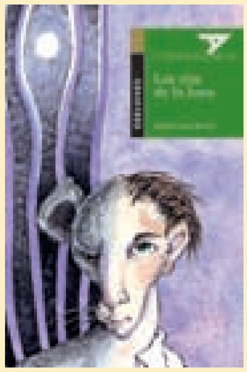
**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo calcularías el cuadrado de las centenas exactas menores de 1 000. Comprueba el resultado con la calculadora.

**3** Calcula mentalmente estos cuadrados.

**a.** $500^2$ **c.** $700^2$ **e.** $400^2$
**b.** $900^2$ **d.** $100^2$ **f.** $200^2$

## Decamat

1. Calcula el doble del cuadrado de tres.
2. Añade la raíz cuadrada de 49 a doce.
3. Calcula el número que es igual a diez elevado a tres.
4. ¿Cuántos ceros tiene la potencia de diez elevado a cinco?
5. Calcula cuatro elevado a dos y el producto de cuatro por dos. ¿Cuál de los dos números es mayor?
6. Multiplica diez elevado a tres por diez.
7. Divide entre dos la raíz de cien.
8. La edad de Juan es el doble de la raíz cuadrada de 36. ¿Cuántos años tiene?
9. Calcula el doble del cubo de tres.
10. La edad de Luis es igual a la raíz cuadrada de 16. ¿Cuál es su edad?



## Si quieres aprender

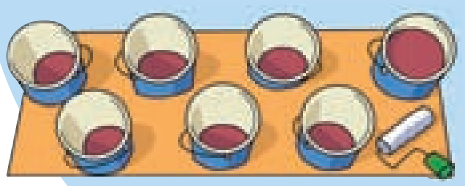
sobre la necesidad de proteger a los animales, lee *Los ríos de la luna,* de Gabriel Janer Manila. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | |
| 4 | | | |
| | | | 3 |
| | 4 | 1 | |

Un pintor utiliza diariamente 6 botes de pintura. Si al final del día con lo que queda en cada bote puede llenar 1, ¿cuántos días tiene para pintar con 36 botes de pintura?



# Uso las TIC

El programa con el que vamos a trabajar en esta sección es el Derive Texas Instruments Incorporated.

La pantalla de presentación es muy sencilla y para realizar las operaciones basta con escribir la expresión adecuada en la barra de operaciones.

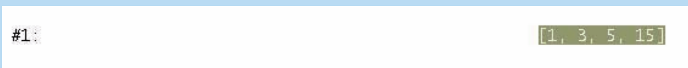

Con este programa puedes calcular rápidamente los divisores de un número, su descomposición en factores primos, el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números.

## Cálculo de divisores de un número

Para calcular los divisores de un número escribimos en la barra de operaciones la expresión «**divisors(x)**», siendo **x** el número del que queremos obtener los divisores.

Así, por ejemplo, si queremos obtener los divisores de 15, escribimos en la barra de operaciones «**divisors(15)**» y pulsamos sobre el botón « = ».

Una vez pulsado el botón nos aparecerán en pantalla los divisores del número.




## Descomposición en factores de un número

Para descomponer un número en factores utilizamos la formula «**factor(x)**».

Por tanto, si queremos obtener la descomposición en factores del número 15, escribimos en la barra de operaciones «**factor (15)**» y pulsamos sobre el botón « = ».

Una vez pulsado el botón nos aparecerán en pantalla los divisores del número.


## Cálculo del máximo común divisor

Para calcular el máximo común divisor de dos números utilizamos la formula «**gcd(x,y)**».

Por lo que si queremos obtener el máximo común divisor de 6 y 15, escribimos en la barra de operaciones «**gcd(6,15)**» y pulsamos sobre el botón « = ».

Una vez pulsado el botón nos aparecerá en pantalla el máximo común divisor.

## Cálculo del mínimo común múltiplo

Para calcular el mínimo común múltiplo de dos números utilizamos la formula «**lcm(x,y)**», siendo **x** e **y** los números de los que queremos obtener el mínimo común múltiplo.

Así, si queremos obtener el mínimo común múltiplo de 6 y 15, escribimos en la barra de operaciones «**lcm(6,15)**» y pulsamos sobre el botón « = ».


Una vez pulsado el botón nos aparecerá en pantalla el mínimo común múltiplo.

## Actividades

**1** Calcula los divisores de los números 38, 148 y 2 358.

**2** Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de 350 y 256.

# Aclaro mis ideas

## Potencias

Una **potencia** es el producto de una multiplicación en la que todos los factores son iguales. Sus términos son la base y el exponente.

**base:** factor que se repite. $\rightarrow 4^3 \leftarrow$ **exponente:** número de veces que se repite el factor.

Para leer una potencia nombramos el número de la base seguido de la expresión «elevado a» y el número del exponente.

$4^3$ → cuatro elevado a tres

Para calcular el **cuadrado** de un número, multiplicamos dicho número por sí mismo.

$$3 \times 3 = 3^2 = 9$$

Para calcular el **cubo** de un número, multiplicamos dicho número por sí mismo tres veces.

$$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$$

Una potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el exponente.

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$$

Todos los números se pueden expresar como la suma de varios productos obtenidos al multiplicar una cifra por una potencia de base 10.

$$3\,455 = 3\,000 + 400 + 50 + 5 \rightarrow 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10 + 5$$

## Raíz cuadrada

La **raíz cuadrada** de un número es otro número que multiplicado por sí mismo da como producto el primero.

$$\text{Radical} \longrightarrow \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Radicando}}}{\sqrt{81}} = 9 \longleftarrow \text{Raíz cuadradrada}$$

Se lee «raíz cuadrada de ochenta y uno es igual a nueve».

| **Raíz exacta** | **Raíz aproximada** |
|---|---|
| $\sqrt{625} = 25$ | $4 < \sqrt{18} < 5$ |

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Una ..... es el producto de una multiplicación en la que todos los factores son iguales. Sus términos son la ..... y el ......
- Para calcular el ..... de un número, multiplicamos dicho número por sí mismo.
- Para calcular el ..... de un número, multiplicamos dicho número por sí mismo tres veces.
- Una potencia de base ..... es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el ......
- La ..... de un número es otro número que multiplicado por sí mismo da como producto el primero.

**2** Lee y escribe con letra estas potencias. Después calcula su valor.

**a.** $7^2$ **c.** $8^2$ **e.** $4^5$
**b.** $5^3$ **d.** $6^4$ **f.** $9^2$

**3** Expresa en forma de potencia estas multiplicaciones.

**a.** $9 \times 9 \times 9 \times 9$ **c.** $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
**b.** $11 \times 11 \times 11$ **d.** $23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23$

**4** Escribe el cuadrado y el cubo de los diez primeros números naturales.

**5** Escribe las siguientes potencias como producto de varios factores.

**a.** $10^2$ **c.** $10^4$ **e.** $10^6$
**b.** $10^5$ **d.** $10^3$ **f.** $10^1$

**6** ¿Qué números representan estas expresiones? Observa el ejemplo.

$$\boxed{4 \times 10^2 = 4 \times 100 = 400}$$

**a.** $5 \times 10^3$ **c.** $8 \times 10^4$ **e.** $7 \times 10^3$
**b.** $12 \times 10^4$ **d.** $25 \times 10^3$ **f.** $18 \times 10^2$

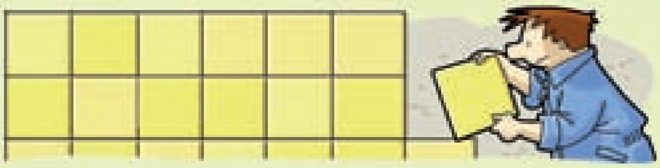
**7** Copia y completa el cuadro en tu cuaderno.

| Número | Producto | Potencia de base 10 |
|---|---|---|
| 1 500 | | $15 \times 10^2$ |
| | $56 \times 1\,000$ | |
| | | $24 \times 10^4$ |

**8** Completa en tu cuaderno con el término que falta.

**a.** $\sqrt{.....} = 9$ **c.** $\sqrt{100} = .....$
**b.** $\sqrt{.....} = 25$ **d.** $\sqrt{121} = .....$

**9** Calcula cuántas baldosas hay que colocar en cada lado de una pared cuadrada en la que caben 144 baldosas iguales y cuadradas.



**10** Calcula las raíces aproximadas de estos números.

**a.** $\sqrt{23}$ **c.** $\sqrt{67}$ **e.** $\sqrt{53}$
**b.** $\sqrt{35}$ **d.** $\sqrt{80}$ **f.** $\sqrt{48}$

**11** Calcula mentalmente las siguientes expresiones.

**a.** $20^2$ **c.** $70^2$ **e.** $40^2$
**b.** $600^2$ **d.** $300^2$ **f.** $800^2$

**12** Un edificio tiene cuatro plantas. Si en cada planta hay cuatro ventanas con cuatro cristales cada una, ¿cuánto costarán todos los cristales si cuestan a 4 € la unidad?

**13** Gloria tiene 10 €, Miguel tiene una cantidad igual al cubo de lo que tiene Gloria y Sandra tiene una cantidad igual a la diferencia entre lo que tienen Miguel y Gloria. ¿Sabrías decir cuánto dinero tiene cada uno? Explica cómo has llegado a la solución.

## Recuerdo lo que sé

**1** Calcula el resultado de estas operaciones aplicando la propiedad distributiva.

**a.** $32 \times (24 - 10)$
**b.** $58 \times (150 - 85)$
**c.** $(65 - 40) \times 9$
**d.** $(540 + 11) \times 7$

**2** Calcula estas divisiones y comprueba el resultado.

**a.** 45 768 : 54
**b.** 740 098 : 73

**3** ¿De qué término de la división se trata?

**a.** Es el resultado de la división.
**b.** Es la diferencia entre el dividendo y el producto del divisor por el cociente.

**4** Escribe en tu cuaderno los cinco primeros múltiplos de estos números.

**a.** 8
**b.** 5
**c.** 3

**5** Calcula el mínimo común múltiplo de estos pares de números.

**a.** 5 y 10
**b.** 7 y 3
**c.** 7 y 21
**d.** 2 y 8

**6** Halla todos los divisores de estos números.

**a.** 18
**b.** 60
**c.** 100
**d.** 75

**7** Amalia tiene una colección de 64 pegatinas. ¿De cuántas formas puede colocarlas en las páginas de un álbum para que en todas ellas haya el mismo número de pegatinas?

**8** Calcula el máximo común divisor de estos pares de números.

**a.** 32 y 24
**b.** 12 y 36
**c.** 18 y 6
**d.** 45 y 9

**9** Averigua, sin hacer las operaciones, qué números son divisibles por 3, por 5 o por 10.

**a.** 120
**b.** 75
**c.** 360
**d.** 72

**10** Escribe los cinco primeros números primos.

**11** ¿Cuándo decimos que un número es compuesto? Explícalo y escribe dos ejemplos.

**12** Lee y escribe de dos formas estos números decimales.

**a.** 6,035
**b.** 0,087

**13** Expresa en forma decimal los siguientes números.

**a.** 12 unidades 14 centésimas
**b.** 6 con veinticinco unidades
**c.** 0 coma treinta y ocho unidades

**14** ¿Qué cifra representa las unidades en que viene dada cada cantidad?

**a.** 4,045 €
**b.** 12,325 m
**c.** 2,336 l

**15** Escribe el número decimal que corresponde a cada letra.


**16** Completa en tu cuaderno para que se cumplan estas comparaciones.

**a.** 0,56 > 0, ..... 6
**b.** 10,038 < 10,0 ..... 8
**c.** 0, ..... ..... 4 < 0,6 ..... 4

**17** Redondea estos números a las unidades.

**a.** 1,89
**b.** 1,54
**c.** 0,532
**d.** 2,845

**18** Redondea los siguientes números a las décimas.

**a.** 4,78
**b.** 0,693
**c.** 2,91
**d.** 1,549

**19** Ana tiene tres tiques de compra. En uno pone que ha pagado 5,76 €, en el segundo, 1,75 € más que en el primero, y en el tercero, una cantidad igual a la del primero y el segundo juntos. ¿Cuánto ha pagado Ana en total?

**20** Realiza estas operaciones.

**a.** 0,879 + 12 + 65,34 **b.** 9,54 – 3,546

**21** Calcula mentalmente y escribe el resultado de estas operaciones.

**a.** 0,508 × 100 **b.** 19,45 × 1 000

**22** Realiza estas multiplicaciones.

**a.** 34,56 × 46 **b.** 43,56 × 0,659

**23** La clase de Ana tiene forma rectangular. El lado mayor mide 8,75 m y el menor, 3,25 m menos.

**a.** Calcula la longitud del lado menor.

**b.** ¿Cuál es la longitud del perímetro de la clase?

**24** Calcula el cociente de estas divisiones con dos decimales.

**a.** 63 546 : 54 **b.** 60 785 : 92

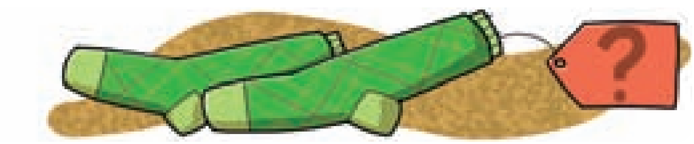
**25** Sin realizar las operaciones, ordena estas divisiones de menor a mayor comparando su divisor.

**a.** 1 687 : 25 **c.** 1 687 : 15

**b.** 1 687 : 32 **d.** 1 687 : 5

**26** En un parque se plantan 465 árboles en 21 filas iguales. ¿Cuántos árboles habrá en cada fila? ¿Con cuántos árboles se queda la fila incompleta?

**27** Si por un lote de 24 pares de calcetines se han abonado 36 €, ¿cuánto ha costado cada par?




**28** Calcula el cociente de estas divisiones con dos decimales y comprueba el resultado.

**a.** 1 047,34 : 32 **c.** 9 009 : 21,8

**b.** 3 298,660 : 54 **d.** 876,45 : 4,6

**29** Calcula el dato que falta en cada operación y completa en tu cuaderno.

**a.** 5 414,56 : 1 000 = ..... **c.** 5 007,36 : 100 = .....

**b.** 0,05 : 10 = ..... **d.** 22,5 : ..... = 2,25

**30** La cosecha anual de aceite de una cooperativa ha sido de 56,32 hl. Para vender el aceite lo envasan en botellas de 0,754 l.

**a.** ¿Cuántas botellas se necesitarán?

**b.** Si la botella se vende a 3,25 €, ¿cuánto se obtendrá con la venta del aceite?

**31** Escribe en forma de potencia los siguientes productos.

**a.** 5 × 5 × 5 × 5 **b.** 4 × 4 × 4

**32** Expresa estas potencias en forma de multiplicación y calcula el producto.

**a.** $4^3$ **b.** $2^5$ **c.** $6^2$ **d.** $2^3$

**33** Expresa con números y calcula el valor de estas potencias.

**a.** Cinco elevado a tres

**b.** Siete elevado al cuadrado

**c.** Dos elevado a cuatro

**34** Escribe estas potencias en forma de producto y calcula su valor.

**a.** $10^2$ **b.** $10^9$ **c.** $10^4$ **d.** $10^6$

**35** En un edificio hay diez plantas y en cada planta, diez pisos. Si en cada piso hay diez puertas y en cada puerta, diez cristales iguales, ¿cuántos cristales hay en todas las puertas de los pisos del edificio?

**36** Calcula las raíces aproximadas de estos números.

**a.** $\sqrt{38}$ **c.** $\sqrt{50}$

**b.** $\sqrt{19}$ **d.** $\sqrt{46}$

**37** Andrés tiene un puzle de animales con 121 piezas cuadradas y de igual tamaño. Cada pieza mide 3 cm de lado.


**a.** ¿Cuántas piezas tendrá en cada lado el puzle completo?

**b.** ¿Cuántos centímetros medirá cada lado?

## Un circo matemático

¿Crees que las matemáticas pueden ser divertidas?

Si sigues estos pasos con ayuda de tus compañeros y tu profesor podréis hacer de las matemáticas un circo, ¡el gran circo de las matemáticas!

### 1. Investigar

Lo primero que debes hacer antes de preparar cada una de las actuaciones del circo es investigar sobre los tipos de secciones que lo formarán. En este caso, lo haréis en grupos de cuatro y cada uno hará una de estas tareas.

| Tarea 1 | Tarea 2 | Tarea 3 | Tarea 4 |
|---|---|---|---|
| Buscar acertijos matemáticos. | Buscar juegos para realizar con la calculadora. | Buscar curiosidades matemáticas. | Buscar figuras imposibles, es decir, que no se pueden construir en la realidad. |

- Para empezar, recopila todo el material que encuentres en la biblioteca, Internet o que te facilite tu profesor sobre el tema que te ha tocado investigar y léelo con atención.

- Luego, reúnete con los compañeros de los otros grupos que tengan la misma tarea que tú y poned en común todo el material que habéis recopilado. Comentad e intercambiad esta información para aclarar las posibles dudas. ¡Si os escucháis y ayudáis, os convertiréis en expertos sobre ese tema!

## 2. Crear

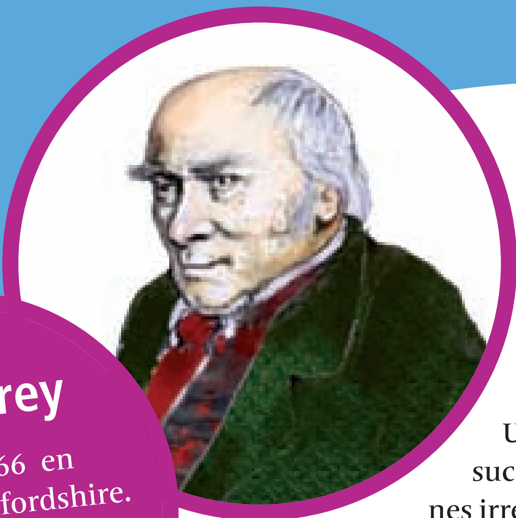
- Ahora ha llegado el momento de planificar la función. Vuelve con tu grupo y transmíteles todo lo que has aprendido de la tarea que tenías encargada; es tu responsabilidad explicarles todo de manera clara y sencilla. Después, escucha lo que ha aprendido cada uno de los miembros de tu equipo, pues cada uno formáis una pieza necesaria para completar el espectáculo.
- Decidid las secciones que va a tener la función y todos los detalles que creáis necesario destacar para realizarla.
- Entre toda la información que habéis recogido, seleccionad la que sea más adecuada para cada actuación.

## 3. Realizar

- Decidid el orden en el que se van a representar las secciones.
- Controlad el tiempo que durará cada parte del espectáculo, es importante que no sean demasiado largas para no aburrir al público.
- Elegid la música que vais a poner en cada una de las actuaciones, así como la decoración del escenario.
- Buscad un lugar adecuado para la puesta en escena.
- Diseñad el vestuario apropiado a cada una de las secciones.
- Ensayad cada número antes de representarlo delante de la clase.

¡Felicidades! Habéis organizado vuestro particular circo de las matemáticas. Mostrad a los compañeros el fruto de vuestro trabajo. ¡Quién dijo que no era posible presentar las matemáticas de un modo original!

# 5 Las fracciones y las operaciones



## John Farey

Nació en 1766 en Woburn en Bedfordshire. Fue un geólogo y escritor inglés, descubrió la sucesión Farey.

Tenía un gran talento para las matemáticas, la pintura y la topografía. Después de su formación, conoció y se casó con su esposa Sophia Hubert con la que tuvo nueve hijos.

Una **sucesión de Farey** es una sucesión matemática de fracciones irreducibles entre 0 y 1.

Veamos como se construye una sucesión de Farey, para el número 3.

**1.º** Construimos unas fracciones con todas las combinaciones posibles de los números 1 al 3.

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}$$

**2.º** Eliminamos las fracciones mayores a 1, o lo que es lo mismo, eliminamos las que el numerador es mayor que el denominador.

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cancel{\frac{2}{1}}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \cancel{\frac{3}{1}}, \cancel{\frac{3}{2}}, \frac{3}{3}$$

**3.º** Simplificamos todas las fracciones, descartando las repetidas.

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3} \rightarrow \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = 1$$

**4.º** Ordenamos el resultado de menor a mayor, agregando el 0 al principio, con denominador 1.

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}$$

Ahora llega el momento mágico. Resulta que la serie resultante tiene una curiosa propiedad: cada término de la sucesión es el cociente de la suma de los numeradores entre la suma de los denominadores de sus términos vecinos.

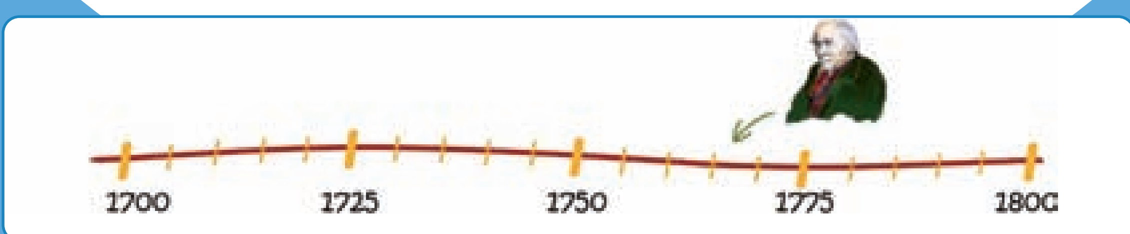
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Para los valores $\frac{0}{1}$ y $\frac{1}{1}$ esto no funciona porque no hay anterior en $\frac{0}{1}$ ni siguiente en $\frac{1}{1}$.

**tutela:** autoridad para cuidar de otra persona.

**sucesión:** conjunto ordenado de términos, que cumplen una ley determinada.

**irreducible:** que no se puede reducir.



## Sobre el texto

1. ¿Para que tenía gran talento Farey?
2. ¿Qué es una sucesión de Farey?
3. Construye la sucesión de Farey para el número 4.

## En grupo

Buscad más información sobre John Farey y compartid la información obtenida con el resto de compañeros.

## Cuidar la inteligencia

La inteligencia es la capacidad que tienen las personas para conocer, analizar, comprender, interpretar y aplicar la información recibida y para investigar, inventar o crear informaciones u objetos nuevos a partir de otras ya existentes.

Todos los personajes que estudiamos en las unidades han destacado por su inteligencia.

La inteligencia se puede desrrollar en todos los casos con actividades y experiencias adecuadas en los medios escolar y familiar.

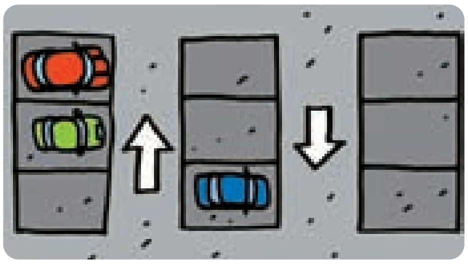
Contribuyen al desarrollo de la inteligencia, el dominio del uso del lenguaje, el razonamiento matemático la capacidad expresiva musical y corporal, la percepción espacial de formas y colores, el dominio de sí mismo, la capacidad para ponerse en el lugar de otro y la curiosidad verificadora.

## Actividades

1. Copia la definición que da el texto de inteligencia y busca en el diccionario el significado de las palabras analizar, interpretar e investigar.
2. ¿Crees que la inteligencia se puede desarrollar? ¿Cómo?
3. Enumera algunas de tus acciones que consideras que desarrollan tu inteligencia.

Después de conocer la curiosa sucesión de Farey, en esta unidad estudiarás más fracciones y cómo operar con ellas.

# La fracción y sus términos. Representación



En un aparcamiento hay 9 plazas del mismo tamaño y forma. Cada plaza representa un noveno, $\frac{1}{9}$, del total de las plazas.

Observa que del total de plazas hay $\frac{3}{9}$ ocupadas y el resto, $\frac{6}{9}$, están vacías.

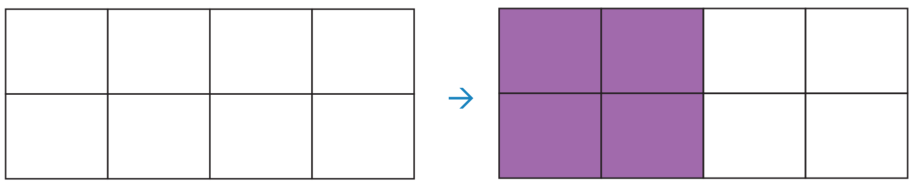
$\frac{3}{9}$

**numerador:** indica el número de plazas ocupadas.

**denominador:** indica el número de plazas iguales que hay en total.

Las expresiones $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{9}$ y $\frac{6}{9}$ son fracciones y se leen «un noveno», «tres novenos» y «seis novenos».

Para representar gráficamente una fracción, dividimos la unidad (segmentos, cuadrados, rectángulos, pentágonos, círculos...) en tantas partes iguales como indique su denominador y coloreamos tantas partes como indique su numerador. Fíjate en cómo representamos $\frac{4}{8}$.



Una **fracción** es una expresión numérica que representa una o varias partes iguales de la unidad. Sus términos se llaman **numerador** y **denominador**.

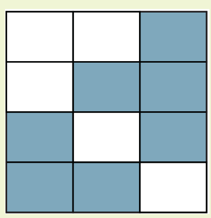
## actividades

**1** Escribe con cifras estas fracciones y represéntalas gráficamente.

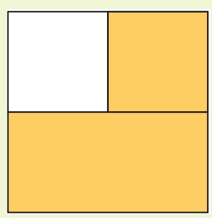
**a.** Cinco sextos
**b.** Nueve décimos
**c.** Siete doceavos
**d.** Nueve quinceavos
**e.** Cuatro novenos
**f.** Quince cuartos
**g.** Diez octavos
**h.** Un veinteavo
**i.** Siete tercios
**j.** Doce quintos

**2** Escribe y lee la fracción que representa la parte coloreada de cada figura.

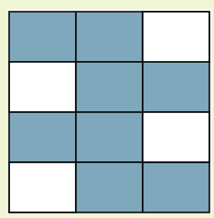
**a.**



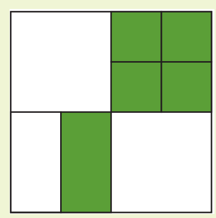
**b.**



**c.**



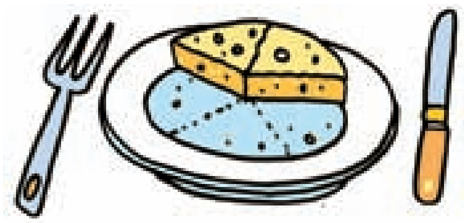
**d.**



**3** Un autobús lleva doce tubos fluorescentes iguales. Hoy solo lleva encendidos ocho. Escribe las fracciones que representan los tubos encendidos y los tubos apagados.

# Número mixto

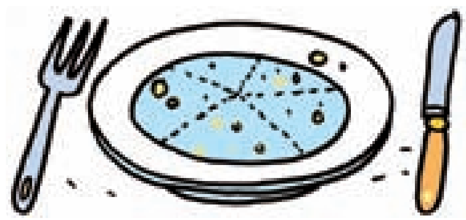
¿Qué fracción de tortilla falta en cada caso?



Faltan $\frac{3}{5}$ de tortilla.

$\frac{3}{5} < 1$

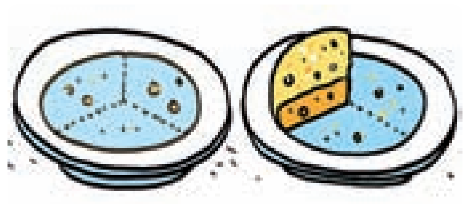
$\frac{3}{5}$ es una **fracción propia.**



Faltan $\frac{5}{5}$ de tortilla.

$\frac{5}{5} = 1$

$\frac{5}{5}$ es una **fracción aparente.**



Faltan $\frac{5}{3}$ de tortilla.

$\frac{5}{3} > 1$

$\frac{5}{3}$ es una **fracción impropia.**

Las fracciones impropias se pueden expresar así:

$$\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} \rightarrow 1\,\frac{2}{3}$$

A la expresión $1\,\frac{2}{3}$ la llamamos número mixto y se lee «uno y dos tercios».

Un **número mixto** es el que está formado por unidades completas y una fracción menor que la unidad.

Todas las fracciones impropias se pueden expresar como un número mixto.

## actividades

1. Escribe cómo se leen estos números mixtos.

   a. $2\,\frac{1}{3}$  c. $2\,\frac{2}{5}$  e. $7\,\frac{2}{3}$

   b. $4\,\frac{6}{7}$  d. $7\,\frac{3}{4}$  f. $2\,\frac{3}{8}$

2. Copia en tu cuaderno las fracciones que puedan expresarse como un número mixto.

   a. $\frac{2}{3}$  c. $\frac{4}{5}$  e. $\frac{5}{4}$

   b. $\frac{7}{6}$  d. $\frac{9}{10}$  f. $\frac{8}{5}$

3. Expresa estas fracciones impropias como un número mixto.

   $\frac{5}{3} \rightarrow 5 : 3 \rightarrow$ cociente: 1, resto: $2 \rightarrow 1\,\frac{2}{3}$

   a. $\frac{8}{5}$  c. $\frac{9}{4}$  e. $\frac{12}{5}$

   b. $\frac{13}{6}$  d. $\frac{18}{5}$  f. $\frac{3}{2}$

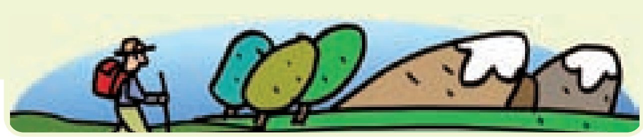
4. Expresa estos números mixtos como fracciones impropias.

   $3\,\frac{2}{7} \rightarrow 3 \times 7 + \frac{2}{7} \rightarrow \frac{23}{7}$

   a. $2\,\frac{1}{5}$  b. $4\,\frac{2}{3}$  c. $1\,\frac{6}{7}$

5. Un obrero de la construcción dice que ha consumido $2\,\frac{3}{5}$ de sacos de cemento y su jefe afirma que han sido $\frac{13}{5}$. ¿Expresan los dos la misma cantidad? Explica tu respuesta.

6. Un senderista ha caminado $4\,\frac{1}{5}$ km por la mañana y 4 300 m por la tarde. ¿Cuándo ha caminado más, por la mañana o por la tarde? ¿Cuántos metros ha caminado en total?



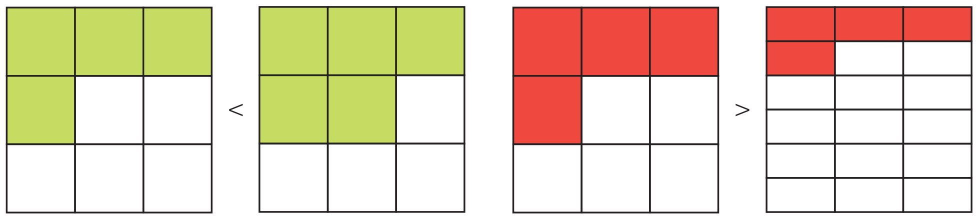
# Comparación de fracciones

Ángel y Adeli tienen que hacer un mural con pinturas. Ángel ha utilizado $\frac{4}{9}$ de un bote de pintura verde y $\frac{4}{9}$ de pintura roja, y Adeli ha usado $\frac{5}{9}$ de pintura verde y $\frac{4}{18}$ de pintura roja. ¿Cuál de los dos ha utilizado más pintura verde? ¿Y roja?

Para averiguarlo, comparamos las fracciones $\frac{4}{9}$ y $\frac{5}{9}$, $\frac{4}{9}$ y $\frac{4}{18}$.

Si dos o más fracciones tienen el mismo denominador, es mayor la que tenga mayor numerador.

Si dos o más fracciones tienen el mismo numerador, es mayor la que tiene menor denominador.



$\frac{4}{9} < \frac{5}{9}$ $\qquad$ $\frac{4}{9} > \frac{4}{18}$

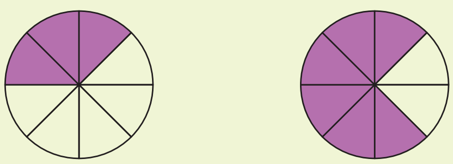
Adeli ha utilizado más pintura verde que Ángel.

Ángel ha usado más pintura roja que Adeli.

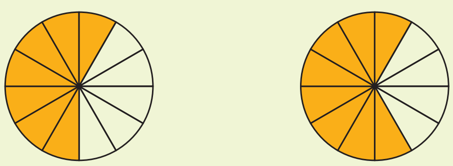
**actividades**

1. Escribe la fracción que representan estas figuras y compara las fracciones de cada par de imágenes.

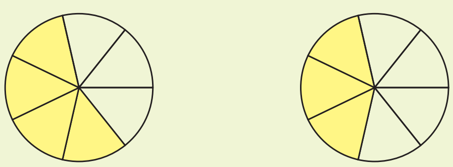
**a.**



**b.**



**c.**



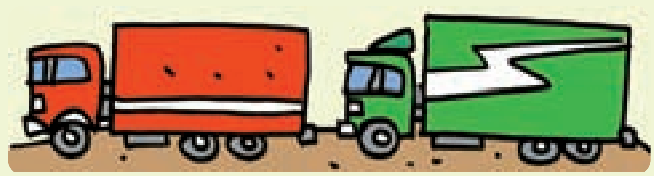
2. Representa y colorea en un círculo $\frac{4}{5}$ y en otro igual $\frac{4}{7}$. ¿En cuál se ha coloreado mayor cantidad del círculo?

3. Ordena de mayor a menor estas fracciones.

**a.** $\frac{4}{5}, \frac{6}{5}$ y $\frac{3}{5}$ $\qquad$ **c.** $\frac{3}{8}, \frac{3}{6}$ y $\frac{3}{12}$

**b.** $\frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ y $\frac{2}{7}$ $\qquad$ **d.** $\frac{4}{7}, \frac{4}{12}$ y $\frac{4}{9}$

4. Dos camiones tienen que transportar los muebles de una mudanza. El camión rojo lleva los $\frac{5}{8}$ de los muebles y el camión verde, los $\frac{5}{9}$. ¿Qué camión transporta mayor cantidad de muebles?



5. La leche que se obtiene en una vaquería se distribuye de la siguiente forma: $\frac{4}{9}$ del total se embotella, $\frac{4}{12}$ del total se dedica a hacer quesos y $\frac{4}{18}$, a fabricar yogures. ¿A qué se dedica mayor y menor cantidad de leche?

## Fracciones equivalentes

Elena ha comido $\frac{2}{4}$ de una pizza mediana y Alfredo, $\frac{4}{8}$. ¿Cuál de los dos ha comido más pizza?

Para averiguarlo vemos qué trozo de pizza ha comido cada uno.

Elena → $\frac{2}{4}$ Alfredo → $\frac{4}{8}$

Por tanto, los dos han comido la misma cantidad.

A las fracciones que como $\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{8}$ representan la misma cantidad de la unidad las llamamos **fracciones equivalentes.**

Para obtener fracciones equivalentes a otra dada podemos utilizar dos procedimientos.

### Observa

Dos fracciones son equivalentes si los productos cruzados de sus términos son iguales.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \rightarrow 2 \times 6 = 3 \times 4 = 12$

**Por ampliación**

Multiplicando el numerador y el denominador por el mismo número.

| Fracción | Cálculo | Fracción equivalente |
|---|---|---|
| $\frac{3}{6}$ | $\frac{3 \times 2}{6 \times 2}$ | $\frac{6}{12}$ |

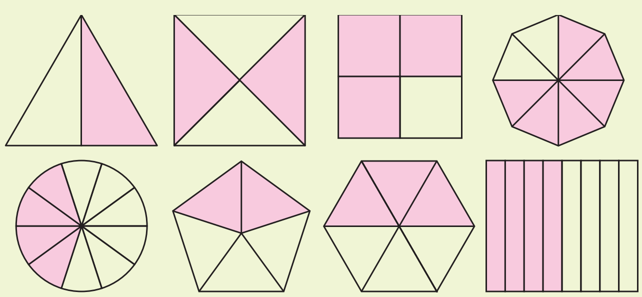
**Por simplificación**

Dividiendo el numerador y el denominador por un mismo número.

| Fracción | Cálculo | Fracción equivalente |
|---|---|---|
| $\frac{4}{6}$ | $\frac{4 : 2}{6 : 2}$ | $\frac{2}{3}$ |

### actividades

1. Copia en tu cuaderno los pares de figuras que representan fracciones equivalentes.



2. Calcula dos fracciones equivalentes a $\frac{3}{5}$ por ampliación y otras dos equivalentes a $\frac{12}{24}$ por simplificación.

3. Comprueba si estos pares de fracciones son equivalentes.

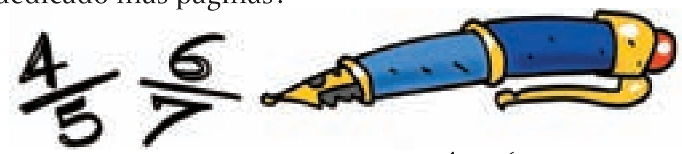
   a. $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{9}$
   b. $\frac{4}{7}$ y $\frac{8}{13}$
   c. $\frac{1}{5}$ y $\frac{2}{10}$
   d. $\frac{3}{6}$ y $\frac{4}{8}$

4. Escribe en tu cuaderno el término que falta en estos pares de fracciones equivalentes.

   a. $\frac{2}{3} = \frac{....}{9}$
   b. $\frac{....}{4} = \frac{6}{12}$
   c. $\frac{1}{5} = \frac{....}{15}$
   d. $\frac{3}{5} = \frac{6}{....}$
   e. $\frac{5}{6} = \frac{....}{12}$
   f. $\frac{3}{6} = \frac{....}{2}$

## Reducción de fracciones a común denominador

Carmen ha dividido su cuaderno en varias secciones. Ha dedicado $\frac{4}{5}$ de páginas del cuaderno para el cálculo mental y $\frac{6}{7}$, para problemas. ¿A qué sección le ha dedicado más páginas?



Para averiguarlo, comparamos las fracciones $\frac{4}{5}$ y $\frac{6}{7}$ reduciéndolas a común denominador así:

**Método de los productos cruzados**

| Fracción | Multiplicamos los numeradores cruzados y los denominadores entre sí. | Fracciones equivalentes |
|---|---|---|
| $\frac{4}{5}$ y $\frac{6}{7}$ | $\frac{4 \times 7}{5 \times 7}$ y $\frac{6 \times 5}{7 \times 5}$ | $\frac{28}{35}$ y $\frac{30}{35}$ |

Comparando las fracciones equivalentes a $\frac{4}{5}$ y $\frac{6}{7}$ con el mismo denominador, $\frac{28}{35} < \frac{30}{35}$, podemos afirmar que Carmen ha dedicado más páginas del cuaderno a problemas que a cálculo mental.

Para obtener fracciones con el mismo denominador podemos usar el **método de los productos cruzados de los numeradores.**

### Observa

Una **fracción** es **irreducible** cuando no podemos encontrar una fracción equivalente con sus términos más pequeños.

$\frac{1}{3}$ es la fracción irreducible de $\frac{9}{27}$

### actividades

1. Reduce a común denominador utilizando el método de productos cruzados.

   **a.** $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$ **d.** $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$

   **b.** $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{7}$ **e.** $\frac{4}{7}$ y $\frac{1}{2}$

   **c.** $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{3}$ **f.** $\frac{3}{6}$ y $\frac{1}{2}$

2. Ordena estas fracciones de menor a mayor. Redúcelas primero a común denominador.

   **a.** $\frac{8}{12}$, $\frac{5}{12}$ y $\frac{6}{6}$

   **b.** $\frac{6}{9}$, $\frac{3}{9}$ y $\frac{2}{5}$

   **c.** $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{6}$ y $\frac{5}{7}$

   **d.** $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{8}$ y $\frac{1}{8}$

3. Dos amigos tienen que hacer las mismas actividades del colegio en el fin de semana. Si uno de los amigos ha hecho los $\frac{2}{3}$ de las actividades y el otro ha realizado los $\frac{4}{5}$, ¿cuál de los dos ha realizado más cantidad de actividades?

4. En un huerto hay un depósito de agua para riego. Por la mañana se consumen los $\frac{2}{9}$ del agua del depósito y por la tarde, los $\frac{3}{8}$. ¿Cuándo se ha consumido más agua, por la mañana o por la tarde? Razona tu respuesta.

5. Tres alumnos de una clase han salido a la pizarra a resolver una actividad. El primero ha utilizado $\frac{2}{5}$ de la pizarra, el segundo $\frac{2}{3}$ y el tercero $\frac{3}{4}$. ¿Cuál de los tres ha utilizado más trozo de pizarra?

Ángela y Diego van a recorrer 4 km en bicicleta. Después de media hora, Ángela ha recorrido $\frac{2}{3}$ de la distancia y Diego, $\frac{3}{4}$. ¿Quién ha recorrido mayor distancia?

Para resolver el problema comparamos las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ reduciéndolas primero a común denominador así:

| Método del mínimo común múltiplo | |
|---|---|
| Primero calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores. | Después, colocamos el m.c.m., 12, como denominador de las nuevas fracciones y calculamos el numerador dividiendo el m.c.m. entre el denominador de cada fracción y multiplicamos el resultado por los numeradores. |
| Múltiplos de 3 → 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, 24<br>Múltiplos de 4 → 4, 8, **12**, 16, 20, 24<br>m.c.m. (3, 4) = 12 | $\frac{(12:3)\times 2}{12} = \frac{8}{12}$<br>$\frac{(12:4)\times 3}{12} = \frac{9}{12}$ |

Ahora comparamos las nuevas fracciones y vemos que $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$, por lo que $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

Por tanto, Diego ha recorrido mayor distancia.

Para obtener fracciones con el mismo denominador podemos usar el **método del mínimo común múltiplo.**

## actividades

1 Reduce a común denominador utilizando el método del mínimo común múltiplo.

a. $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$

b. $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$

c. $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$

d. $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{4}$

2 ¿Cómo explicas que $\frac{1}{5}$ de 90 represente una cantidad mayor que $\frac{1}{6}$ de la misma cantidad?

3 En una cafetería venden batidos de todos los sabores, pero los más vendidos son los de chocolate y los de piña. De chocolate venden al día $\frac{2}{5}$ del total, y de piña, $\frac{1}{3}$. ¿De qué tipo de batido se vende mayor cantidad? Calcula el resultado reduciendo las fracciones a común denominador.

4 Del total de alumnos que utilizan el transporte escolar, $\frac{4}{9}$ son menores de 8 años y $\frac{3}{8}$, de 8 años o más. ¿De qué edad van más niños en el transporte escolar?

5 Con los alumnos de una clase se hacen tres grupos. En uno hay $\frac{4}{9}$ del total, en otro, $\frac{3}{8}$, y en el tercero, el resto. ¿En cuál de los dos primeros grupos hay más alumnos? ¿Por qué?

# Adición y sustracción de fracciones

Julián está coleccionando un álbum de pegatinas de fútbol. Por la mañana ha pegado $\frac{3}{12}$ del total de pegatinas y por la tarde, $\frac{5}{12}$. ¿Qué fracción de pegatinas ha pegado en total?

Para resolver el problema sumamos $\frac{3}{12}$ y $\frac{5}{12}$.

**recuerda**

Una fracción que tiene sus términos iguales representa la unidad.

$$\frac{7}{7} = 1$$

$$\frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12}$$

Luego en total ha pegado $\frac{8}{12}$ de pegatinas.

- ¿Cuántas más ha pegado por la tarde que por la mañana?

Para averiguarlo, restamos $\frac{5}{12}$ y $\frac{3}{12}$.

$$\frac{5}{12} - \frac{3}{12} = \frac{2}{12}$$

Así pues, por la tarde ha pegado $\frac{2}{12}$ de pegatinas más que por la mañana.

Para **sumar** o **restar fracciones con el mismo denominador**, sumamos o restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

## actividades

**1** Suma las siguientes fracciones.

**a.** $\frac{3}{5} + \frac{6}{5}$

**b.** $\frac{5}{9} + \frac{4}{9}$

**c.** $\frac{5}{7} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7}$

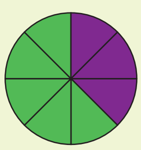
**d.** $\frac{2}{7} + \frac{4}{7}$

**e.** $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{5}{8}$

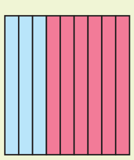
**f.** $\frac{12}{25} + \frac{2}{25} + \frac{10}{25}$

**2** Escribe en tu cuaderno la fracción correspondiente a cada parte coloreada de estas figuras. Después, súmalas y representa gráficamente la fracción que resulte.

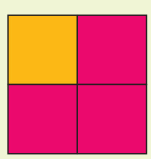
**a.**



**b.**



**c.**



**3** Calcula estas operaciones.

**a.** $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{2}{4}$

**b.** $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} - \frac{3}{5}$

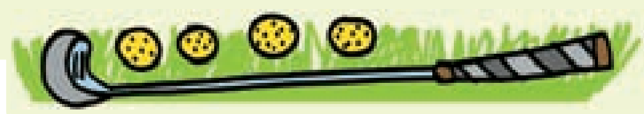
**c.** $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$

**d.** $\frac{7}{9} - \frac{5}{9} + \frac{2}{9}$

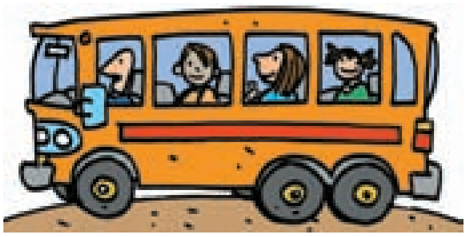
**4** Noel y Justo están en un campo de prácticas de golf y tienen que lanzar 250 pelotas en total. Después de un cuarto de hora, Noel ha lanzado $\frac{2}{7}$ del total y Justo, $\frac{5}{7}$.

**a.** ¿Qué fracción del total de pelotas han lanzado?

**b.** ¿Qué fracción indica la diferencia de pelotas lanzadas por Noel y Justo?



# Adición y sustracción de fracciones



De los alumnos que viajan en un autobús escolar, $\frac{2}{5}$ son niños y $\frac{4}{7}$ niñas. ¿Cuántos niños y niñas viajan en total?

Para resolver el problema sumamos $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{7}$.

Como las fracciones tienen distinto denominador, antes de operar las reducimos a común denominador por el método de los productos cruzados o por el del mínimo común múltiplo. Para resolver el problema vamos a utilizar el método de los productos cruzados.

$$\frac{2}{5} \text{ y } \frac{4}{7} \rightarrow \frac{2 \times 7}{5 \times 7} \text{ y } \frac{4 \times 5}{7 \times 5} \rightarrow \frac{14}{35} \text{ y } \frac{20}{35}$$

Ahora sumamos las nuevas fracciones.

$$\frac{14}{35} + \frac{20}{35} = \frac{34}{35}$$

Luego en total viajan en el autobús escolar $\frac{34}{35}$ niños y niñas.

- ¿Cuántas niñas van más que niños?

Para averiguarlo restamos las fracciones $\frac{4}{7}$ y $\frac{2}{5}$, pero como tienen distinto denominador restamos sus equivalentes, $\frac{20}{35}$ y $\frac{14}{15}$.

$$\frac{20}{35} - \frac{14}{35} = \frac{6}{35}$$

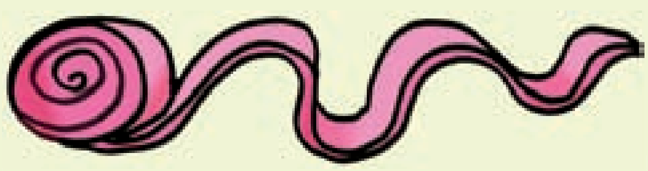
Por tanto en el autobús viajan $\frac{6}{35}$ niñas más que niños.

Para **sumar o restar fracciones de distinto denominador**, primero reducimos las fracciones a común denominador y después sumamos o restamos.

## actividades

1. Realiza estas operaciones.
   - a. $\frac{3}{2} + \frac{1}{5}$
   - b. $\frac{5}{9} + \frac{1}{2}$
   - c. $\frac{4}{7} + \frac{2}{3}$
   - d. $\frac{6}{7} - \frac{4}{6}$
   - e. $\frac{4}{6} + \frac{2}{5}$
   - f. $\frac{5}{10} - \frac{2}{5}$

2. De una tira de chicle, Mingo ha cortado $\frac{2}{9}$ y Victoria, $\frac{4}{7}$.
   - a. ¿Qué fracción de la tira de chiche han cortado en total?
   - b. ¿Qué fracción representa la diferencia entre los trozos que han cortado Mingo y Victoria?



3. En una caja cabe 1 kg de arena. Si está vacía y echamos primero $\frac{3}{5}$ de kilogramo y luego $\frac{2}{7}$ de kilogramo, ¿pesará 1 kg la arena de la caja?

4. Un cine tiene 96 butacas. En la primera sesión, $\frac{3}{8}$ de los asistentes eran mujeres y $\frac{2}{9}$, hombres.
   - a. ¿Qué fracción representa el total de personas que han ido a la primera sesión?
   - b. ¿Qué fracción representa la diferencia entre las mujeres y los hombres asistentes?
   - c. ¿Cuántas butacas ocuparon en total los asistentes a la primera sesión?

# Multiplicación de fracciones

Alberto pinta $\frac{2}{8}$ de una pared en una hora. Si trabaja 3 h en vez de una, ¿qué parte de la pared habrá pintado?

Para averiguarlo, multiplicamos 3 por $\frac{2}{8}$ así:

$$3 \times \frac{2}{8} = \frac{3 \times 2}{8} = \frac{6}{8}$$

Por tanto, Alberto ha pintado en tres horas $\frac{6}{8}$ de la pared.

- ¿Cuánto pintará Alberto en $\frac{3}{4}$ de hora?

Para resolverlo, multiplicamos $\frac{2}{8}$ por $\frac{3}{4}$ así:

$$\frac{2}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{8 \times 4} = \frac{6}{24}$$

En consecuencia, Alberto pintará en $\frac{3}{4}$ de hora $\frac{6}{24}$ de pared.

**Observa**

Al multiplicar un número por una fracción estamos calculando la fracción de esa cantidad.

$\frac{3}{8}$ de 320 → $\frac{3}{8} \times 320 = \frac{960}{8} = 120$

Para **multiplicar un número por una fracción**, multiplicamos el numerador de la fracción por dicho número y dejamos el mismo denominador.

Para **multiplicar fracciones**, multiplicamos sus numeradores y sus denominadores.

## actividades

1. Calcula los siguientes productos.

   **a.** $25 \times \frac{4}{5}$ **c.** $81 \times \frac{3}{9}$ **e.** $\frac{4}{6} \times 120$

   **b.** $\frac{7}{9} \times 270$ **d.** $450 \times \frac{3}{4}$ **f.** $7 \times \frac{56}{23}$

2. Multiplica estas fracciones.

   **a.** $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ **c.** $\frac{1}{2} \times \frac{7}{8}$ **e.** $\frac{2}{5} \times \frac{3}{6}$

   **b.** $\frac{1}{2} \times \frac{2}{4} \times \frac{5}{6}$ **d.** $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ **f.** $\frac{4}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{2}$

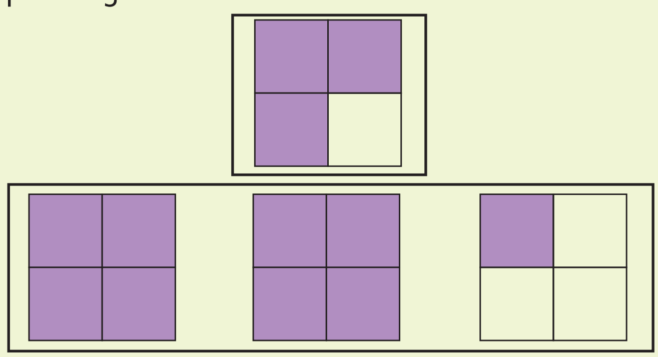
3. Calcula la fracción que se indica de las cantidades dadas.

   **a.** $\frac{2}{3}$ de 450 m **b.** $\frac{4}{5}$ de 500 kl **c.** $\frac{2}{9}$ de 810 €

4. Marta ha comprado 80 bolsas de piedras para decorar su jardín. ¿Cuántos kilogramos de piedras de colores ha comprado en total si cada bolsa pesa $\frac{3}{4}$ de kilogramo?

5. Alejandro bebe cada día $\frac{7}{4}$ de litro de agua. ¿Cuántos litros de agua consume en siete días?

6. ¿Por qué número se ha multiplicado la fracción representada por la primera figura para obtener la representada por la segunda?



7. En un puesto de bebida de una maratón, $\frac{24}{50}$ de las botellas no se han consumido. Si de estas botellas $\frac{2}{3}$ contienen bebida para deportistas, ¿qué fracción del total representan las botellas con bebida para deportistas?

# División de fracciones

¿Cuántos vasos de agua de $\frac{2}{8}$ de litro podemos llenar con una botella de $\frac{3}{4}$ de litro?

Para averiguarlo, dividimos $\frac{3}{4}$ entre $\frac{2}{8}$.

Para dividir dos fracciones, primero multiplicamos el numerador de la primera por el denominador de la segunda.

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{8} = \frac{3 \times 8}{}$$

Después, multiplicamos el denominador de la primera por el numerador de la segunda.

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{8} = \frac{3 \times 8}{4 \times 2} = \frac{24}{8} = 3$$

Luego podemos llenar 3 vasos de agua.

Para **dividir dos fracciones,** multiplicamos en cruz sus términos.

**Observa**

Para dividir una fracción entre un número, multiplicamos el denominador por dicho número.

$$\frac{3}{6} : 2 = \frac{3}{6 \times 2} = \frac{3}{12}$$

**actividades**

1. Realiza las siguientes divisiones.

   a. $\frac{3}{5} : \frac{4}{6}$
   b. $\frac{3}{4} : \frac{1}{3}$
   c. $\frac{4}{5} : \frac{1}{7}$
   d. $\frac{3}{8} : \frac{1}{3}$
   e. $\frac{7}{8} : \frac{3}{5}$
   f. $\frac{4}{10} : \frac{5}{7}$
   g. $\frac{5}{11} : \frac{3}{5}$
   h. $\frac{6}{7} : \frac{3}{9}$

2. Calcula estos cocientes.

   a. $\frac{6}{9} : 5$
   b. $\frac{6}{15} : 4$
   c. $\frac{8}{7} : 6$
   d. $\frac{7}{8} : 5$
   e. $\frac{2}{8} : 6$
   f. $\frac{3}{9} : 7$

3. Representa gráficamente el resultado de la división $\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$.

4. Completa en tu cuaderno las siguientes divisiones.

   a. $\frac{3}{\dots} : \frac{3}{\dots} = \frac{6}{8}$
   b. $\frac{\dots}{5} : \frac{\dots}{7} = \frac{7}{10}$
   c. $\frac{4}{\dots} : \frac{1}{\dots} = \frac{12}{8}$
   d. $\frac{\dots}{8} : \frac{\dots}{3} = \frac{9}{16}$

5. Si 32 l de leche se envasan en cartones de $\frac{3}{8}$ de litro, ¿cuántos cartones se llenarán? ¿Quedará alguno sin llenar completamente?

6. En una heladería tienen $\frac{5}{3}$ de litro de helado de chocolate. ¿Cuántas tarrinas de $\frac{2}{9}$ de litro podemos llenar? ¿Quedará alguna tarrina sin llenar completamente?

# Resuelvo problemas

## Resolver problemas utilizando la fracción de una cantidad

Ana se ha comprado una motocicleta por 3275,55 € en una tienda de vehículos de ocasión donde le han ofrecido unas facilidades de pago muy buenas.


En la tienda le han propuesto entregar una cantidad al principio y el resto, $\frac{3}{5}$ partes del total, repartirlo en 24 plazos. ¿Qué cantidad tendría que entregar inicialmente?

- Para averiguar la cantidad que Ana debería dar al principio, calcularemos primero los $\frac{3}{5}$ del precio total de la motocicleta, que es lo que pagará en 24 plazos una vez entregada la primera cantidad.

$$\frac{3}{5} \text{ de } 3275{,}55 \text{ €} \rightarrow (3275{,}55 \times 3) : 5 \rightarrow 9826{,}65 : 5 = 1965{,}33$$

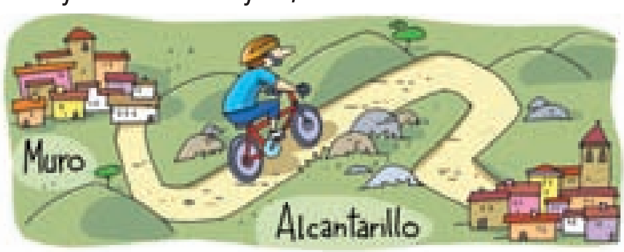
- Después, calculamos la cantidad que tendría que entregar al principio restándole al total del precio de la moto los 1 965,33 € del dinero que se entrega a plazos.

$$3\,275{,}55 \text{ €} - 1\,965{,}33 \text{ €} = 1\,310{,}22 \text{ €}$$

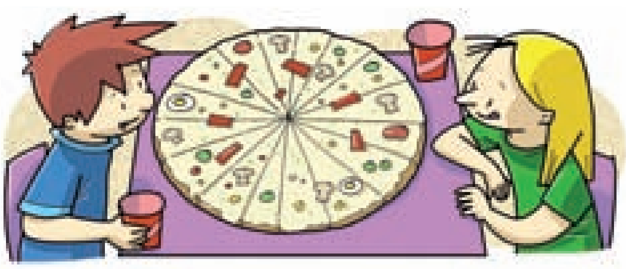
Por tanto, la cantidad que Ana tendría que entregar al principio sería de 1310,22 €.

## Aplico la estrategia

**1** Un ciclista quiere ir de Muro a Alcantarillo. Si ya ha recorrido $\frac{3}{7}$ de la distancia, ¿cuánto le queda por recorrer si entre Muro y Alcantarillo hay 19,292 km?




**2** Enrique se ha tomado $\frac{3}{8}$ de pizza y Tina, $\frac{2}{4}$.



**a.** ¿Cuántos trozos de pizza se ha tomado cada uno?
**b.** ¿Cuántos trozos han sobrado? ¿Qué fracción representan?

**3** En un depósito de agua caben 148 716 l y contiene $\frac{5}{9}$ de su capacidad.

**a.** ¿Cuántos litros de agua tiene el depósito?
**b.** Si un camión cisterna coge $\frac{2}{5}$ del agua que hay en el depósito, ¿cuántos litros carga? ¿Cuántos litros quedarán ahora en el depósito?

**4** Un sexto del dinero de la hucha de Paula suponen 523 €, pero ahora ella necesita $\frac{5}{12}$ del dinero total que hay en la hucha para comprarse una cámara digital.

**a.** ¿Cuánto dinero hay en la hucha?
**b.** ¿Cuánto cuesta la cámara digital?

**5** Una empresa de transporte ha obtenido unos beneficios de 250 218 € y quiere donar a obras sociales las $\frac{2}{3}$ partes del dinero y el resto dividirlo en partes iguales entre los 24 empleados que tiene.

**a.** ¿Qué cantidad donará la empresa a obras sociales?
**b.** ¿Cuánto dinero le tocará a cada empleado?

**6** Un taxista hace 45 carreras diarias y recauda 346,26 €. De este dinero, $\frac{1}{3}$ es para el dueño del coche y el resto para él.

**a.** ¿Cuánto dinero le tiene que dar al dueño del taxi?

**b.** ¿Cuánto dinero le queda para él?

**7** Una familia se ha comprado un mueble para el salón de 8 614,60 €. La forma de pago que les han propuesto ha sido la siguiente: entregar una entrada de $\frac{2}{5}$ del precio total y el resto pagarlo en 12 plazos iguales.

**a.** ¿Qué cantidad tienen que dar de entrada?

**b.** ¿Qué fracción representa la cantidad que tienen que pagar a plazos?

**c.** ¿Cuánto tiene que abonar la familia en cada plazo?

**8** Una ONG ha donado 3 234 864,8 € para construir un hospital. De esa cantidad, $\frac{1}{10}$ se gasta en el transporte de los materiales para la construcción, $\frac{1}{4}$ se destina a la construcción del edificio y el resto, a medicinas y personal sanitario.

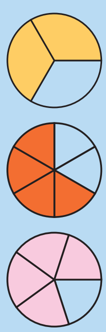
**a.** ¿Qué cantidad de dinero se gasta en el transporte de materiales para la construcción del hospital?

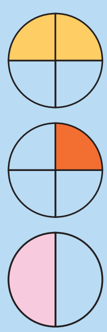
**b.** ¿Cuánto se destina a la edificación del hospital? ¿Y a medicinas y personal sanitario?

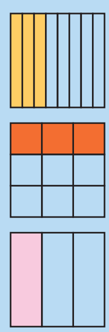
# Lógica

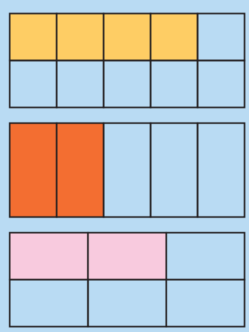
## Razonamiento con fracciones

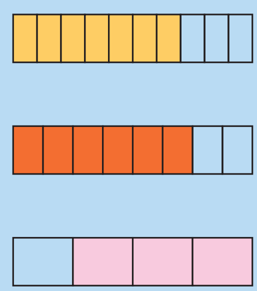
**1** Copia en tu cuaderno las figuras que representen fracciones equivalentes.

**a.**


**b.**


**c.**


**d.**


**e.**


**2** Indica qué división tendrá el cociente mayor.

$\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$ $\frac{4}{12} : \frac{2}{3}$ $\frac{4}{9} : \frac{2}{3}$ $\frac{4}{6} : \frac{2}{3}$

**3** Copia en tu cuaderno la multiplicación que tendrá el producto mayor, sin realizar la operación. Después, calcula el resultado de cada una.

$500 \times \frac{2}{5}$ $500 \times \frac{2}{10}$ $500 \times \frac{2}{8}$ $500 \times \frac{3}{15}$

# Cálculo mental

Para multiplicar un número por 0,1, dividimos dicho número por 10.

$$34 \times 0,1 = 34 : 10 = 3,4$$

**1** Calcula mentalmente estos productos.

**a.** $564 \times 0,1$ **d.** $876 \times 0,1$ **g.** $45 \times 0,1$
**b.** $9 \times 0,1$ **e.** $7 \times 0,1$ **h.** $2,3 \times 0,1$
**c.** $43,56 \times 0,1$ **f.** $5,67 \times 0,1$ **i.** $789 \times 0,1$

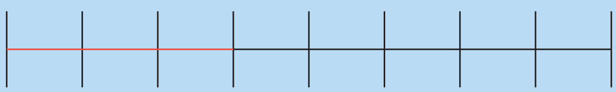
**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo multiplicarías un número por 0,01. Escribe cuatro ejemplos y comprueba el resultado con la calculadora.

**3** Realiza mentalmente estas multiplicaciones.

**a.** $56 \times 0,01$ **d.** $77 \times 0,01$ **g.** $56,7 \times 0,01$
**b.** $23,54 \times 0,01$ **e.** $9 \times 0,01$ **h.** $12 \times 0,01$
**c.** $4,56 \times 0,01$ **f.** $25,6 \times 0,01$ **i.** $0,5 \times 0,01$

## Decamat

1. Nombra la fracción de la parte coloreada del segmento.



2. Escribe cómo se lee la fracción $\frac{12}{14}$.
3. Expresa el número mixto $2\frac{4}{5}$ como una fracción impropia.
4. De entre las fracciones $\frac{6}{5}$, $\frac{6}{8}$ y $\frac{6}{4}$, ¿cuál es la mayor? ¿Y la menor?
5. Explica cómo reduces a común denominador las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{2}{5}$.
6. Halla una fracción equivalente a $\frac{6}{4}$ por ampliación y otra por simplificación.
7. Si Marta ha tomado $\frac{5}{8}$ de un litro de batido y Manuel, $\frac{5}{7}$ de otro litro, ¿cuánto batido han bebido entre los dos?
8. Calcula la diferencia entre cuatro décimos y tres décimos.
9. Multiplica 4 200 € por $\frac{3}{5}$ y escribe el resultado en euros.
10. Representa gráficamente el resultado de la división $\frac{3}{6} : \frac{1}{4}$.

**Si quieres aprender**
sobre cómo superar los miedos y temores, lee *Caracoles, pendientes y mariposas,* de Blanca Álvarez González. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | | | 3 |
| | | 4 | |
| | 1 | | |
| 3 | | | 4 |

Calcula los litros que caben en la botella más grande si en la pequeña, que es $\frac{1}{5}$ de la mediana, cabe 1 l y la mediana es $\frac{1}{6}$ de la mayor.

# Repaso

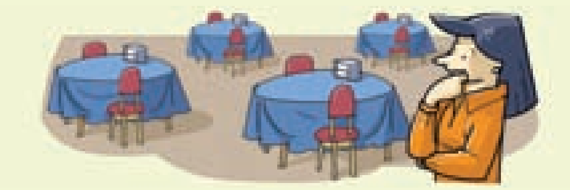
**1** Realiza estas operaciones en tu cuaderno.

**a.** 5,375 – 3,59 **c.** 16,252 – 8,137
**b.** 57,04 – 15,952 **d.** 73 – 36,237

**2** Corrige las multiplicaciones erróneas.

**a.** 13,673 × 100 = 136,73
**b.** 9,521 × 10 = 952,1

**3** Aitana ha comprado 193 servilleteros a 2,37 € cada uno, 37 sillas a 24,28 € cada una y 15 mesas, cada una de las cuales costaba el doble que una silla. ¿Cuánto se ha gastado Aitana en total?



**4** Calcula estas divisiones con dos decimales y comprueba el resultado.

**a.** 45 315 : 63 **c.** 224 329 : 126
**b.** 19 418 : 54 **d.** 15 839 : 320

**5** El dueño de una sidrería quiere embotellar 56,86 l de sidra en 20 botellas. ¿Qué capacidad tendrá cada botella?

**6** Completa en tu cuaderno con el término que falta.

**a.** 26,72 : ..... = 2,672 **c.** ..... : 1 000 = 0,1369
**b.** 4,765 : 100 = ..... **d.** 376,2 : 1 000 = .....

**7** Marta ha comprado en una mercería 24 m de goma elástica y quiere cortarla en trozos de 0,32 m. ¿Cuántos trozos le saldrán?

**8** Relaciona en tu cuaderno las divisiones equivalentes.

256 : 8,4 128 : 4,2
256 : 2,7 512 : 7,2
256 : 3,6 2 560 : 27

**9** Calcula el cociente de estas divisiones con dos decimales.

**a.** 29,36 : 3,4 **c.** 89,128 : 8,22
**b.** 315,245 : 13,5 **d.** 807,462 : 24,6

**10** Escribe con letra y calcula las siguientes potencias.

**a.** $6^3$ **c.** $5^4$ **e.** $9^2$
**b.** $12^3$ **d.** $7^5$ **f.** $8^4$

**11** Escribe estas multiplicaciones en forma de potencia y halla su valor.

**a.** 10 × 10 × 10 **c.** 10 × 10
**b.** 10 × 10 × 10 × 10 **d.** 10 × 10 × 10 × 10 × 10

**12** Sandra ha comprado 6 cajas de material informático. Cada caja contiene 10 bolsas de 10 sobres con 10 discos en cada sobre. Elige la operación adecuada y resuelve.

**a.** 6 × 10 × 10 × 10 × 10
**b.** $10^2 \times 6$
**c.** $6 \times 10^3$

**13** Descompón estos números como potencias de base 10.

**a.** 800 **d.** 21 000
**b.** 4 300 **e.** 170
**c.** 260 000 **f.** 37 000

**14** Un albañil ha colocado 64 baldosas cuadradas como la del dibujo en una terraza con forma cuadrangular.

**a.** ¿Cuántas baldosas hay en cada lado de la terraza?
**b.** ¿Cuánto mide cada lado de la terraza? ¿Y su perímetro?


**15** Calcula las raíces aproximadas de los siguientes números.

**a.** $\sqrt{51}$ **c.** $\sqrt{35}$ **e.** $\sqrt{78}$ **g.** $\sqrt{17}$
**b.** $\sqrt{80}$ **d.** $\sqrt{62}$ **f.** $\sqrt{23}$ **h.** $\sqrt{110}$

**16** Utiliza la calculadora para hallar las raíces cuadradas de estos números.

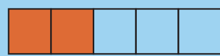
**a.** 289 **b.** 1 849 **c.** 3 844 **d.** 5 476

# Aclaro mis ideas

## Fracción y número mixto

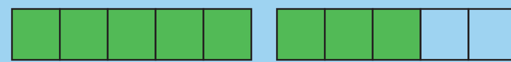
Una **fracción** es una expresión numérica que representa una o varias partes iguales de la unidad. Sus términos se llaman **numerador** y **denominador.**

$\frac{2}{5}$ 2 → numerador, 5 → denominador



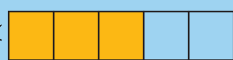
Un **número mixto** es el que está formado por unidades completas y una fracción menor que la unidad.

$1\frac{3}{5}$

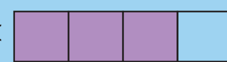


## Comparación de fracciones

$\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$

 < 

$\frac{3}{6} < \frac{3}{4}$

 < 

## Fracciones equivalentes

**Obtenidas por ampliación:** Multiplicando el numerador y el denominador por un mismo número.

$$\frac{2}{5} \rightarrow \frac{2 \times 3}{5 \times 3} \rightarrow \frac{6}{15}$$

**Obtenidas por simplificación:** Dividiendo el numerador y el denominador por un mismo número.

$$\frac{12}{20} \rightarrow \frac{12 : 2}{20 : 2} \rightarrow \frac{6}{10}$$

## Reducción a común denominador

### Método de productos cruzados

$$\frac{2}{3} \text{ y } \frac{4}{5} \rightarrow \frac{2 \times 5}{3 \times 5} \text{ y } \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \rightarrow \frac{10}{15} \text{ y } \frac{12}{15}$$

### Método de mínimo común múltiplo

m.c.m. $(5, 4) = 20$

$$\frac{1}{5} \text{ y } \frac{3}{4} \rightarrow \frac{(20 : 5) \times 1}{20} \text{ y } \frac{(20 : 4) \times 3}{20} \rightarrow \frac{4}{20} \text{ y } \frac{15}{20}$$

## Operaciones

### Adición

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{3} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} = \frac{10}{12}$$

### Sustracción

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{3} = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} = \frac{2}{12}$$

### Multiplicación

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{5 \times 6} = \frac{15}{30}$$

$$8 \times \frac{4}{7} = 8 \times \frac{4}{7} = \frac{32}{7}$$

### División

$$\frac{3}{5} : \frac{5}{6} = \frac{3 \times 6}{5 \times 5} = \frac{18}{25}$$

$$\frac{4}{9} : 3 \rightarrow \frac{4}{9} \times 3 = \frac{4}{27}$$

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Una ..... es una expresión numérica que representa una o varias partes iguales de la unidad. Sus términos se llaman ..... y ..... .
- Un número ..... es el que está formado por unidades ..... y una fracción menor que la ..... .
- Llamamos fracciones ..... a aquellas que representan la misma cantidad de la unidad y se pueden hallar por ..... o ..... .
- Para obtener fracciones con el mismo denominador podemos usar el método de los ..... o el método del ..... .
- Para sumar o restar fracciones de ..... denominador, primero reducimos las fracciones a común ..... y después sumamos o restamos.
- Para multiplicar fracciones, multiplicamos sus ..... y sus ..... .
- Para ..... dos fracciones multiplicamos en cruz sus términos.

**2** Copia y relaciona cada número mixto con su fracción impropia.

$\frac{7}{4}$ $\frac{18}{8}$ $\frac{9}{7}$

$1\frac{2}{7}$ $2\frac{2}{8}$ $1\frac{3}{4}$

**3** Ana y Vicente están jugando a montar puzles. Ana lleva $\frac{6}{8}$ de su puzle montado y Vicente ya ha hecho $\frac{5}{6}$ del suyo. ¿Quién lleva más avanzado su puzle? Razona tu respuesta.

**4** Compara en tu cuaderno estas fracciones utilizando los signos <, = o >.

$\frac{7}{5}$ ◯ $\frac{7}{4}$ $\frac{8}{6}$ ◯ $\frac{10}{6}$

$\frac{11}{15}$ ◯ $\frac{11}{14}$ $\frac{5}{9}$ ◯ $\frac{6}{9}$

**5** Reduce a común denominador las siguientes fracciones por los dos métodos que conoces.

**a.** $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{3}$ **b.** $\frac{3}{6}$ y $\frac{4}{5}$ **c.** $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{7}$

**6** Completa en tu cuaderno con el término que falta.

**a.** $\frac{2}{5} = \frac{.....}{20}$ **b.** $\frac{3}{6} = \frac{18}{.....}$ **c.** $\frac{5}{.....} = \frac{15}{21}$

**7** Calcula el resultado de estas operaciones.

**a.** $\frac{3}{5} + \frac{6}{7}$ **c.** $\frac{4}{6} + \frac{5}{8}$ **e.** $\frac{7}{15} : \frac{6}{12}$

**b.** $\frac{7}{10} - \frac{2}{8}$ **d.** $\frac{6}{8} - \frac{3}{12}$ **f.** $\frac{4}{5} : 7$

**8** Una furgoneta lleva 18 cajas de 12 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro cada una. ¿Cuántos litros transporta en total la furgoneta?


**9** Calcula mentalmente estas expresiones.

**a.** 8,7 × 0,1
**b.** 21,14 × 0,1
**c.** 517 × 0,1
**d.** 821,2 × 0,01
**e.** 2 436 × 0,01
**f.** 15,28 × 0,01

**10** ¿Cómo calcularías la longitud total de 4 trozos de cuerda de $\frac{3}{5}$ de metro cada uno colocados en línea?

# 6 La proporcionalidad y el porcentaje

## Teano

Nació en Crotona (Grecia) en el siglo VI a.C. Fue la primera mujer matemática de la historia y escribió sobre la proporción áurea.

Cuando Teano tuvo la edad adecuada, su padre la envió a la escuela pitagórica, como alumna de Pitágoras, para que estudiara y aprendiera la ciencia matemática.

En aquella época la mujer estaba marginada de las actividades científicas, pero en la escuela pitagórica de Crotona no existían discriminaciones y se recibía por igual a hombres que a mujeres.

Teano se casó con Pitágoras y tuvieron tres hijos, que a la muerte de este la ayudarían a dirigir la escuela.

Se dedicó al estudio de la cosmología y a la escritura de tratados de matemáticas, sobre todo, acerca de la proporcionalidad, de física y de medicina.

Como buena pitagórica, creía y defendía que *«todo es número»,* ya que en la naturaleza todo podía explicarse mediante los números.

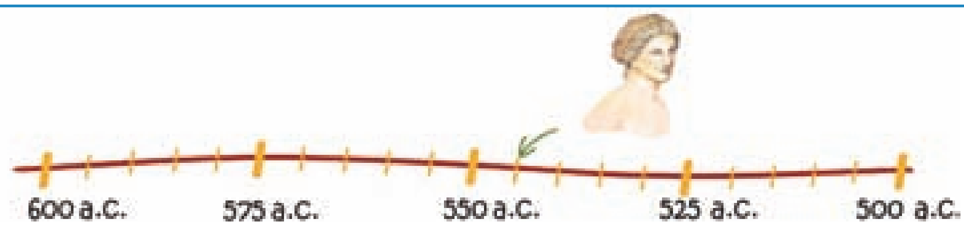
El símbolo pitagórico era la estrella de cinco puntas que se forma uniendo los vértices de un pentágono regular que, a su vez, deja otro pentágono en su centro, como puedes observar en la figura.

Pues bien, si dividimos la longitud de la diagonal de este entre la longitud del lado de un pentágono, sale siempre el mismo número. Este número es conocido como la **proporción áurea o divina proporción.**

**discriminación:** dar trato de inferioridad a una persona o colectividad.

**cosmología:** parte de la astronomía que trata de las leyes generales, del origen y de la evolución del universo.

**tratado:** escrito o discurso de una materia determinada.



## Sobre el texto

1. Escribe adónde y para qué envió el padre de Teano a su hija cuando creyó que tuvo la edad adecuada.
2. ¿A qué se dedicó Teano científicamente?
3. ¿Cuál era el símbolo pitagórico? ¿Cómo se forma?

## En grupo

Investigad sobre la escuela pitagórica de Crotona y compartid la información con el resto de grupos de clase.

## Justicia, equidad e igualdad

Todas las personas tienen un conjunto de obligaciones y derechos que deben regir su comportamiento individual y social y servir de base a la organización de las sociedades democráticas.

Un comportamiento democrático se basa, entre otras cosas, en reconocer que todos somos iguales ante la ley y en los pricipios de justicia y equidad.

La igualdad supone idéntico trato entre todas las personas, al margen de las razas, sexo, clase social y otras circustancias, la justicia consiste en dar a cada uno lo que le pertenece y la equidad en dar a cada cual lo que merece.

La equidad es lo totalmente justo y compensa lo que la justicia no puede resolver.

La aplicación de los principios de igualdad, justicia y equidad ha de comenzar en la familia, continnuar en la escuela y alcanzar su pleno ejercicio en al vida social.

## Actividades

1. Define justicia, equidad e igualdad en tu cuaderno.
2. Escribe alguna situación en la que creas que has actuado con justicia. ¿Te has sentido tratado injustamente en alguna ocasión?
3. ¿Opinas que en la actualidad es probable, seguro o imposible que cualquier mujer del mundo estudie una carrera universitaria? Razona tu respuesta y di si es igual en todos los países.

**Después de conocer a la primera mujer matemática de la historia, en esta unidad estudiarás la proporcionalidad y el porcentaje.**

# Magnitudes proporcionales

- Ana quiere comprar 6 entradas para un concierto. Si dos entradas le cuestan 14 €, ¿cuánto le costarán las seis entradas?

Si dos entradas cuestan 14 €, seis entradas le costarán tres veces más, el triple.

× 3

| N.º de entradas | 2 | 6 |
|---|---|---|
| Precio (€) | 14 | 42 |

× 3

Luego seis entradas le costarán 42 €.

- ¿Y si solo quisiera comprar una entrada?

Si dos entradas cuestan 14 €, la mitad de entradas le costarán la mitad.

: 2

| N.º de entradas | 2 | 1 |
|---|---|---|
| Precio (€) | 14 | 7 |

: 2

Por lo tanto, una entrada le costará 7 €.

Decimos que el número de entradas y el precio son magnitudes proporcionales.

Dos **magnitudes** son **proporcionales** si al multiplicar o dividir una cantidad de la primera por un número, la cantidad correspondiente de la segunda queda también multiplicada o dividida por dicho número o viceversa.

## actividades

1 Indica cuáles de las siguientes magnitudes son proporcionales.

a. El precio de una botella de leche y su capacidad.
b. El precio de una bolsa de pimientos y su peso.
c. La edad de un niño y su estatura.
d. El tiempo dedicado al estudio y las notas.
e. La superficie de una clase y el número de niños que hay en ella.
f. El precio de un libro y el número de páginas.

2 En una floristería, un ramo de 6 rosas cuesta 15 €. ¿Cuánto costarán tres ramos iguales a ese?

| Número de ramos | 1 | 3 |
|---|---|---|
| Precio (€) | 15 | ¿? |

3 Con 12 €, Marta ha comprado 3 libros de cuentos. ¿Con 36 € podrá comprar más o menos libros?

4 Una fuente vierte 18 l en un minuto. Esta misma fuente, en media hora, ¿verterá más o menos de 18 l? ¿Por qué? Explica cómo calcularías los litros que vierte la fuente en media hora y resuelve.

5 Un libro que cuesta 6 € tiene 120 páginas. ¿Tendrá un libro que cueste 12 € el doble de páginas que el anterior? ¿Por qué?

- Carla tarda 20 min en pintar una pared de 3 m². ¿Cuánto tardará en pintar una pared de 6 m²?

Si Carla tarda 20 min en pintar una pared de 3 m², en pintar el doble de metros cuadrados tardará el doble de tiempo.

$\times 2$

| N.º de metros cuadrados | 3 | 6 |
|---|---|---|
| Tiempo empleado en pintar | 20 | 40 |

$\times 2$

Cuantos más metros hay, más tiempo se emplea en pintarlos. Estas magnitudes tienen proporcionalidad directa.

- Si a Carla le echa una mano su hermano, ¿cuánto tardarán entre los dos en pintar una pared de 3 m²?

Si hay el doble de personas para pintar, tardarán la mitad en pintar la pared.

$\times 2$

| N.º de personas | 1 | 2 |
|---|---|---|
| Tiempo empleado en pintar | 20 | 10 |

$: 2$

Cuantas más personas haya para pintar, menos tiempo emplearán. Estas magnitudes tienen proporcionalidad inversa.

Dos magnitudes proporcionales pueden tener **proporcionalidad directa o inversa.**

actividades

1. Explica cuáles de estas magnitudes tienen proporcionalidad directa y cuáles proporcionalidad inversa.
   - **a.** El tiempo empleado en construir una vivienda y el número de obreros.
   - **b.** Los pares de zapatos comprados y el precio total.
   - **c.** La velocidad y el tiempo que se tarda en hacer un recorrido.
   - **d.** El precio de un alquiler y el número de meses.
   - **e.** El número de pasos dados en línea recta y la distancia recorrida.
   - **f.** El número de llamadas de teléfono y el precio de la factura.

2. Adela ha comprado un jersey por 13 €. ¿Cuánto pagará si compra tres jerséis iguales? Elige la operación con la que resolverías el problema y explica por qué la eliges.

   **a.** 3 + 13 **b.** El triple de 13 **c.** 13 – 3

3. Un ciclista tarda tres horas en recorrer 60 km. Si dobla la velocidad, ¿tardará más o menos tiempo en hacer el mismo recorrido? ¿Por qué?

## Reducción a la unidad

Marcos quiere poner en su habitación 7 estanterías. Si por un par de ellas tiene que pagar 86 €, ¿cuánto le costarán las 7 estanterías?

Para resolverlo seguimos estos pasos.

**1.º** Calculamos cuánto cuesta una estantería dividiendo 86 entre 2, es decir, tenemos que **reducir a la unidad.**

| | : 2 | |
|---|---|---|
| **N.º de estanterías** | 2 | 1 |
| **Precio (€)** | 86 | 43 |
| | : 2 | |

Luego una estantería cuesta 43 €.

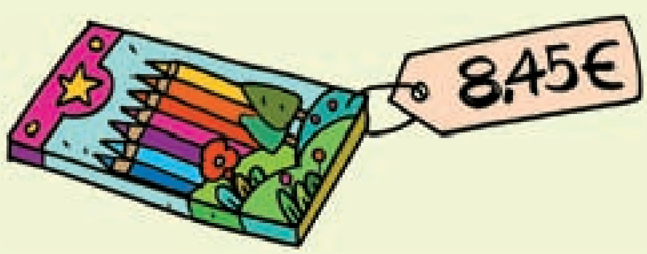
**2.º** Como ahora conocemos el precio de una estantería, podemos calcular cuánto costarán las siete multiplicando el precio de una por 7.

| | × 7 | |
|---|---|---|
| **N.º de estanterías** | 1 | 7 |
| **Precio (€)** | 43 | 301 |
| | × 7 | |

Así pues, las siete estanterías le costarán 301 €.

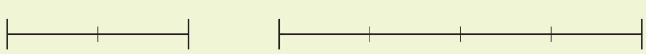
actividades

1. Angélica ha comprado cinco cajas de lápices de colores por 8,45 €. Si quiere comprar otras dos más, ¿cuánto tendrá que pagar por las siete cajas de pinturas? Resuelve reduciendo a la unidad.




2. Ramón ha utilizado 9 huevos para hacer 2 tartas. ¿Cuántos huevos necesitará para hacer 7 tartas?

3. Si el segmento pequeño representa 60 km de longitud, ¿cuántos kilómetros representará el segmento mayor?



4. Adela ha pagado 24,60 € por un ramo de 12 rosas y 18 € por un ramo de claveles. ¿Cuánto le costará un ramo con 6 rosas más?

5. Si para hacer 5 mesas iguales se necesitan 20 tableros de madera, para hacer 17 mesas iguales a las anteriores, ¿cuántos tableros se necesitarán?

6. El padre de Carlos ha pagado 18,45 € por tres entradas de cine para su hijo y dos amigos. ¿Cuánto habrá que pagar por 7 entradas para la misma película?

actividades

7 Juan tiene una cuerda de 13,65 m y la ha cortado en 7 trozos iguales para hacer un truco de magia. Si para otro truco diferente necesita 18 trozos de la misma longitud que los anteriores, ¿qué longitud deberá tener la cuerda para cortar 18 trozos?

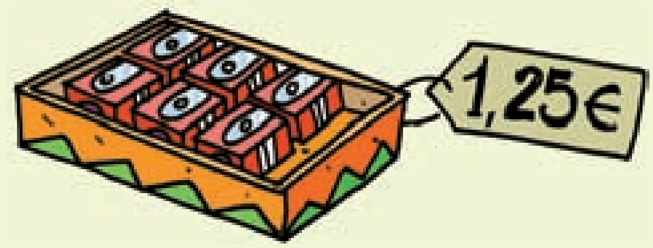
8 Un agricultor ha comprado 20 olivos por 9 860 €. Después de plantarlos se ha dado cuenta de que tiene espacio para 18 olivos más. ¿Cuánto le costarán los 18 olivos?

9 Un zapatero compra el lunes 34 pares de zapatos por 1 428 € y el martes, 18 pares más iguales que los del lunes y del mismo precio. ¿Cuánto tiene que pagar por la compra del martes?

10 Noel compra con 2,5 € seis pegatinas de superhéroes. ¿Cuántas podrá comprar con un billete de 10 € y tres monedas de 2 € ?

11 Luis y cinco amigos más han ido al circo y han pagado 51 € por las entradas. ¿Cuánto tendrá que pagar una familia de 8 miembros por las entradas?

12 ¿Cuántos sacapuntas se pueden comprar con 12 €?




13 Un grifo vierte 1 500 l en 2 h. Si queremos llenar una piscina de 800 l, ¿cuánto tiempo tardaremos en llenarla?

14 Sara ha alquilado una plaza de garaje que cuesta 190 € cada trimestre. ¿Cuánto tendrá que pagar en un año y medio? ¿Y por dos meses?

15 Un coche consume 5 l cada 100 km. ¿Cuántos kilómetros se podrán recorrer a la misma velocidad con 44,8 € de gasolina? Resuélvelo calculando primero los litros de gasolina que se pueden comprar con los 44,8 €.


16 Dos caballos consumen una carga de heno en 10 días. ¿Cuántos días les durará la misma carga a 5 caballos?

17 En 50 l de agua de mar hay 1 300 g de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5 200 g de sal?

18 Cinco chicos han gastado 250 € en una acampada de 10 días. En las mismas condiciones, ¿cuánto gastarán en comer 15 chicos?

19 Una máquina fabrica 1 500 tornillos en 3 h. ¿Cuánto tiempo necesitará para hacer 4 000 tornillos?

# El porcentaje o el tanto por ciento

En un parque se han puesto 250 bancos de los cuales 75 son de madera y el resto de hierro. ¿Cuántos bancos de madera hay en cada cien bancos del total?

Para conocer cuántos bancos de madera hay en cada cien del total, calculamos el porcentaje o tanto por ciento así:

| | | |
|---|---|---|
| **Bancos de madera** | 75 | ¿Porcentaje? |
| **Total de bancos** | 250 | 100 |

Porcentaje de bancos de madera $\rightarrow \frac{(75 \times 100)}{250} = 30$

El 30 representa el número de bancos de madera que hay en cada 100 bancos y lo llamamos porcentaje. Se escribe 30% y se lee «treinta por ciento».

Hay un 30% de bancos de madera.

Un porcentaje se puede expresar de estas tres formas.

$$30\% = \frac{30}{100} = 0{,}30$$

**Observa**

Un porcentaje no es una fracción. El porcentaje es el cociente de dividir cantidades del mismo orden de unidades.

Un **porcentaje o tanto por ciento** es el cociente indicado de una cantidad entre 100 unidades. Se expresa con el signo **%**, que se lee «por ciento».

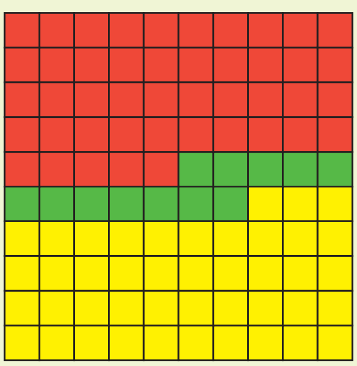
## actividades

1 Escribe estos porcentajes en forma de cociente y de número decimal. Observa el ejemplo.

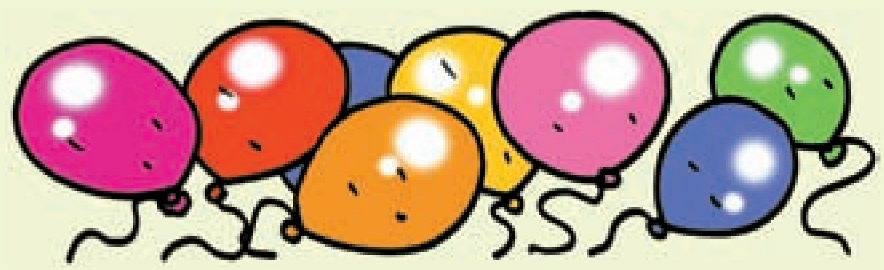
$6\% \rightarrow \frac{6}{100} = 0{,}06$

**a.** 7%
**b.** 3,5%
**c.** 12,6%
**d.** 9%
**e.** 6,5%
**f.** 56%

2 Observa la figura y di qué porcentaje se ha pintado de cada color.

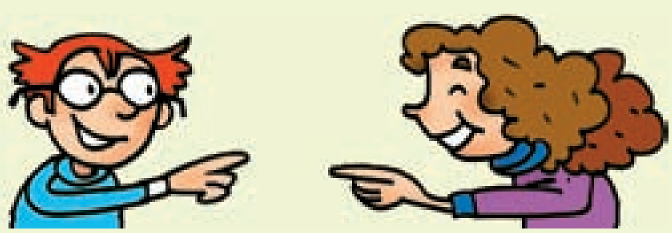


3 En el día de la paz se han lanzado 360 globos de los cuales 30 eran de color verde. ¿Cuál es el porcentaje de globos de color verde? Para calcular el porcentaje observa el ejemplo de la presentación.



4 Un albañil, por cada 300 ladrillos que coloca, tiene que poner 60 rojos. ¿Cuál es el porcentaje o tanto por ciento de ladrillos rojos que tiene que poner?

5 En un colegio, de cada 100 alumnos, 36 usan gafas y el resto no. ¿Cuál es el porcentaje de alumnos que usan gafas? ¿Y de los que no las usan?



# El porcentaje de una cantidad

A un concurso de baile se han presentado 450 personas. De los participantes, el 74% sabe bailar tango. ¿Cuántos participantes del total saben bailar tango?

Para averiguarlo, calculamos el 74% de 450.

| | | |
|---|---|---|
| **Bailadores de tango** | ¿? | 74 |
| **Concursantes** | 450 | 100 |

74% de 450 = $\frac{74}{100}$ de 450 = 0,74 × 450 = 333

Saben bailar tango 333 participantes de los 450.

Para **calcular un porcentaje o tanto por ciento** de una cantidad la multiplicamos por el tanto por ciento expresado en forma decimal.

actividades

1. Calcula el tanto por ciento de estas cantidades.

   2,5% de 400 → 0,025 × 400 = 10

   a. 6% de 3 850 m
   b. 10% de 45 670 g
   c. 7,5% de 1 000 €
   d. 2,75% de 100 min

2. La anchura de una clase es de 8,45 m y la del pasillo, un 60% de la de la clase. ¿Cuál es la anchura del pasillo?

3. En un gimnasio hay 30 balones. El 10% son de fútbol y el resto de voleibol. Calcula:

   a. Los balones que hay de fútbol.
   b. Los balones que hay de voleibol.

4. En un colegio hay 450 alumnos matriculados. El 60% utiliza el transporte escolar. De los alumnos que utilizan el transporte escolar, el 90% come en el comedor del colegio. Calcula:

   a. El número de alumnos que utilizan el transporte escolar.
   b. El número de alumnos que se quedan a comer.

5. En un supermercado se han vendido 844 cartones de leche de los cuales el 25% son de leche desnatada. ¿Cuántos cartones de leche desnatada se han vendido en el supermercado?

6. El 52% de los alumnos de sexto son chicas y el 15% son rubios. Si el total de alumnos de las tres clases es de 84 alumnos, calcula aproximadamente:

   a. El número de chicas que hay en sexto.
   b. El número de chicos.
   c. El número de alumnos y alumnas de sexto que son rubios.

# Descuentos

Catalina quiere comprar una videoconsola. Por ser final de año, el precio tiene un descuento del 22%. ¿Cuánto le costará la videoconsola?


Para resolver el problema seguimos los siguientes pasos.

**1.º** Calculamos el descuento.

$$22\% \text{ de } 385 = \frac{22}{100} \text{ de } 385 = 0{,}22 \times 385 = 84{,}7$$

El descuento es de 84,7 €.

**2.º** Restamos el descuento al precio inicial.

$$385 - 84{,}70 = 300{,}30$$

Luego, la videoconsola le costará 300,30 €.

> Si a una cantidad le restamos un porcentaje de **descuento** se produce una **disminución** en dicha cantidad.

## actividades

**1** Calcula la cantidad que queda después de descontar el porcentaje que se indica.

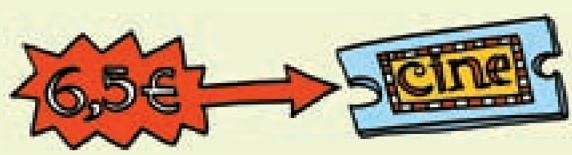
- **a.** 520 kg menos el 10%
- **b.** 400 l menos el 15%
- **c.** 120 € menos el 8%
- **d.** 200 € menos el 4%

**2** En una tienda rebajan todos los artículos un 20%. Aquí tienes los precios anteriores a las rebajas. Calcula los nuevos precios.

- **a.** 1 500 €
- **b.** 230 €
- **c.** 500 €
- **d.** 153 €
- **e.** 92 €
- **f.** 456 €

**3** Calcula el precio final de estos productos con un 25% de descuento.


**4** Si a los niños les hacen un descuento en el cine del 15%, ¿cuánto costarían dos entradas de niño y una de adulto?




**5** El padre de Jorge tiene 11 800 € y quiere comprar una moto que cuesta 12 000 €. ¿Podrá comprarla con el dinero que tiene si le hacen un descuento del 18%?

**6** David está leyendo una novela de 180 páginas. Si ya ha leído el 30% de las páginas, ¿cuántas páginas ha leído? ¿Cuántas le quedan por leer?

## Aumentos

Alberto quiere comprar una bicicleta de montaña. Si al precio tiene que añadirle el 16% de IVA, ¿cuánto le costará la bicicleta?


Para resolver el problema seguimos los siguientes pasos.

**1.º** Calculamos el aumento que supone el 16% de IVA sobre el precio de 170 €.

$$16\% \text{ de } 170 = \frac{16}{100} \text{ de } 170 = 0{,}16 \times 170 = 27{,}2$$

El aumento es de 27,2 €.

**2.º** Sumamos el aumento obtenido al precio inicial.

$$170 + 27{,}2 = 197{,}20$$

La bicicleta le costará 197,20 €.

Si a una cantidad le sumamos un porcentaje de **aumento** se produce un **incremento** en dicha cantidad.

actividades

1. Calcula la cantidad que resulta al aumentar el porcentaje que se indica.
   - **a.** 720 € más el 3%
   - **b.** 1 200 kg más el 5%
   - **c.** 830 l más el 16%
   - **d.** 670 m más el 10%

2. El padre de Lorenzo ha comprado una canasta de baloncesto por 456 €. Pero por llevársela a casa y montarla le cobran un 5% más. ¿Cuánto tendrá que pagar en total?

3. El año pasado comían en el comedor del colegio 280 alumnos. Si este año se ha incrementado un 10% el número de alumnos que comen en el colegio, ¿cuántos alumnos se quedan en el comedor?

4. El precio de 1 000 l de agua es de 12,65 €. Si aumentan el precio un 12%, ¿cuánto costarán 1 000 l de agua con ese incremento?

5. Una familia paga de hipoteca 580 € al mes. ¿Cuánto pagaría de hipoteca si aumentara un 3%?

6. Calcula el precio final de estos productos si al precio hay que añadirle el 16% de IVA.

# Resuelvo problemas

## Pasos en la resolución de problemas

Paula va de compras a un centro comercial para comprar una cámara de vídeo. En el escaparate de la tienda lee un cartel que dice que mañana todos los artículos estarán rebajados un 18 % de su precio actual. Si espera a mañana para comprarla, ¿cuánto pagará Paula por la cámara?


- Leemos el problema e identificamos la pregunta y los datos.

  **Pregunta:** ¿Cuánto pagará Paula si compra la cámara mañana?

  **Datos:** Precio de la cámara: 548,5 €.
  Descuento del 18%.

- Una vez que conocemos los datos los utilizamos para operar.

  **1.º** Calculamos el 18% del precio de la cámara.

  $$18\% \text{ de } 548{,}5 \rightarrow (18 : 100) \times 548{,}5 = 98{,}73$$

  **2.º** Restamos al precio inicial el descuento para obtener la solución.

  $$548{,}5 - 98{,}73 = 449{,}77$$

- Por último escribimos la solución del problema.

  Si Paula espera a mañana pagará por la cámara 449,77 €.

## Aplico la estrategia

**1** Román ha salido de viaje y tiene que recorrer 1 266,280 km hasta llegar a su destino. Si lleva recorrido el 35% del trayecto, ¿qué distancia le queda por recorrer?

**2** La cosecha de naranjas que ha recogido un agricultor ha sido de 15 625,5 kg. El 25% de la cosecha la guarda para el consumo propio y el de su familia y el resto la vende a 0,60 € el kilogramo.

**a.** ¿Cuántos kilogramos de naranjas no pone a la venta? ¿Qué cantidad vende?

**b.** ¿Cuánto dinero obtiene por la venta de su cosecha?

**3** Juan se ha comprado un puzle de 500 piezas por 16,75 €. Como le ha gustado mucho, se ha comprado tres más. ¿Cuánto dinero se ha gastado si le han hecho un 6% de descuento por la compra de los 3 puzles?

**4** Un colegio dispone de un presupuesto anual de 676 484 €. El 10% de esa cantidad se destina a comprar mobiliario para las aulas, el 15% para el mantenimiento de los jardines y patios de recreo, el 70% para pagar al personal y el 5% restante para imprevistos que pudiesen surgir. Calcula cómo se reparten los 676 484 € que hay de presupuesto.

**5** Seis amigos obtienen un premio de 11 580,90 €. De esta cantidad, $\frac{4}{10}$ la entregan a una ONG y el resto lo reparten a partes iguales.

**a.** ¿Qué cantidad entregan a la ONG?

**b.** ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

**6** Un camión tiene que repartir 18 526,88 kg de arena entre tres obras. En la primera obra deja $\frac{3}{8}$ de la carga, en la segunda, $\frac{2}{5}$ de lo que le queda y el resto de arena lo descarga en la tercera. Calcula la cantidad de arena que tiene que dejar en cada sitio.

**7** Un total de 58 376 personas se han agrupado para formar una asociación de ayuda a los discapacitados. Si cada una de estas personas paga una cuota de 7,85 € al mes, ¿cuánto dinero recaudará la asociación al cabo de un año?

# Lógica

## Comprensión del vocabulario

**1** Copia en tu cuaderno la palabra o expresión de cada casilla que menos relación tiene con las otras y explica por qué.

| | | |
|---|---|---|
| • descuento<br>• rebaja<br>• disminución<br>• coste | • porcentaje<br>• % de una cantidad<br>• fracción de una cantidad<br>• número correspondiente a cada 100 elementos | • relación de altura y peso<br>• relación de kilogramos y precio<br>• relación tiempo y velocidad<br>• proporcionalidad de dos magnitudes |
| • incremento<br>• descuento<br>• beneficio<br>• aumento | • incremento del 13%<br>• descuento del 13%<br>• trece cienavos<br>• 13% de una cantidad | • proporcionalidad directa<br>• cantidades inversas<br>• proporcionalidad inversa<br>• porcentaje |

**2** Relaciona en tu cuaderno cada enunciado con la expresión correcta.

| | |
|---|---|
| Hay que incrementar el precio el 16%. | ☐ Al precio hay que añadirle el 16%.<br>☐ Del precio hay que deducir un 16%. |
| El precio de la mesa tiene una rebaja del 10%. | ☐ Del precio de la mesa se descuentan 10 €.<br>☐ Por cada 100 € del precio se descuentan 10 €. |
| De los 250 escolares, el 45% son niñas. | ☐ De los 250 escolares, 45 son niñas.<br>☐ De cada cien escolares, 55 son chicos. |
| Su dinero se incrementó en un 10%. | ☐ Al dinero que tenía le añadió 10 €.<br>☐ Cada 100 € se convirtieron en 110 €. |

# Cálculo mental

Para dividir un número entre 0,1, multiplicamos dicho número por 10.

$$350 : 0{,}1 = 350 \times 10 = 3\,500$$

**1** Calcula el cociente de estas divisiones.

**a.** 9 : 0,1 **d.** 3 : 0,1 **g.** 5,64 : 0,1
**b.** 8,76 : 0,1 **e.** 4,5 : 0,1 **h.** 2,3 : 0,1
**c.** 43,56 : 0,1 **f.** 5,67 : 0,1 **i.** 789 : 0,1

**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo dividirías un número entre 0,01. Escribe cuatro ejemplos y comprueba el resultado con la calculadora.

**3** Realiza las siguientes divisiones.

**a.** 54 : 0,01 **d.** 3,09 : 0,01 **g.** 56,7 : 0,01
**b.** 63,54 : 0,01 **e.** 9 : 0,01 **h.** 0,12 : 0,01
**c.** 4,56 : 0,01 **f.** 0,5 : 0,01 **i.** 0,034 : 0,01

## Decamat

1. Explica qué quiere decir que los kilogramos de fruta que se compran y el coste total son proporcionales.
2. Un grifo vierte 30 l en 1 min. ¿Cuántos verterá en 2 h?
3. ¿Qué diferencia hay entre la proporcionalidad directa y la proporcionalidad inversa?
4. Fátima ha pagado 12 € por 6 cuadernos. ¿Cuánto le costarán 12 cuadernos?
5. Calcula el 8% de 500 €.
6. ¿Por que número tenemos que multiplicar 200 para calcular el 8% de 200? ¿Cuál es el resultado?
7. Añade el 10% a 1 200 €.
8. Un objeto tiene un precio de 400 €. Calcula lo que hay que pagar si se descuenta un 12%.
9. Explica cómo se calcula el precio final de una factura de 450 € con el 16% de IVA.
10. Si el 3% se expresa de forma decimal como 0,03, el 15% ¿Como se expresará el 15%?

**Si quieres aprender** cosas nuevas sobre el mal uso de los recursos naturales, lee *El Hombre Gris del País de las Máquinas,* de Anna Tortajada Orriols. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 4 | 1 |
| | 4 | | |
| | | 3 | |
| 3 | 2 | | |

Averigua qué número representa cada letra.

$$\begin{array}{r} A\ B\ C \\ +\ A\ B\ C \\ A\ B\ C \\ \hline 2\ A\ C\ C \end{array}$$

# Repaso

**1** Realiza las siguientes operaciones.

**a.** 4,57 + 144,54
**b.** 23 – 12,16
**c.** 35,57 × 18
**d.** 86,9 × 7,58
**e.** 0,44 + 1,077
**f.** 8,88 – 0,654
**g.** 56,37 × 100
**h.** 154,9 × 2,7

**2** Calcula el cociente de estas divisiones.

**a.** 654 : 100
**b.** 4 578 : 10
**c.** 785 : 1 000
**d.** 0,7 : 10
**e.** 8 214 : 100
**f.** 123 : 1 000

**3** Copia y completa esta tabla en tu cuaderno.

| Producto | Se lee | Potencia |
|---|---|---|
| | cuatro elevado a cuatro | |
| 6 × 6 × 6 × 6 | | |
| | once elevado a tres | |
| | | $5^6$ |

**4** Calcula estas potencias.

**a.** $10^3$
**b.** $10^8$
**c.** $10^5$
**d.** $10^4$
**e.** $10^6$
**f.** $10^7$

**5** Calcula la raíz cuadrada y escribe cómo se lee. Observa el ejemplo.

$\sqrt{9} = 3 \rightarrow$ La raíz cuadrada de 9 es 3.

**a.** $\sqrt{49}$
**b.** $\sqrt{25}$
**c.** $\sqrt{64}$
**d.** $\sqrt{81}$
**e.** $\sqrt{100}$
**f.** $\sqrt{36}$

**6** Ricardo, en 10 tiradas de 10 dardos cada una, ha puntuado con 10 puntos las 10 veces que ha tirado. ¿Cuántos puntos ha conseguido en total?

**7** Irene ha formado un puzle de 121 piezas cuadradas. Teniendo en cuenta que el puzle es cuadrado y su perímetro mide 88 cm, contesta a estas preguntas.

**a.** ¿Cuántas piezas hay en cada lado del puzle?
**b.** ¿Cuánto mide el lado de cada pieza?

**8** Escribe las raíces aproximadas de estos números.

67 98 10 38 24 53

**9** Relaciona cada número con su raíz. Utiliza la calculadora.

| | |
|---|---|
| 676 | 31 |
| 484 | 34 |
| 1 156 | 26 |
| 961 | 22 |

**10** Reduce a común denominador estas fracciones y compáralas.

**a.** $\frac{2}{5}$ y $\frac{7}{8}$
**b.** $\frac{2}{7}$ y $\frac{3}{5}$
**c.** $\frac{5}{7}$ y $\frac{9}{5}$
**d.** $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{3}$
**e.** $\frac{4}{9}$ y $\frac{6}{7}$
**f.** $\frac{6}{8}$ y $\frac{7}{9}$
**g.** $\frac{3}{4}$ y $\frac{8}{6}$
**h.** $\frac{5}{8}$ y $\frac{4}{6}$

**11** En una caja hay $\frac{5}{8}$ de sobres sorpresa y en otra, $\frac{4}{6}$. ¿En qué caja hay más sobres sorpresa?

**12** Escribe dos fracciones equivalentes por ampliación de cada fracción.

$\frac{3}{7}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{6}{11}$

**13** Realiza estas operaciones con fracciones.

**a.** $\frac{4}{6} + \frac{5}{6}$
**b.** $\frac{7}{9} + \frac{3}{9}$
**c.** $\frac{3}{7} + \frac{5}{7}$
**d.** $\frac{9}{15} - \frac{7}{15}$
**e.** $\frac{13}{16} - \frac{8}{16}$
**f.** $\frac{6}{8} - \frac{4}{8}$

**14** Calcula el peso de esta compra.


**15** Realiza estos productos.

**a.** $\frac{2}{4} \times \frac{3}{7}$
**b.** $15 \times \frac{2}{4}$
**c.** $\frac{1}{9} \times \frac{8}{10}$
**d.** $\frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$
**e.** $8 \times \frac{6}{8}$
**f.** $13 \times \frac{2}{5}$

**16** Con 48 l de agua llenamos botellas de $\frac{3}{5}$ de litro. ¿Cuántas botellas se podrán llenar?

# Aclaro mis ideas

## Proporcionalidad

Dos magnitudes son **proporcionales** si al multiplicar o dividir una cantidad por un número la otra queda también multiplicada o dividida por dicho número o viceversa.

2 entradas cuestan 14 € → 6 entradas cuestan 42 €

$\times 3$ $\times 3$

### Proporcionalidad directa

Dos magnitudes tienen **proporcionalidad directa** si al multiplicar o dividir el valor de una de ellas por un número la otra queda también multiplicada o dividida por dicho número.

### Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes tienen **proporcionalidad inversa** si al multiplicar o dividir el valor de una de ellas por un número la otra queda, respectivamente, dividida o multiplicada por dicho número.

### Reducción a la unidad

Para resolver problemas con magnitudes proporcionales seguimos estos pasos.

**1.º** Reducimos a la unidad. Calculamos cuánto cuesta una estantería.

| | | |
|---|---|---|
| **N.º de estanterías** | 2 | 1 |
| **Precio (€)** | 86 | 43 |

: 2

**2.º** Calculamos el dato que buscamos. Calculamos cuánto cuestan 7 estanterías.

| | | |
|---|---|---|
| **N.º de estanterías** | 1 | 7 |
| **Precio (€)** | 43 | 301 |

$\times 7$

## El porcentaje o tanto por ciento

Un **porcentaje o tanto por ciento** es el cociente indicado de una cantidad entre 100. Se expresa con el signo %, que se lee «por ciento».

### Calcular el porcentaje de una cantidad

Para calcular un porcentaje o tanto por ciento, dividimos el número del porcentaje entre 100 y lo multiplicamos por la cantidad.

$$74\% \text{ de } 450 = \frac{74}{100} \text{ de } 450 = (74 : 100) \times 450 = 333$$

### Descuentos

Si a una cantidad le restamos un porcentaje de descuento se produce una disminución en dicha cantidad.

### Aumentos

Si a una cantidad le sumamos un porcentaje de aumento se produce un incremento en dicha cantidad.

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Dos magnitudes son ..... si al multiplicar o dividir una cantidad de la primera por un número, la cantidad correspondiente de la segunda queda también ..... o ..... por dicho número o viceversa.
- Dos magnitudes proporcionales pueden tener proporcionalidad ..... o ......
- Un porcentaje o tanto por ciento es el cociente indicado de una cantidad entre ..... Se expresa con el signo ....., que se lee ......
- Para calcular un ..... o tanto por ciento, ..... el porcentaje expresado en forma decimal por la cantidad.
- Si a una cantidad le restamos un porcentaje de descuento se produce una ..... en dicha cantidad.
- Si a una cantidad le sumamos un porcentaje de aumento se produce un ..... en dicha cantidad.

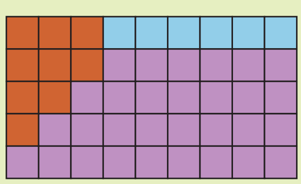
**2** Indica cuáles de estas magnitudes son proporcionales.

- El peso de una sandía y su precio.
- La edad de una persona y su peso.
- La capacidad de una botella y su precio.
- El consumo de luz y su precio.

**3** Maya y tres amigos más están haciendo un hoyo para plantar un árbol. Si entre los cuatro tardan 15 min en hacerlo, ¿cuánto tiempo tardarán en hacer el hoyo 2 personas? ¿Hemos aplicado la proporcionalidad directa o la inversa? ¿Por qué?

**4** Diez amigos compran una caja de chicles y a cada uno le corresponden 15. ¿Cuántos amigos deberían juntarse para que a cada uno le correspondieran 5 chicles?

**5** Escribe el porcentaje de cuadros de cada color que hay en la figura.



**6** Copia en tu cuaderno estas expresiones y calcula el resultado de cada una de ellas.

**a.** 12% de 8 318 **d.** 3% de 6 300
**b.** 2,25% de 24 000 **e.** 15% de 173 416
**c.** 8% de 576 **f.** 4,5% de 840

**7** En una tienda de ropa hacen un descuento del 18% por comprar una prenda, pero por comprar 2 lo hacen del 24%. Calcula cuánto pagaríamos por comprar estas prendas.

**a.** Una camisa.
**b.** Una corbata.
**c.** Una camisa y una corbata.


**8** Calcula estas cantidades con un aumento porcentual del 15%.

**a.** 848 € **c.** 1 259 €
**b.** 954,24 € **d.** 2 366,3 €

**9** Calcula mentalmente estas expresiones.

**a.** 9 : 0,1 **d.** 23 : 0,01
**b.** 83 : 0,1 **e.** 104 : 0,01
**c.** 175 : 0,1 **f.** 83 : 0,01

**10** Si Carmen compra un ordenador hoy le hacen un descuento del 20%, y si se espera a mañana tiene un incremento del 5%. ¿Cómo averiguaría Carmen la diferencia de precio de comprar el ordenador hoy o mañana?

# 7 Los números enteros

## Michael Stifel

Nació en el año 1487 en Esslingen, Alemania. Popularizó el uso de los símbolos + y – para los números negativos y positivos.

Asistió a la universidad de Wittenberg, donde obtuvo el título de maestro.

Dedicó su vida a la religión y en 1511 entró en un monasterio en Esslingen, aunque en 1522 fue forzado a abandonarlo por no estar satisfecho con la fé católica y porque decía que no era feliz por vivir con el dinero de los pobres. Se hizo entonces seguidor de Lutero y vivió en su casa un tiempo. En 1523 obtuvo la posición de pastor y fue enviado a una parroquia.

Profetizó el fin del mundo para el 3 de octubre de 1533. Tuvo numerosos seguidores, hasta que llegó el día anunciado y no ocurrió nada, por lo que fue arrestado y destituido de su puesto.

Algunos años después comenzó a impartir conferencias de matemáticas y teología en la universidad de Königsberg.

En 1559 obtuvo un puesto en la universidad de Jena, en donde impartió conferencias de aritmética y geometría.

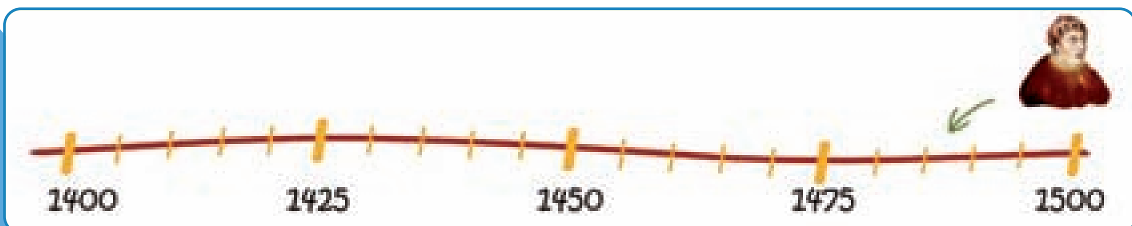
En su obra *Aritmetica integra,* publicada1540, popularizó los símbolos:

+ (más) – (menos)

Desplazando a los signos:

P (plus) M (minus)

que utilizaba Leonardo de Pisa (Fibonacci), al igual que Nicolas Chuquet, con la diferencia de que este lo hacía en minúsculas, *p* y *m*.




**pastor:** persona cristiana con fieles a su cargo y cuidado.

**destituir:** privar a alguien de un cargo.

**teología:** ciencia que trata de Dios y de sus atributos y perfecciones.

## Sobre el texto

1. ¿Qué titulación obtuvo Stifel en la universidad de Wittenberg?
2. ¿Qué profetizó Michael Stifel para el 3 de octubre de 1533? ¿Qué pasó ese día?
3. En su obra *Aritmetica integra*, ¿qué popularizó?

## En grupo

Buscad información sobre Lutero y compartidla con el resto de compañeros.

## La riqueza cultural

Las personas solemos apreciar mucho los bienes materiales y los identifican con la idea de riqueza. Algunas pasan la vida luchando por alcanzarlos y a veces renuncian a valores como la honradez y la justicia para lograrlo. Cuando los conseguimos perdemos de vista que esos bienes están siempre en riesgo. Un automóvil puede quedar destruido en un accidente, la casa puede incendiarse…

Pero hay un tipo de riqueza que no está sujeta a riesgos. Además, cuando se comparte, no se agota, simplemente crece y se multiplica. Esa riqueza es la cultura, los conocimientos o, en otras palabras, las cosas que una persona aprende.

## Actividades

1. ¿Qué se entiende por bienes materiales? Escribe ejemplos.
2. Según dice el texto, la mayoría de los bienes materiales están en riesgo. ¿Qué significa?
3. ¿Qué bienes no materiales posees?

Después de conocer quién popularizó los símbolos + y – para los números negativos y positivos, en esta unidad estudiarás los números enteros.

# Los números enteros

Telma y su padre están viendo la información meteorológica. Han anunciado que esta noche se espera alcanzar 3 grados bajo cero y que durante el día las temperaturas no superarán los 2 grados.

Observa cómo se indica cada temperatura en el termómetro.

- Si la temperatura es mayor que 0, los números llevan el signo + delante y se llaman números enteros positivos.

$$+1, +2, +3, +4, \ldots$$

- Si la temperatura es menor que 0, los números llevan el signo − delante y se llaman números enteros negativos.

$$-1, -2, -3, -4, \ldots$$

El 0, que es también un número entero, no lleva signo ni positivo ni negativo.

Los números enteros se leen nombrando primero el signo y después el número.

$-3 \rightarrow$ menos tres    $+2 \rightarrow$ más dos

Los **números enteros** son los **positivos**, los **negativos** y el **cero.**
$\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \ldots$

**Observa**

Los signos más (+) y menos (−) de los números enteros indican sólo su posición respecto al 0.

**actividades**

1 Copia en tu cuaderno los números enteros y escribe cómo se leen.

a. +5
b. +2,5
c. −12
d. +10
e. +5,6
f. −9
g. −6,2
h. $-\frac{1}{3}$
i. −15
j. +6

2 Escribe con cifras en tu cuaderno estos números enteros.

a. Más siete
b. Menos doce
c. Más quince
d. Menos dos coma cinco
e. Más dos quintos
f. Menos ciento treinta

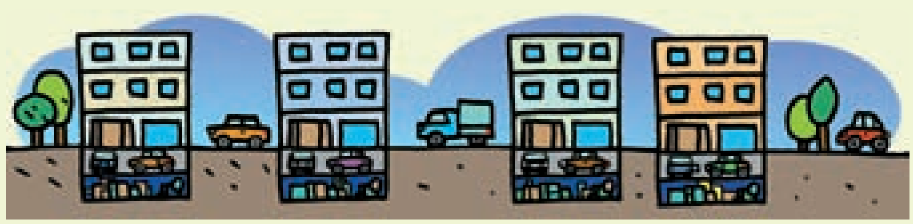
3 Lee y escribe con qué tipo de número entero expresarías cada situación.

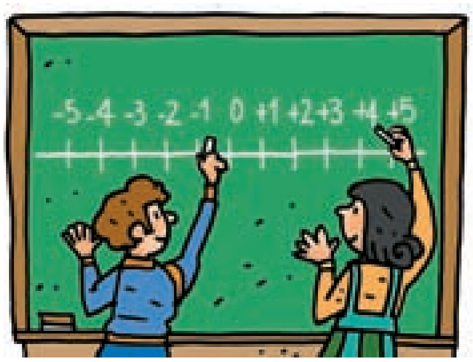
a. El trastero está en la cuarta planta del sótano.
b. Ana ha ingresado 10 €.
c. Pepe debe 5 € a su amigo.

4 Razona si son correctas o no las siguientes oraciones. Después corrige las incorrectas.

a. El cero no es un número entero.
b. Los números enteros positivos son infinitos.
c. Hay más números enteros positivos que negativos.

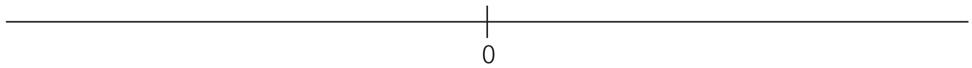
5 Indica el número entero que corresponde a cada una de estas plantas.



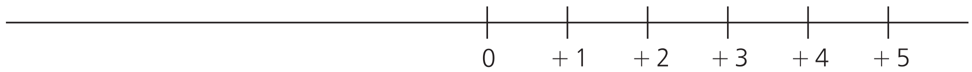



Carla y Antonio han representado los números enteros +2, −3, 0, −5 y +1 en una recta numérica. Para ello han seguido los siguientes pasos.

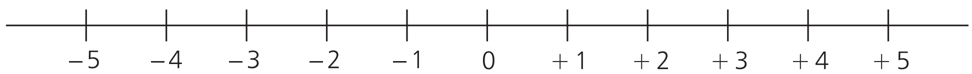
**1.º** Han dibujado una recta y han colocado el 0.



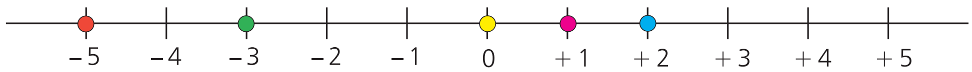

**2.º** Han colocado a la derecha del 0 los números enteros positivos, dejando la misma distancia entre ellos.




**3.º** Han colocado a la izquierda del 0 los números enteros negativos, dejando la misma distancia entre ellos.




**4.º** Han marcado con color los puntos +2, −3, 0, −5 y +1 en la recta numérica.




**Observa**

Los números enteros siempre cuentan y operan con unidades enteras.

En la **recta numérica** los números enteros positivos están a la derecha del 0 y los enteros negativos, a la izquierda.

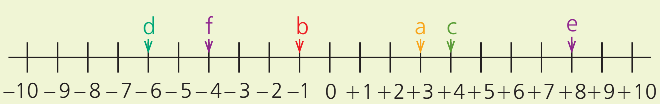
**actividades**

**1** Dibuja en tu cuaderno una recta numérica y sitúa en ella estos números enteros.

**a.** +3 **c.** −2 **e.** +7 **g.** −3

**b.** +2 **d.** −1 **f.** −8 **h.** +9

**2** ¿Qué números enteros representan las letras?




**3** Completa en tu cuaderno escribiendo el número entero anterior y el siguiente a los dados como en el ejemplo. Ayúdate de una recta numérica.

| −8 −7 −6 |
|---|

**a.** ..... +4 ..... **c.** ..... −3 ..... **e.** ..... −7 .....

**b.** ..... +6 ..... **d.** ..... −12 ..... **f.** ..... +9 .....

**4** Indica qué número entero de cada par está más próximo al 0 en la recta numérica.

**a.** +4 y −3 **c.** −1 y −3 **e.** −2 y −6

**b.** +4 y +7 **d.** +2 y +1 **f.** +8 y +3

**5** Dos amigos, Sonia y Roberto, se encuentran en el kilómetro 0. Roberto camina 120 m hacia la derecha y Sonia, 80 m hacia la izquierda en la misma dirección pero en sentido contrario.

**a.** Representa con números enteros el recorrido de cada uno con relación al punto cero.

**b.** Calcula la distancia a la que se encuentran en este momento uno de otro.

## Los números opuestos

Observa los números que ha representado Javier en la recta numérica.


Fíjate en que para cada número distinto de cero existe otro a la misma distancia de cero en el lado opuesto.

Los números que como – 3 y + 3 y + 4 y – 4 solo se diferencian en el signo, los llamamos números opuestos. Estos ocupan puntos simétricos en la recta con relación al cero.

Los **números opuestos** son aquellos que tienen el mismo valor numérico pero distinto signo. Todos los números enteros menos el 0, los fraccionarios y los decimales tienen su opuesto.

actividades

1. Dibuja en tu cuaderno una recta numérica y sitúa en ella estos números y sus opuestos.

   **a.** –3 **c.** +4 **e.** –1
   **b.** +2 **d.** +1,5 **f.** –4

2. Escribe en tu cuaderno con cifras los opuestos a los siguientes números.

   **a.** Menos uno con veinticinco
   **b.** Más dos con quince
   **c.** Menos cuatro quintos
   **d.** Más siete décimos

3. Explica cuál sería la expresión opuesta a cada una de estas y escríbela en tu cuaderno.

   **a.** Tener cinco euros.
   **b.** Regalar doce cromos.
   **c.** Subir a la tercera planta.

4. ¿Qué número es opuesto al opuesto de menos tres? Ayúdate de una recta numérica.

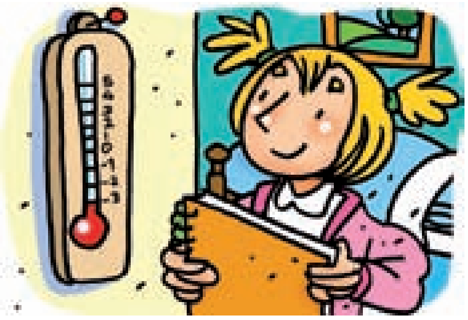
5. Si de una hucha se sacan 30 € y a los diez minutos se hace la operación opuesta, ¿cuál será el contenido de la hucha?

6. Dos trenes salen de Soto al mismo tiempo en sentido contrario. El que se dirige a Olmo ha recorrido en una hora 15 km, y el que lleva dirección opuesta, hacia Solana, 25 km en el mismo tiempo.

   **a.** Representa el problema en un esquema.
   **b.** ¿A qué distancia se encuentran ambos trenes?

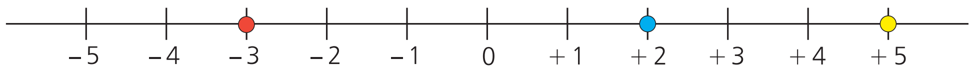

7. Si de un depósito de 1 500 l sacamos 250 l y luego hacemos la acción opuesta, ¿cuántos litros quedan en el depósito?

## Comparación y ordenación de números enteros



Ana ha anotado la temperatura de su habitación tres veces. A las ocho de la mañana el termómetro marcaba –3 grados, a las cinco de la tarde, +5 grados, y a las diez de la noche, +2 grados. ¿A qué hora hacía más calor en su habitación? ¿Y más frío?

Para averiguarlo comparamos los números –3, +5 y +2. Y para ello la forma más sencilla es utilizar su representación en la recta numérica.




En la recta numérica observamos que todo número negativo siempre es menor que uno positivo.

$$-3 < +2 < +5$$

Así pues, hacía más calor a las cinco de la tarde y más frío a las ocho de la mañana.

**Cualquier número entero es mayor que otro situado a su izquierda en la recta numérica y menor que otro situado a su derecha.**

### actividades

**1** Dibuja en tu cuaderno una recta numérica y compara estos pares de números.

a. +4 y +6

b. –3 y –2

c. –3 y +2

d. 0 y –2

e. –1 y +3

f. –7 y –3

g. –1 y –17

h. +12 y –100

**2** Ordena de menor a mayor estos grupos de números.

a. –3, +5 , –2, +2, +3, 0 y –7

b. +10, –8, +5, 0, +8, –6 y +1

c. –3, –1, –2, –5, –14, +1 y +2

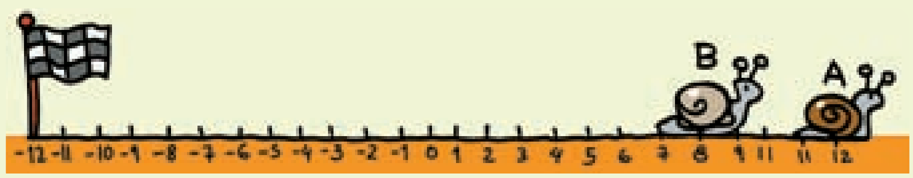
d. +4, –7, +2, –1, +3, +5 y –2

**3** Escribe dos posibles soluciones a estas expresiones numéricas. Observa el ejemplo.

+4 < ..... → +4 < +7 y +4 < +6

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| a. –4 < ..... | c. +2 < ..... | e. –5 > ..... | g. –3 > ..... | i. 0 > ..... |
| b. +3 < ..... | d. –1 > ..... | f. –3 < ..... | h. +1 > ..... | j. +20 < ..... |

**4** Dos caracoles, A y B, salen al mismo tiempo del punto situado en –12 de una recta numérica. Después de una hora el caracol A se encuentra en +12 y el caracol B en +8.




a. ¿Qué caracol ha hecho el recorrido a mayor velocidad? ¿Por qué?

b. ¿Cuántos puntos ha recorrido cada caracol en la recta numérica?

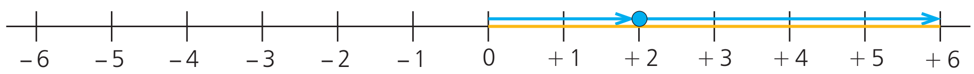
c. ¿En qué punto se encuentra cada caracol después de una hora? Compara estos dos puntos utilizando la recta numérica.

**5** En la última vuelta de una maratón de 5 000 m, el dorsal número 21 se encuentra a –7 m de la meta, el dorsal 22 se encuentra a +2 m de la meta y el dorsal 3, a –50 m. ¿A qué distancia se encuentra el dorsal 21 del dorsal 3? Ayúdate de un dibujo.

# Adición de números enteros del mismo signo

- Luis vive en la planta +2 y quiere subir a la piscina del ático, que está 4 plantas más arriba. ¿En qué planta está la piscina?

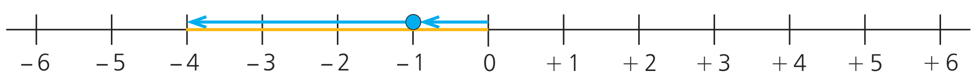
Para calcularlo, sumamos (+2) y (+4).




La piscina está en la planta 6.

- Luis quiere sacar su coche del garaje. Si él se encuentra en la planta –1 y su plaza de garaje está 3 plantas por debajo, ¿en qué planta está su coche?

Para calcularlo, sumamos (–1) y (–3).




Luis tiene su coche en la planta –4.

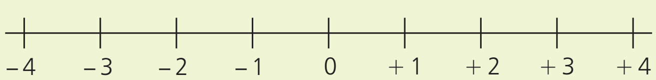
> Para **sumar dos o más números enteros del mismo signo**, sumamos los números prescindiendo de los signos y al resultado le añadimos el signo que tenían los sumandos.

## actividades

**1** Realiza la suma de estos números enteros.

**a.** (+4) + (+3)
**b.** (0) + (+5)
**c.** (–2) + (–1)
**d.** (+1) + (+2)
**e.** (–4) + (–2)
**f.** (–1) + (–5)

**2** Copia esta recta en tu cuaderno y sitúa en ella el resultado de estas operaciones.




**a.** (–3) + (–1)
**b.** (+1) + (+1)
**c.** (+2) + (+1)
**d.** (–2) + (–2)

**3** Completa estas operaciones en tu cuaderno.

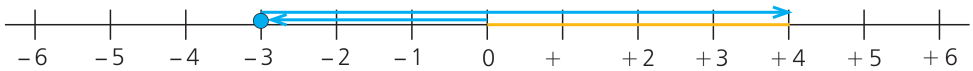
**a.** (+3) + (.....) = (+8)
**b.** (–1) + (.....) = (–5)
**c.** (+2) + (.....) = (+10)
**d.** (.....) + (–3) = (–5)

**4** Un ratón se encuentra en el punto 0 de una recta numérica. Primero se desplaza tres intervalos a la izquierda y luego dos más de nuevo a la izquierda. ¿A cuántos intervalos del punto 0 se encuentra el ratón? Representa los datos y la solución del problema en una recta numérica.

**5** Juan ha llegado a la planta 3 de una torre que tiene 20. Después ha subido 3 plantas más y, tras un descanso, otras 5. ¿En qué planta se encuentra?

Lidia trabaja en un hospital de 8 plantas y otras 3 de aparcamientos subterráneos. Si ella ha dejado su coche en la planta −3 y tiene que subir 7 plantas para llegar a su lugar de trabajo, ¿en qué planta trabaja Lidia?

Para calcularlo, sumamos (−3) y (+7).




$$(-3) + (+7) = (+4)$$

Lidia trabaja en la planta +4.

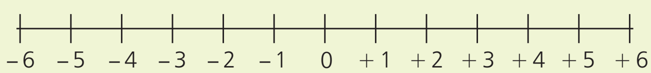
> Para **sumar dos o más números enteros de distinto signo**, restamos el menor del mayor sin tener en cuenta los signos y al resultado le añadimos el signo del sumando que esté más lejos de 0.

## actividades

**1** Realiza las siguientes sumas de números enteros.

- **a.** (+4) + (−2)
- **b.** (−5) + (+3)
- **c.** (−4) + (+7)
- **d.** (0) + (+5)
- **e.** (+4) + (−9)
- **f.** (−10) + (+4)
- **g.** (+11) + (−7)
- **h.** (+37) + (−15)
- **i.** (−18) + (+3)
- **j.** (−3) + (+1)
- **k.** (+40) + (−10)
- **l.** (−20) + (+30)

**2** Copia esta recta en tu cuaderno y señala en ella los resultados de estas operaciones.




- **a.** (−5) + (+6)
- **b.** (+4) + (−2)
- **c.** (−5) + (+3)
- **d.** (−3) + (+5)
- **e.** (+7) + (+6)
- **f.** (+8) + (+6)
- **g.** (−2) + (+3)
- **h.** (−4) + (+3)

**3** Calcula el resultado de estas sumas de número opuestos y explica qué ocurre.

- **a.** (+5) + (−5)
- **b.** (+7) + (−7)

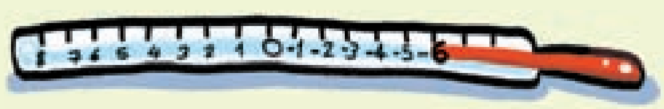
**4** Completa estas series en tu cuaderno. Ayúdate dibujando una recta numérica.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| −7 | −4 | −1 | | | |
| −8 | 0 | +8 | | | |
| +8 | +4 | 0 | | | |

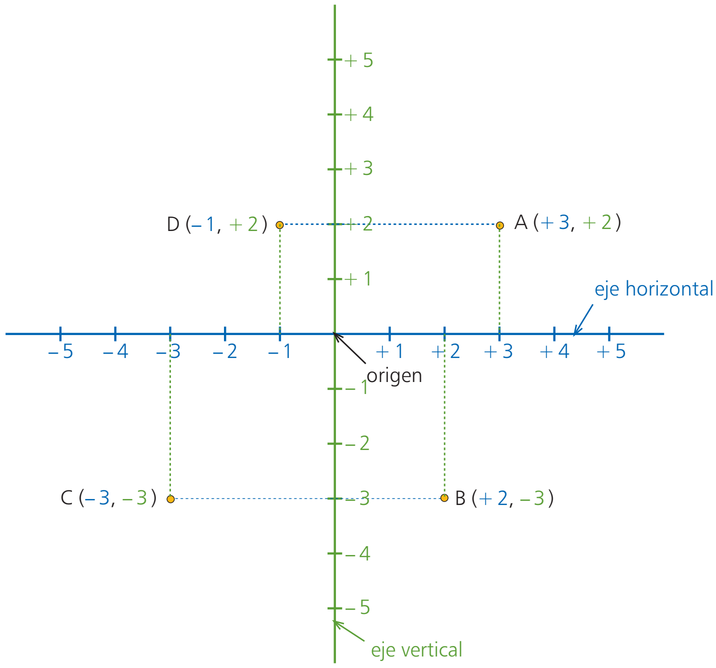
**5** Alicia tiene una deuda de 24 € y para cancelarla entrega un billete de 50 €. ¿Cuántos euros le tienen que devolver? Elige la operación que representa la solución del problema y resuelve.

- **a.** 24 + 50
- **b.** (−24) + (+50)

**6** A las seis de la mañana la temperatura era de −6 grados, a las doce del mediodía había subido 8 grados y a las tres marcaba 4 grados más que a las doce. ¿Qué temperatura marcaba a las tres?



# Representación de puntos en el plano




Observa este gráfico. Representa un plano en el que hemos trazado dos rectas perpendiculares llamadas **ejes de coordenadas** que se cortan en el punto 0, denominado **origen.**

En el **eje horizontal** los valores positivos están a la derecha del punto 0 y los negativos, a la izquierda.

En el **eje vertical** los valores positivos se sitúan por encima del punto 0 y los negativos, por debajo.

Al plano determinado por los ejes de coordenadas lo llamamos **plano cartesiano.**

Cada punto del plano está determinado por un **par de coordenadas.**

Para conocer las coordenadas de un punto trazamos un segmento vertical y otro horizontal hasta cortar a los ejes.

Fíjate en los puntos A, B, C y D. Para leer y escribir las coordenadas de un punto se nombra primero la del eje horizontal y después la del vertical.

A → (+3, +2)  B → (+2, –3)  C → (–3, –3)  D → (–1, +2)

## actividades

**1** Contesta a las siguientes preguntas.

**a.** ¿Cuántos ejes de coordenadas determinan un plano?

**b.** ¿Cómo se distribuyen los valores en el eje de coordenadas horizontal?

**c.** ¿Por qué decimos que un punto está determinado por un par de coordenadas?

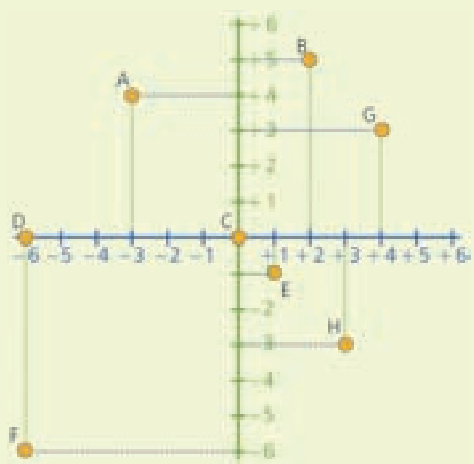
**d.** Al escribir y leer un par de coordenadas, ¿en qué orden se hace: primero la del eje vertical o la del eje horizontal?

**e.** ¿Cuáles son las coordenadas del origen?

**f.** ¿Los ejes de coordenadas son dos rectas perpendiculares o dos segmentos perpendiculares?

**2** Escribe en tu cuaderno las coordenadas de cada uno de los puntos que hay representados en estos ejes.

A → (....., .....)  E → (....., .....)
B → (....., .....)  F → (....., .....)
C → (....., .....)  G → (....., .....)
D → (....., .....)  H → (....., .....)



**3** Dibuja sobre una hoja cuadriculada unos ejes de coordenadas y representa estos puntos.

A → (+2, +5)  C → (+4, –2)  E → (+1, –5)  G → (–1, –1)
B → (+1, –3)  D → (–3, –4)  F → (+4, +3)  H → (–2, +1)

**4** ¿Cuál es la primera coordenada de los puntos que están sobre el eje vertical? ¿Cuál es la segunda coordenada de los puntos del eje horizontal?

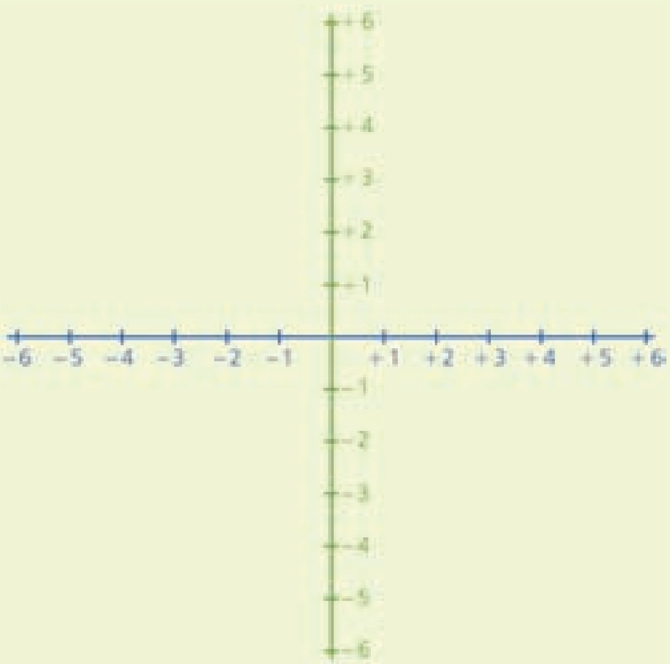
actividades

**5** Representa estos puntos en los ejes de coordenadas.

| | |
|---|---|
| A → (0, +7) | E → (0, −6) |
| B → (+3, 0) | F → (−1, 0) |
| C → (0, −3) | G → (0, +2) |
| D → (−5, 0) | H → (+4, 0) |

**6** Copia en tu cuaderno estos ejes y traza el itinerario que sigue un motorista en el plano cartesiano.

| | |
|---|---|
| **a.** (−6, −6) | **e.** (−3, −4) |
| **b.** (+5, 0) | **f.** (−6, +3) |
| **c.** (−2, +6) | **g.** (+3, +4) |
| **d.** (+6, +2) | **h.** (+4, −5) |




**7** Las coordenadas del recorrido de dos grupos de scouts son estas. Las del grupo «Leones»: (−3, −4), (+2, −2) y (+5, +4), y las del grupo «Águilas»: (−5, +4), (0, +2) y (+2, −4).

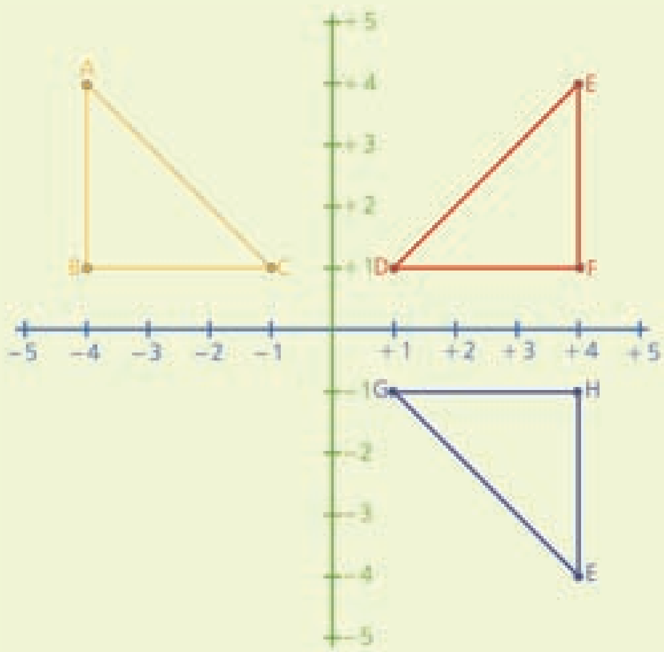
**a.** Dibuja un plano cartesiano en tu cuaderno y marca el recorrido de cada grupo.

**b.** Escribe las coordenadas del punto en que los dos equipos se cruzan.

**8** Dibuja en tu cuaderno un plano cartesiano y dibuja un triángulo cuyos vértices sean A = (−3, −5), B = (+3, +4) y C = (+5, −5).

**9** Describe en qué parte del plano cartesiano las coordenadas son negativas y en qué otra son positivas.

**10** Averigua y escribe las coordenadas de los vértices de los triángulos verde, rojo y azul.




**11** Lee atentamente las instrucciones y realiza lo que se indica.

**a.** Dibuja en tu cuaderno un plano cartesiano en cuyos ejes aparezcan los intervalos de (+6) y (−6).

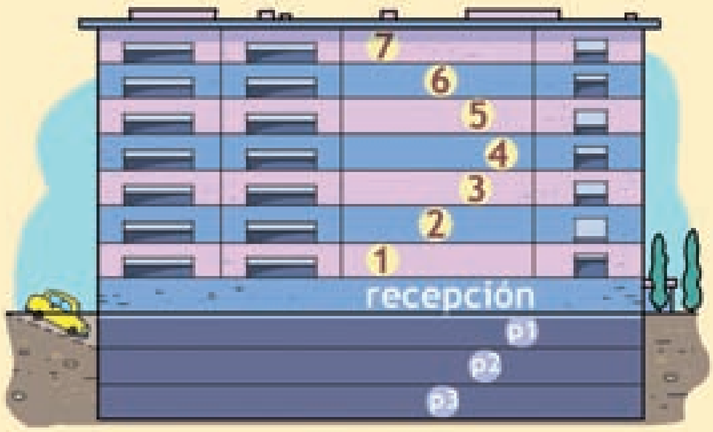
**b.** Dibuja un punto en las coordenadas (+5, −5) que representará un barco que se desplazará en el plano dibujado.

**c.** Traza el recorrido del barco sabiendo que pasa por los puntos: (−5, −4), (−4, +3), (+2, +6) y (+6, +2).

# Resuelvo problemas

## Comprobar si la solución obtenida tiene sentido

Teresa y Joaquín se encuentran en la planta 3 del garaje de un hotel que tiene 7 pisos de habitaciones. En la planta 0 se encuentra la recepción. Si para llegar a su habitación tienen que subir 8 plantas, ¿en qué planta se encuentra su habitación?




- Los datos que necesitamos para resolver el problema son:

La planta en la que tienen el coche: planta −3.

Las plantas que tienen que subir para llegar a su habitación: +8.

- Para resolver el problema sumamos (−3) y (+8).

$$(-3) + (+8) = +5$$

- Por tanto, tienen la habitación en la planta 5.

¿Qué ocurriría si como solución hubiera salido −5?

En este caso no tendría mucho sentido, pues eso indicaría que su habitación está en la planta 5 del garaje.

Al resolver un problema con números enteros debemos tener especial cuidado con el signo de la solución.

## Aplico la estrategia

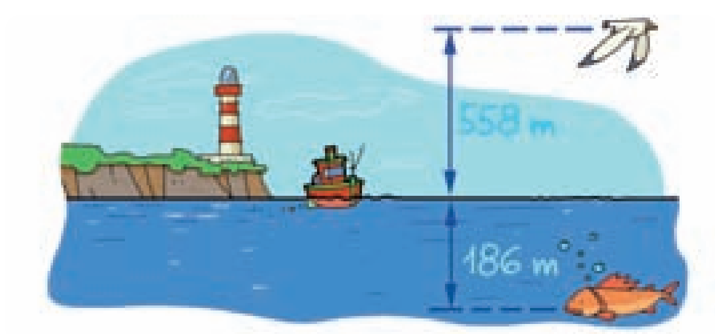
1. Durante el verano, en el pueblo de Sara hace una media de 25 °C de temperatura. Cuando llega el invierno la temperatura baja 29 °C. ¿Qué temperatura suele hacer en invierno en el pueblo de Sara?


2. Marta tenía 157,32 € en su cuenta bancaria y hace un ingreso de 203,16 €. Si al día siguiente saca 69,27 €, ¿cuánto dinero tiene ahora Marta en su cuenta?


3. Lucía tiene 12 canicas y Miguel, 15. Si Lucía le da a Miguel 8 canicas que le debe, ¿cuántas canicas tendrá cada uno? Representa el problema en una recta numérica antes de resolverlo.

4. Ian y Yaiza entran en un ascensor en la planta 0. Ian se dirige al sótano 2 y Yaiza, al número opuesto. ¿A qué planta quiere ir Yaiza? ¿En que planta se encuentra Ian si después de bajar al sótano sube 3 plantas?

5. Si un pez se encuentra a 186 m bajo el nivel del mar y una gaviota vuela a una altura de 558 m, ¿qué diferencia de altura hay entre el pez y la gaviota?



6. Maxi tiene 596,23 € y recibe 375,78 € de un premio en la lotería. Si Maxi tiene una deuda con el banco de 1 872,58 €, ¿podrá liquidar la deuda que tiene? ¿Le faltará o le sobrará dinero? ¿Cuánto?

7. Susana ha colocado en la cocina un frigorífico y un congelador. El frigorífico lo ha puesto a una temperatura de 6 grados y el congelador, a 19 grados menos que el frigorífico. ¿A qué temperatura ha puesto el congelador?

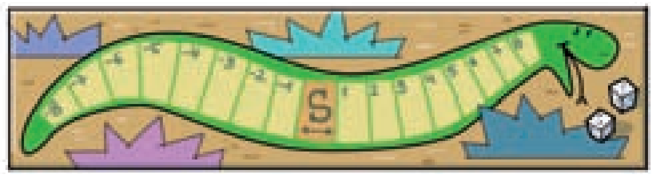
8. ¿Qué diferencia de temperatura soporta una persona que pasa de una cámara de conservación de verdura, que se encuentra a 4 °C, a una de pescado congelado, que está a – 18 °C? ¿Y si pasara de la cámara de pescado a la de verdura?

9. Con ayuda del tablero de juego, expresa los movimientos de cada jugador como operación de números enteros y escribe en qué casilla se encontrará cada uno al final si parten todos desde el 0. ¿Quién tendrá una posición más avanzada?

**a.** Pedro retrocede 3 casillas, luego avanza 9 y después retrocede 4.

**b.** Irene avanza 7 casillas, retrocede 12 y vuelve a retroceder 3.

**c.** Paula retrocede 2 casillas, vuelve a retroceder 4 casillas y luego avanza 11.



# Lógica

## Cuadros mágicos con números enteros

1. Comprueba si estos cuadrados son mágicos, es decir, si al sumar sus filas, columnas y diagonales obtenemos siempre el mismo resultado.

| | | |
|---|---|---|
| −3 | 2 | −5 |
| −4 | −2 | 0 |
| 1 | −6 | −1 |

| | | |
|---|---|---|
| 0 | +5 | −2 |
| −1 | +1 | +3 |
| +4 | −3 | +2 |

| | | |
|---|---|---|
| −5 | 0 | −7 |
| −6 | −4 | +2 |
| −1 | −8 | −3 |

2. Completa en tu cuaderno estos cuadrados mágicos.

| | | |
|---|---|---|
| | 9 | 2 |
| | 5 | |
| | 1 | |

| | | |
|---|---|---|
| −1 | | |
| −2 | 0 | |
| 3 | | |

| | | |
|---|---|---|
| | 10 | |
| | 6 | |
| 9 | 2 | |

3. Copia en tu cuaderno y completa esta suma de cuadrados mágicos y comprueba si la solución es otro cuadrado mágico.

| | | |
|---|---|---|
| −5 | 0 | −7 |
| −6 | −4 | −2 |
| −1 | −8 | −3 |

+

| | | |
|---|---|---|
| 0 | +5 | −2 |
| −1 | +1 | +3 |
| +4 | −3 | +2 |

=

| | | |
|---|---|---|
| −5 | | |
| −7 | | |
| +3 | | |

# Cálculo mental

Para multiplicar un número por 0,5, dividimos dicho número entre 2.

$$250 \times 0{,}5 = 250 : 2 = 125$$

**1** Calcula mentalmente estos productos.

| | | |
|---|---|---|
| **a.** 40 × 0,5 | **e.** 20 × 0,5 | **i.** 34 × 0,5 |
| **b.** 56 × 0,5 | **f.** 200 × 0,5 | **j.** 420 × 0,5 |
| **c.** 30,46 × 0,5 | **g.** 40,44 × 0,5 | **k.** 66,06 × 0,5 |
| **d.** 0,26 × 0,5 | **h.** 0,86 × 0,5 | **l.** 0,048 × 0,5 |

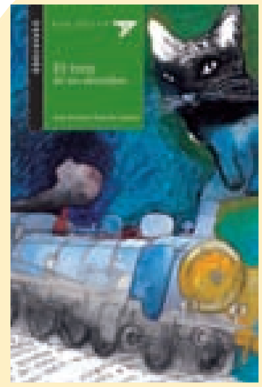
**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo dividirías un número entre 0,5. Escribe cuatro ejemplos y comprueba el resultado con la calculadora.

**3** Calcula mentalmente el cociente de estas divisiones.

| | | |
|---|---|---|
| **a.** 124 : 0,5 | **c.** 48 : 0,5 | **e.** 0,84 : 0,5 |
| **b.** 10,50 : 0,5 | **d.** 40,16 : 0,5 | **f.** 24,12 : 0,5 |

## Decamat

1. Un buceador desciende 12 m. Expresa esta profundidad con un número entero.
2. ¿Cuál de estas expresiones, +8 > +3, +8 < −10 o 0 = −1, es la correcta?
3. Nombra tres acciones que podemos acompañar con el signo más (+).
4. Si el segmento ├┤ vale 16 puntos, ¿cuántos puntos valdrá el segmento ├┼┼┼┤?
5. Lee estos números enteros de menor a mayor: −4, −2 y +1.
6. ¿Cuál es la suma de los números +6 y −4?
7. Un señor quiere ir al tercer sótano de un edificio. ¿Qué botón tiene que pulsar?
8. ¿Cómo están situados los números enteros en la recta numérica?
9. ¿Cómo se llama el plano determinado por dos ejes de coordenadas?
10. ¿Cómo está determinado cualquier punto del plano cartesiano?



## Si quieres aprender

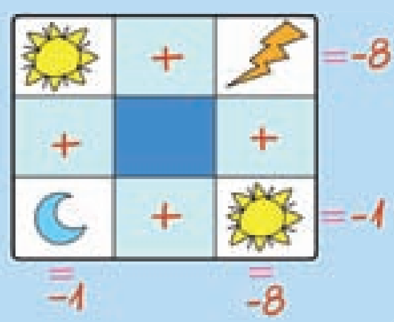
cosas nuevas sobre los libros y los viajes, lee *El tren de los aburridos,* de José Antonio Ramírez Lozano. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| 2 | 1 | 4 | |
| | 3 | 2 | 4 |
| | | | |

Averigua qué número entero representa cada figura.



# Repaso

**1** Calcula estos productos.

**a.** $25{,}838 \times 8{,}3$ **b.** $45{,}63 \times 12{,}5$ **c.** $954{,}5 \times 1\,000$

**2** Averigua qué operaciones son incorrectas y corrígelas.

**a.** $518 : 16 = 32{,}375$
**b.** $54\,231 : 43 = 1\,281{,}186$
**c.** $2\,379 : 26 = 91{,}6$
**d.** $130\,462 : 71 = 1\,839{,}49$

**3** Escribe con letra y calcula las siguientes potencias.

**a.** $13^2$ **c.** $17^4$ **e.** $25^3$
**b.** $9^5$ **d.** $2^7$ **f.** $6^9$

**4** Descompón estos números como potencias de base 10.

**a.** 300 **c.** 5 730 **e.** 67 400
**b.** 95 006 **d.** 107 **f.** 95 000

**5** Calcula las raíces cuadradas aproximadas de los siguientes números.

**a.** $\sqrt{37}$ **c.** $\sqrt{115}$ **e.** $\sqrt{245}$
**b.** $\sqrt{59}$ **d.** $\sqrt{73}$ **f.** $\sqrt{348}$

**6** Lee y escribe con cifras estas fracciones en tu cuaderno.

**a.** Cuatro doceavos
**b.** Cinco catorceavos
**c.** Tres séptimos
**d.** Seis novenos

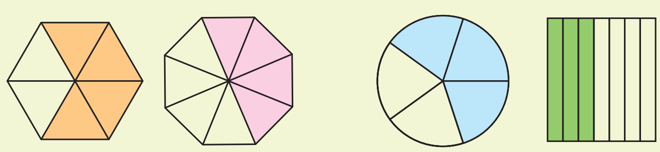
**7** Representa gráficamente en tu cuaderno los siguientes números mixtos.

**a.** $2\,\frac{1}{4}$ **b.** $3\,\frac{2}{5}$ **c.** $1\,\frac{2}{3}$

**8** Reduce estas fracciones a común denominador y después compáralas.

**a.** $\frac{1}{5}$ y $\frac{2}{3}$ **c.** $\frac{4}{6}$ y $\frac{4}{5}$ **e.** $\frac{1}{3}$ y $\frac{7}{8}$
**b.** $\frac{2}{4}$ y $\frac{5}{7}$ **d.** $\frac{4}{7}$ y $\frac{6}{9}$ **f.** $\frac{3}{9}$ y $\frac{5}{6}$

**9** Escribe la fracción que representa cada figura y compáralas.



**10** Escribe dos fracciones equivalentes a cada fracción por ampliación y otras dos por simplificación.

**a.** $\frac{12}{30}$ **b.** $\frac{8}{24}$ **c.** $\frac{16}{20}$

**11** Realiza las siguientes operaciones.

**a.** $\frac{10}{15} + \frac{6}{15}$ **c.** $\frac{3}{8} - \frac{1}{8}$
**b.** $\frac{3}{7} + \frac{4}{5}$ **d.** $\frac{9}{8} - \frac{3}{4}$

**12** Un bebé toma $\frac{4}{6}$ de leche por la mañana y $\frac{2}{5}$ por la tarde. ¿Cuánta leche bebe durante el día? ¿Cuándo bebe más leche, por la mañana o por la tarde?

**13** Calcula el cociente de estas divisiones.

**a.** $\frac{3}{8} : \frac{1}{2}$ **c.** $\frac{3}{5} : 5$ **e.** $\frac{5}{9} : \frac{2}{7}$
**b.** $\frac{4}{6} : \frac{3}{4}$ **d.** $\frac{6}{8} : 6$ **f.** $\frac{2}{6} : 3$

**14** Un grifo vierte 30 l de agua en 2 h. Si un bombero está con el grifo abierto media hora, ¿cuántos litros de agua ha utilizado?

**15** Si un envase con 4 natillas cuesta 1,20 €, ¿cuánto costará una sola? ¿Y 6?

**16** Manuel cobra mensualmente 1 568 € y gasta el 35% de su sueldo en pagar la hipoteca. ¿Cuánto paga de hipoteca Manuel al mes?

**17** Calcula el precio de estos juguetes con el descuento.

# Aclaro mis ideas

## Números enteros

### Positivos

Los números **enteros positivos** representan cantidades mayores que 0 y se escriben con un signo + delante del número natural.

$+1, +2, +3, +4, +5, \ldots$

### Negativos

Los números **enteros negativos** representan cantidades menores que 0 y se escriben con un signo – delante del número natural.

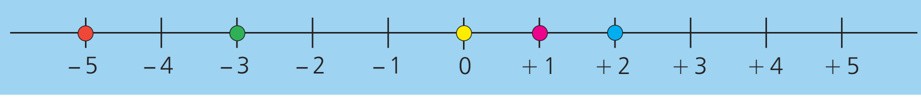
$-1, -2, -3, -4, -5, \ldots.$

Los números enteros se leen nombrando primero el signo y después el número.

$-3 \rightarrow$ menos tres $\qquad$ $+2 \rightarrow$ más dos

### Representación de números enteros en la recta numérica

En la **recta numérica** los números enteros positivos están a la derecha del 0 y los enteros negativos, a la izquierda.



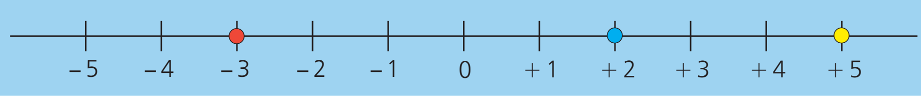

### Números opuestos

Los **números opuestos** son aquellos que tienen el mismo valor numérico pero distinto signo. Todos los números menos el 0, los fraccionarios y los decimales tienen su opuesto.

$-3$ y $+3$ $\qquad$ $+4{,}5$ y $-4{,}5$

### Comparación de números enteros

Cualquier número entero es mayor que otro situado a su izquierda en la recta numérica y menor que otro situado a su derecha.




## Operaciones con números enteros

Para **sumar dos o más números enteros del mismo signo,** sumamos los números prescindiendo de los signos y al resultado le añadimos el signo que tenían los sumandos.

$(+3) + (+2) = (+5)$ $\qquad$ $(-2) + (-1) = (-3)$

Para **sumar dos o más números enteros de distinto signo,** restamos el menor del mayor sin tener en cuenta los signos y al resultado le añadimos el signo del sumando que esté más lejos de 0.

$(-3) + (+12) = (+9)$

# ¡Cuánto he aprendido!

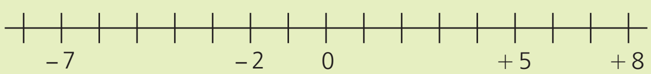
**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Los números enteros pueden ser ....., ..... o el ......
- En la recta numérica los números enteros positivos están a la ..... del 0 y los enteros negativos, a la ......
- Los números ..... son aquellos que tienen el mismo valor numérico pero distinto signo.
- Cualquier número entero es mayor que otro situado a su ..... en la recta numérica y menor que otro situado a su ......
- Para sumar dos o más números enteros del mismo signo, ..... los números prescindiendo de los signos y al resultado le añadimos el signo que tenían los ......
- Para sumar dos o más números enteros de distinto signo, ..... el menor del mayor sin tener en cuenta los ..... y al resultado le añadimos el signo del sumando que esté más lejos de 0.

**2** Lee y escribe en tu cuaderno estos números enteros.

**a.** +6 **d.** −8 **g.** −35
**b.** −3 **e.** +13 **h.** +51
**c.** −10 **f.** +26 **i.** −48

**3** Copia en tu cuaderno esta recta numérica y escribe los números que faltan.




**4** Escribe el opuesto a estos números.

**a.** +7 **c.** −1,25 **e.** +14
**b.** −10 **d.** −4,8 **f.** +20,7

**5** Copia en tu cuaderno y rodea el número mayor de cada pareja.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| −3 | +6 | −5 | −2 | −5 | −8 |
| +8 | +9 | −13 | +9 | −7 | −1 |

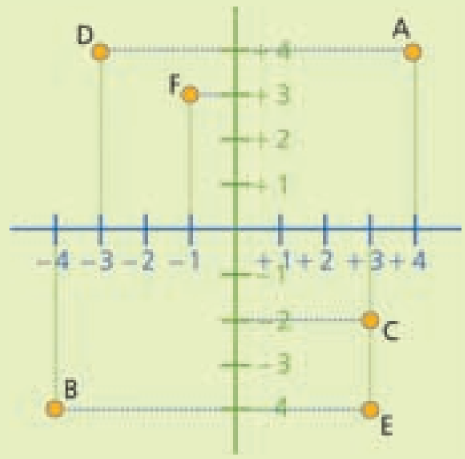
**6** Realiza estas sumas en tu cuaderno.

**a.** (−4) + (+3) **d.** (+12) + (−7)
**b.** (−30) + (+25) **e.** (+16) + (−15)
**c.** (+15) + (−25) **f.** (−24) + (+17)

**7** Averigua si estas adiciones son correctas y corrige las incorrectas.

**a.** (−3) + (−2) = (−5) **c.** (+5) + (+4) = (+8)
**b.** (−8) + (−7) = (−16) **d.** (+13) + (−36) = (+23)

**8** Escribe las coordenadas que representan cada una de las letras.




**9** Dibuja en tu cuaderno un plano cartesiano y representa estas coordenadas.

**a.** (+2, +1) **c.** (−5, +2)
**b.** (+3, −2) **d.** (−1, −3)

**10** Rosana vive en el cuarto piso. Baja en el ascensor seis plantas para ir al trastero, luego sube siete plantas para ver a Ricardo, después baja cuatro plantas para visitar a Mamen y finalmente regresa a casa.

**a.** ¿Cómo representarías los movimientos que ha hecho Rosana en una recta numérica?

**b.** Averigua en qué planta viven Ricardo y Mamen ayudándote de esa recta.

# 8 Planos y mapas

## Niccolo Fontana

Nació en 1500 en Brescia, Italia. Se le atribuye el famoso «triángulo de Tartaglia».

Niccolo Fontana fue apodado Tartaglia (el tartamudo) debido a un defecto que tenía en el habla, nombre que adoptó como autor, sin ningún tipo de complejo.

De origen muy humilde, su familia no pudo proporcionarle ningún tipo de educación, de modo que tuvo que aprenderlo todo por su cuenta.

De adulto se ganó la vida como profesor de matemáticas, participando en concursos matemáticos y como calculista público, efectuando cálculos para arquitectos, ingenieros, artilleros, comerciantes, astrólogos, etcétera.

**humilde:** que vive modestamente.

**aportar:** contribuir, añadir, dar.

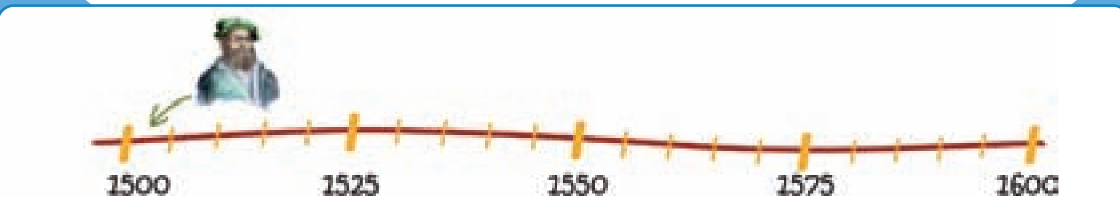
**infinito:** que no tiene ni puede tener fin ni término.

Una de sus aportaciones más conocidas fue el «triángulo de Tartaglia». No es un triángulo en el sentido geométrico de la palabra, sino una colección de números dispuestos en forma triangular que se obtienen de una manera muy sencilla.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 1 | | | | | | fila 0 |
| | | | | 1 | | 1 | | | | | fila 1 |
| | | | 1 | | 2 | | 1 | | | | fila 2 |
| | | 1 | | 3 | | 3 | | 1 | | | fila 3 |
| | 1 | | 4 | | 6 | | 4 | | 1 | | fila 4 |
| 1 | | 5 | | 10 | | 10 | | 5 | | 1 | fila 5... |

Como se puede observar, en la cúspide del triángulo hay un 1, en la segunda fila hay dos 1, y las demás filas empiezan con 1 y terminan con 1, y cada número intermedio se obtiene sumando los dos que se encuentran justo encima.

El triángulo de Tartaglia es infinito, es decir, podemos construir todas las filas que queramos. Por convenio, a la primera fila, que solo contiene el 1, la llamaremos fila 0, a la segunda fila, fila 1, a la tercera, fila 2, para que coincida el nombre de la fila con el número que viene detrás del primer 1 y antes del último 1.



## Sobre el texto

1. ¿Por qué Niccolo Fontana fue apodado Tartaglia?
2. ¿Qué significa que Tartaglia fue calculista público?
3. Completa el triángulo de Tartaglia con tres filas más.

## En grupo

Buscad más información sobre Tartaglia y comentad otras de sus aportaciones al mundo de las matemáticas.

## La clave del éxito

Algunos de los matemáticos que estudiamos en 5.º y 6.º, así como otros científicos e inventores, tienen un origen humilde. Hicieron sus primeros estudios en escuelas rurales o en su familia, pero motivados por su deseo de aprender y mejorar las condiciones de vida, estudiaron por su cuenta y acudieron a los mejores maestros.

El éxito lo alcanzaron con grandes esfuerzos y sacrificios, con voluntad, imaginación y perseverancia. Vencieron muchas dificultades sociales y académicas.

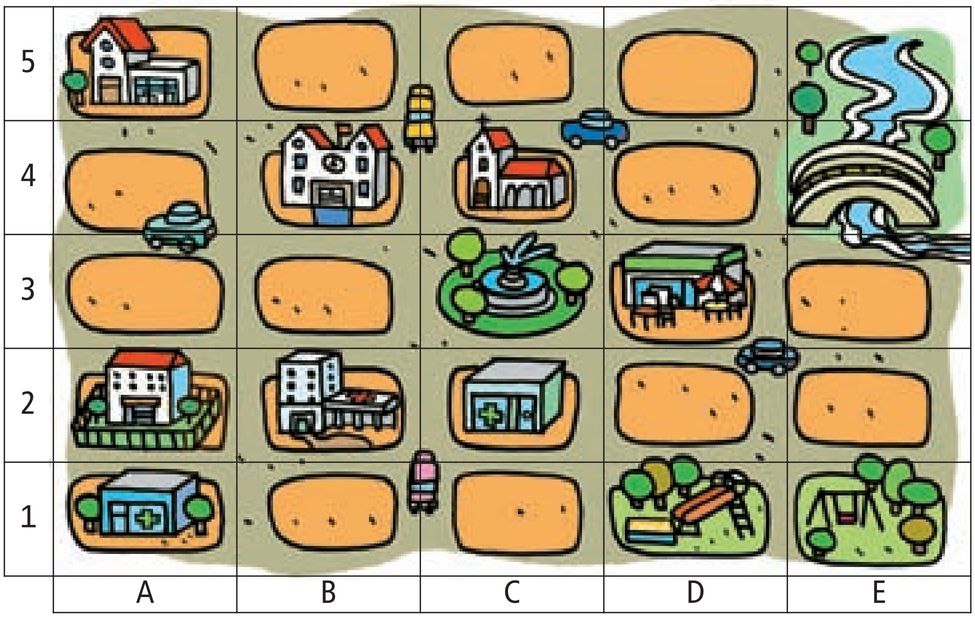
El motor de su vida no era otro que ayudar al progreso de la ciencia y mejorar la vida de la sociedad con sus inventos o descubrimientos mecánicos, biológicos, físicos, etc.

## Actividades

1. Escribe brevemente qué significa el colegio para ti.
2. ¿Qué crees que puedes hacer para sacar más provecho de tus clases?
3. ¿Qué quieres ser de mayor? ¿Qué te gustaría aportar a la humanidad?

**Después de conocer al matemático Tartaglia y el «triángulo» que lleva su nombre, en esta unidad estudiarás los planos y los mapas.**

# Los planos




Observa este plano.

Los planos son representaciones gráficas, a tamaño reducido, que indican los lugares más destacados, como el ayuntamiento, la iglesia, el colegio, etcétera.

Los planos se dibujan sobre una trama cuadriculada, y los lugares se localizan nombrando la letra de la columna y el número de la fila en que se encuentran. Las columnas se designan con una letra y las filas, con un número.

Farmacia → (C, 2)

Los **planos** son representaciones a tamaño reducido de la realidad.

actividades

1 Observa el plano de la presentación e indica qué hay en las siguientes posiciones.

- **a.** (B, 2)
- **b.** (A, 1)
- **c.** (D, 3)
- **d.** (C, 3)
- **e.** (D, 1)
- **f.** (E, 4)
- **g.** (E, 1)
- **h.** (C, 4)
- **i.** (A, 2)
- **j.** (B, 4)
- **k.** (E, 5)
- **l.** (A, 5)

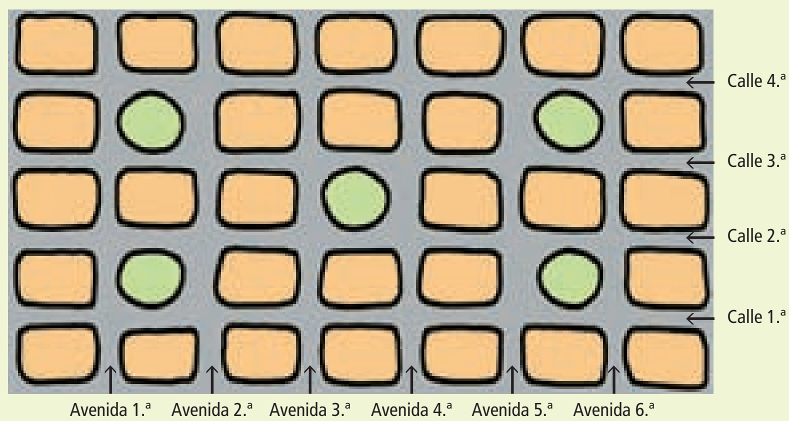
2 Localiza en el plano de la presentación los siguientes lugares e indica dónde se encuentran.

- **a.** El ayuntamiento
- **b.** El hospital
- **c.** La cafetería
- **d.** El colegio

3 Di qué lugares visitaremos si seguimos este itinerario en el plano de la presentación.

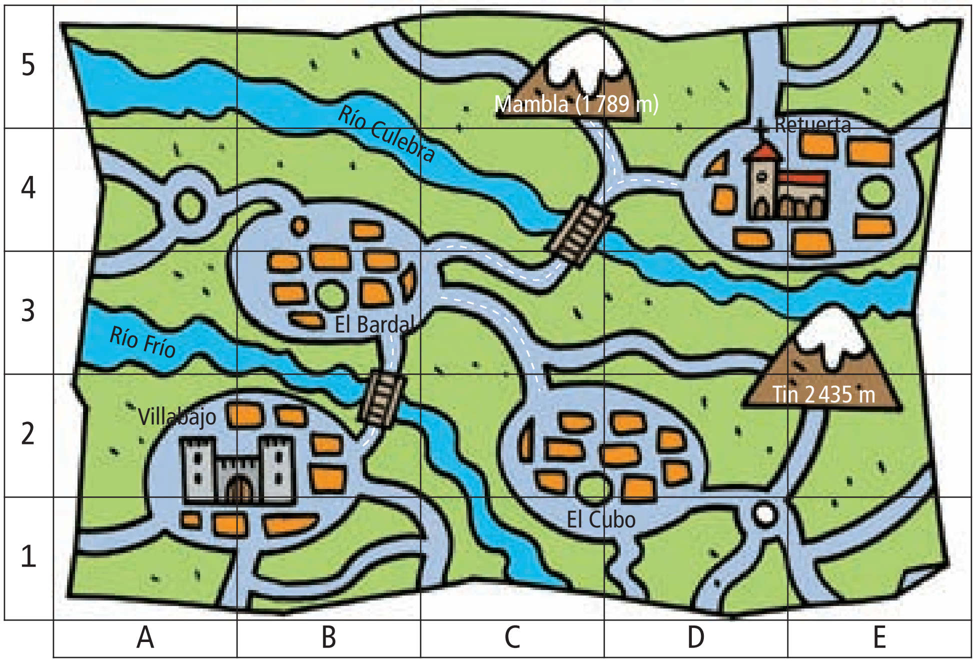
(E, 1) → (E, 4) → (C, 4) → (C, 3) → (A, 2)

4 Copia este mapa en tu cuaderno y coloca los siguientes lugares donde se indica.




- **a.** La plaza del Carmen está entre las avenidas 1.ª y 2.ª y las calles 3.ª y 4.ª.
- **b.** La Cruz Roja está entre las avenidas 4.ª y 5.ª y las calles 1.ª y 2.ª.
- **c.** El ayuntamiento está en la plaza central del plano, entre las avenidas 3.ª y 4.ª y las calles 2.ª y 3.ª.
- **d.** La plaza donde está el ayuntamiento se llama plaza de España.
- **e.** Entre las avenidas 3.ª y 4.ª, en la calle 4.ª, se encuentra el gimnasio y, delante, el instituto, que tiene su entrada principal por la plaza de España.
- **f.** En el extremo superior derecho del plano está el cine, y en la plaza inferior izquierda del plano, llamada de San Roque, está la biblioteca, por cuyos lados pasan la avenidas 1.ª y 2.ª.

# Los mapas




Cuando los planos representan grandes superficies, como una provincia, un país o un continente, a tamaño reducido, los llamamos mapas.

Los mapas, como los planos, se presentan en general con una cuadrícula que lleva marcadas las columnas y las filas.

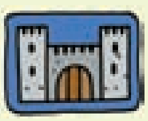
Para localizar un elemento en el mapa, leemos en la cuadrícula la letra de la columna y el número de la fila en que se encuentra.

Los **mapas** son representaciones gráficas, a tamaño reducido, de grandes superficies.

## actividades

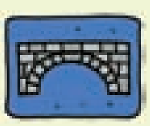
1. ¿Donde se encuentran los montes Tin y Mambla? Escribe la columna y la fila.

2. Explica qué representan estos símbolos en el mapa.

   a. 

   b. 

   c. 

   d. 

3. ¿Qué pueblo está más alejado de El Cubo? Describe el recorrido que hay que hacer desde El Cubo hasta el monte Tin.

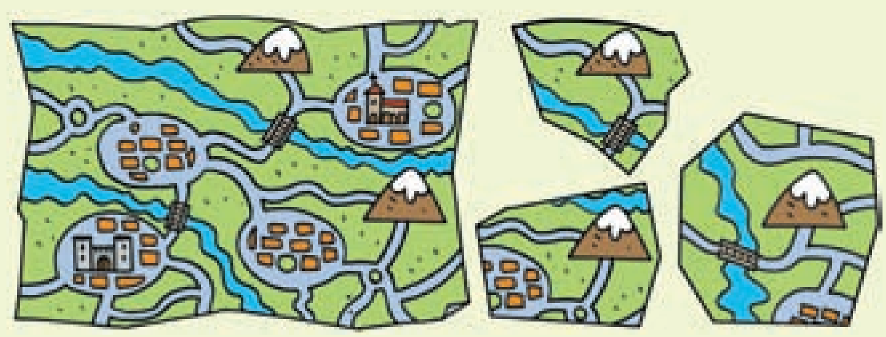
4. Describe el recorrido de la autovía indicando la columna y la fila de las celdas por las que pasa.

5. Observa un mapa de tu provincia y resuelve.

   a. Sitúa tu pueblo nombrando la columna y la fila en que se encuentra.

   b. Haz un dibujo situando tu pueblo o ciudad y los tres o cuatro pueblos más próximos.

6. Descubre qué porción de mapa no corresponde al de la ilustración.

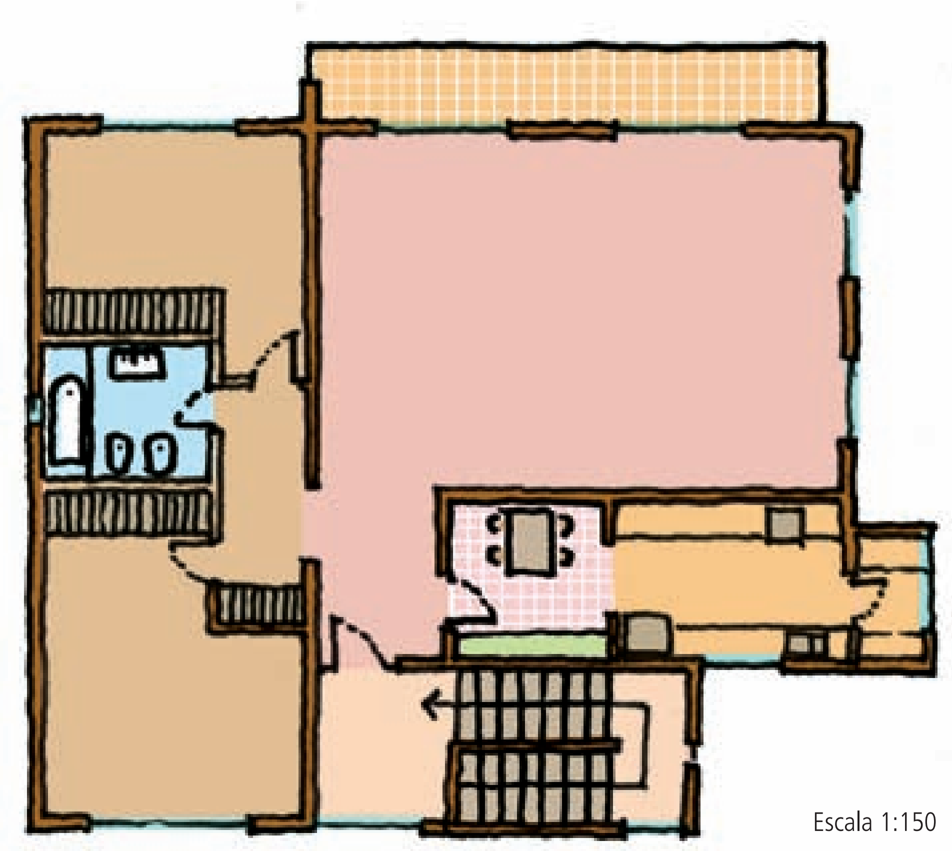


7. La distancia que hay entre Villabajo y El Cubo es de siete kilómetros y medio. Un cartero de Villabajo va dos días a la semana a El Cubo.

   a. ¿Cuántos kilómetros recorre el cartero en cuatro semanas?

   b. ¿Atraviesa en el recorrido algún río?

# La escala numérica




Este plano representa el piso de Andrea. Para hacer el plano, cada 150 cm de la realidad se representan en el plano con 1 cm.

A la relación que indica que a 1 cm del plano le corresponden 150 cm de la realidad la llamamos **escala numérica.**

$$\frac{\text{medida del plano}}{\text{medida de la realidad}}$$

La escala numérica se expresa de dos formas:

$$\frac{1}{150} \text{ y } 1{:}150.$$

Esto quiere decir que 1 cm del plano equivale a 150 cm de la realidad.

Por lo tanto, si el salón del piso mide en el plano 7 cm de largo, en la realidad medirá:

$$7 \text{ cm} \times 150 \text{ cm} = 1050 \text{ cm} = 10{,}50 \text{ m}$$

La **escala numérica** de un plano o mapa es la relación que existe entre sus medidas y las medidas reales.

actividades

1 Completa en tu cuaderno las siguientes oraciones.

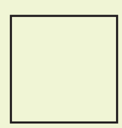
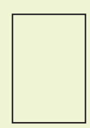
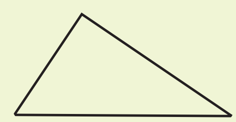
**a.** En un plano hecho a escala 1:200, 1 cm del plano representa ..... cm de la realidad.

**b.** En un mapa hecho a escala 1:2, 1 cm del mapa representa ..... cm de la realidad.

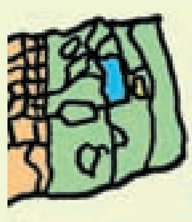
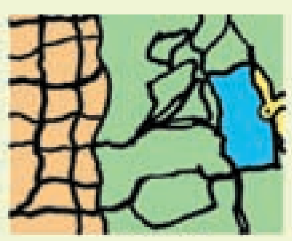
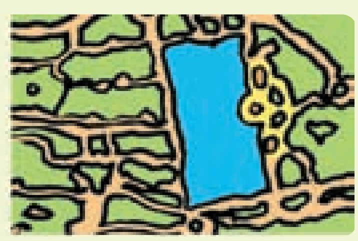
2 Calcula las dimensiones reales de la terraza y de la cocina del piso de Andrea.

3 Calcula a qué distancia se encontrarán en un mapa hecho a escala 1:50 000 dos pueblos que distan entre sí 40 km.

4 Estas figuras están hechas a escala 1:2. Dibuja las figuras reales en tu cuaderno.

**a.**  **b.**  **c.** 

5 Relaciona cada representación con su escala.

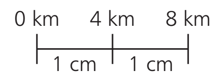
**a.**  **b.**  **c.** 

**1:100 000** **1:200 000** **1:50**

# La escala gráfica


En los planos y mapas, además de la escala numérica, utilizamos la escala gráfica.

La escala gráfica es la representación, mediante un segmento, de la relación que existe entre las medidas del plano o mapa y las medidas reales. Un ejemplo de ello sería:




Para calcular la distancia entre dos puntos en un mapa, medimos la distancia en el dibujo y la medida la multiplicamos por el valor de la escala.

Con esta escala, la distancia entre el cruce y el hotel, que es de 1 cm en el mapa, en la realidad será:

$$1 \times 4 \text{ km} = 4 \text{ km}.$$

La **escala gráfica** se expresa con un segmento dividido en partes iguales a las que se les asigna una medida de la realidad.

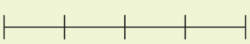
## actividades

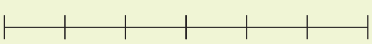
1. Mide la distancia en centímetros entre Las Lomas y Felipa y luego calcula la distancia real entre ambas localidades.

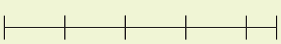
2. Mide la distancia entre Cuevas y Los Pechalvos en el dibujo. ¿A qué distancia real se encuentran?

3. Si un señor camina desde el puente a la iglesia y regresa, ¿qué distancia recorrerá en total?

4. Estos segmentos están dibujados a la escala |——| 8 cm. Calcula su longitud real.

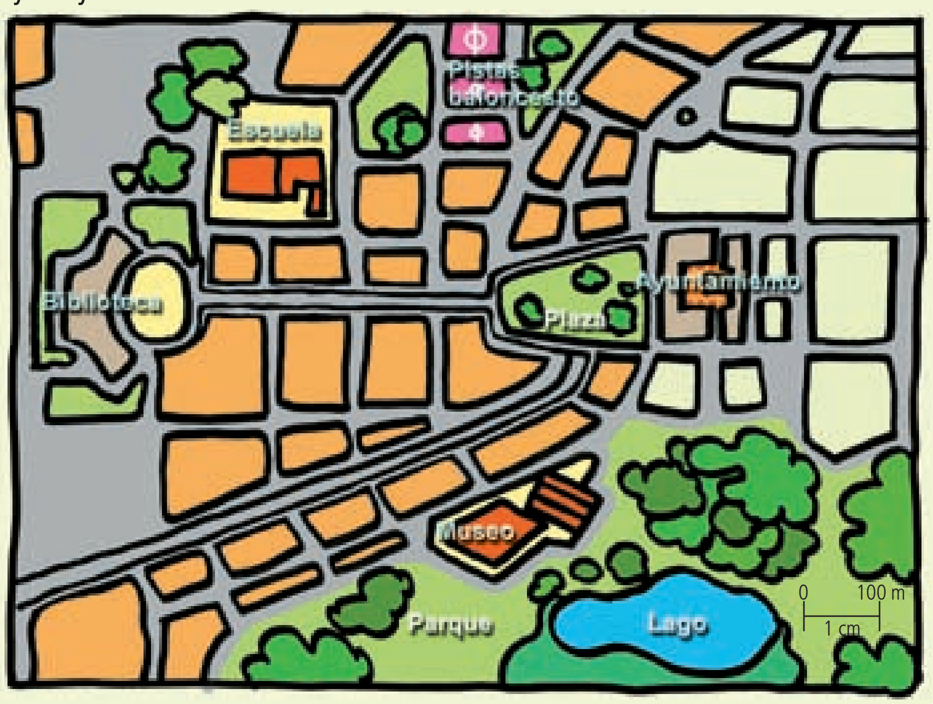
   **a.** 

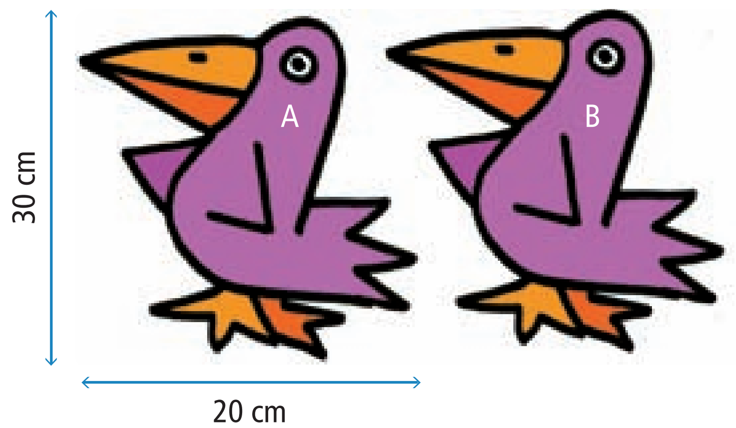
   **b.** 

   **c.** 

5. Luis tiene un mapa de su pueblo a escala |——| 2 km y su primo tiene otro mapa a escala |——| 10 km. ¿En qué mapa se verán con más detalle las cosas? ¿Por qué?

6. Observa la escala de este mapa y calcula la distancia real entre la biblioteca y el ayuntamiento.






¿Cuál es la diferencia entre dos figuras iguales y dos semejantes?

Las **figuras iguales** tienen la misma forma y el mismo tamaño, y el cociente de dividir las dimensiones de una entre las dimensiones correspondientes de la otra es 1.

$$\frac{\text{altura A}}{\text{altura B}} = \frac{30 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 1 \qquad \frac{\text{anchura A}}{\text{anchura B}} = \frac{20 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = 1$$

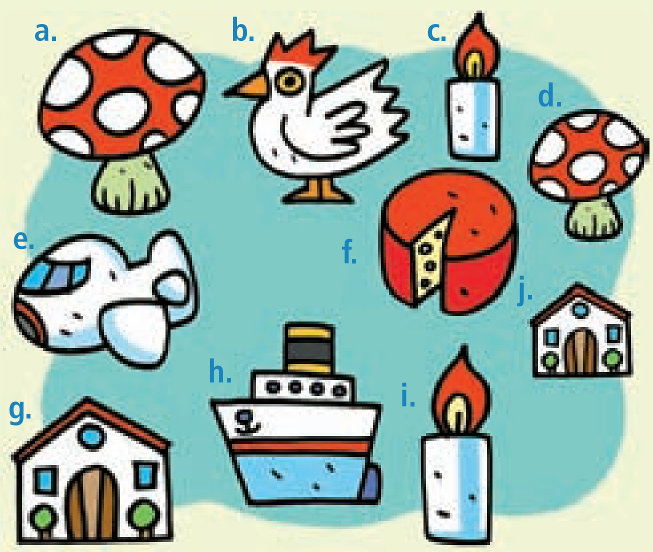
Las figuras semejantes tienen la misma forma pero distinto tamaño, y el cociente de dividir las dimensiones de una entre las dimensiones correspondientes de la otra es distinto de 1 y el cociente de la medida de los lados correspondientes es el mismo.

$$\frac{\text{altura C}}{\text{altura D}} = \frac{2 \text{ m}}{0{,}5 \text{ m}} = 4 \qquad \frac{\text{anchura C}}{\text{anchura D}} = \frac{80 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = 4$$

La puerta de la cabaña y la puerta de la casa son semejantes.


## actividades

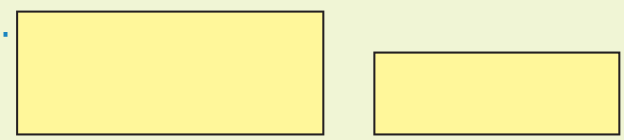
1 ¿Qué pares de figuras son semejantes?



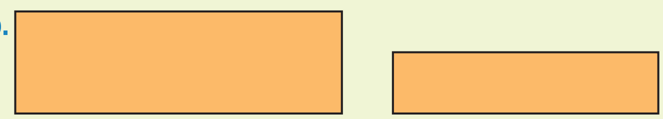

2 ¿Cómo son dos rectángulos si al dividir lo que mide de largo y de ancho uno entre lo que mide de largo y ancho el otro es 1?

3 Comprueba si estos pares de figuras son semejantes.

a.



b.



4 ¿Qué tienes que saber para afirmar que dos figuras son semejantes? Copia y aprende las expresiones correctas.

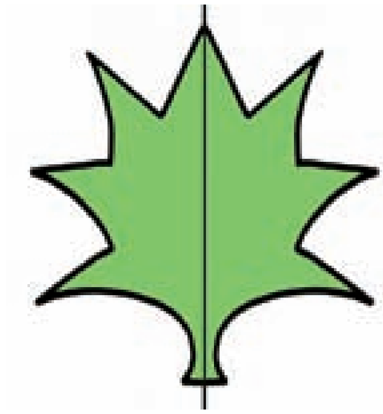
a. Las dos figuras deben tener la misma forma.

b. Las dos figuras deben tener el mismo tamaño o muy aproximado.

c. El cociente de sus lados correspondientes tiene que ser el mismo y distinto de uno.

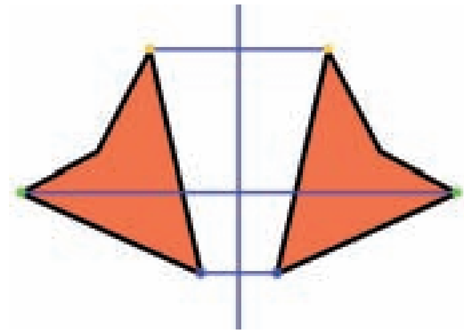
d. Las dos figuras deben tener la misma forma, el mismo color y la misma decoración.

En la naturaleza y entre los objetos construidos por el hombre encontramos objetos con simetría y pares de objetos simétricos.



Esta figura **tiene simetría,** pues al doblarla por un eje de simetría sus dos mitades coinciden.

Todos los puntos de una mitad de la figura tienen sus simétricos en la otra mitad con relación al eje de simetría. El punto A es simétrico con el B y el punto B con el A.



Estas figuras **son simétricas,** pues al doblar el papel por su eje de simetría ambas figuras coinciden.

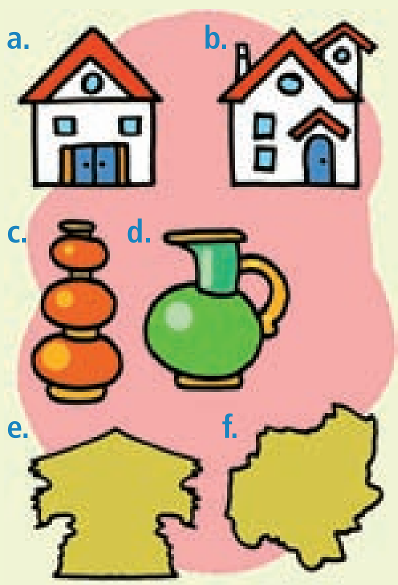
Todos los puntos del triángulo tienen sus simétricos en el otro con relación al eje de simetría. El punto C es simétrico con el D y el punto D con el C.

recuerda

Una figura puede tener varios ejes de simetría.

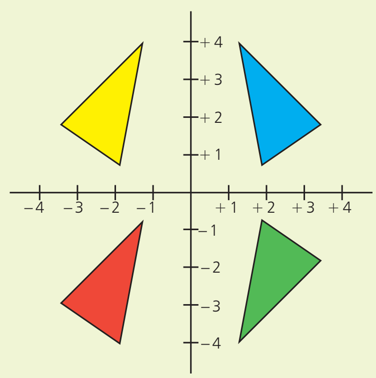
actividades

1 ¿Qué figuras tienen simetría? Explica por qué.




3 Dibuja dos objetos de clase que estén situados de forma simétrica.

2 Fíjate en este plano cartesiano y en los triángulos dibujados en él y contesta a las preguntas.




**a.** ¿Son simétricos los triángulos amarillo y azul? ¿Por qué?

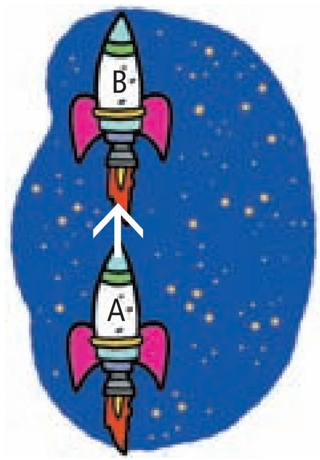
**b.** Escribe los pares de coordenadas que determinan los vértices del triángulo amarillo y los del triángulo azul.

**c.** ¿Hay algún otro par de triángulos que sean simétricos? ¿Cuál es su eje de simetría?

**d.** Escribe los pares de coordenadas que determinan sus vértices más alejados.

**e.** ¿Son simétricos los triángulos amarillo y rojo? ¿Por qué?

# Traslaciones




Observa las figuras A y B. Puedes comprobar que son iguales en tamaño y forma, pero no en posición.

La figura B se ha obtenido trasladando la figura A hacia arriba. Este movimiento es una traslación.

Una traslación en un plano está definida por un **vector,** que es un segmento que nos indica la dirección y el sentido en que se traslada un punto, una recta o una figura.

**Observa**

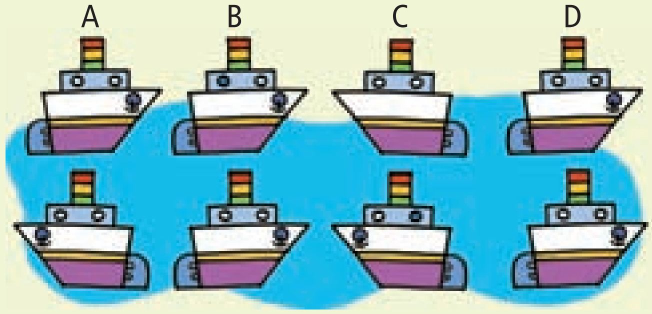
La **dirección** de un vector es la línea sobre la que se mueve un punto.

El **sentido** de un vector es cada una de las orientaciones que puede tomar un vector.

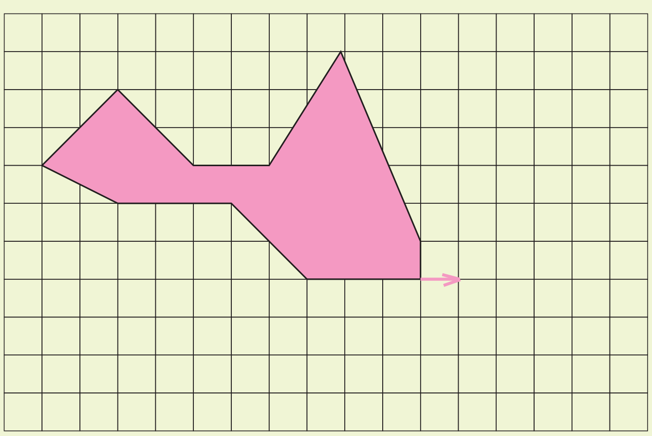
La **traslación** de una figura es el desplazamiento de la misma en una dirección y sentido de la misma sin cambiar de forma ni de tamaño.

actividades

1. Identifica qué figuras se han formado por traslación de A y cuáles son simétricas a E.



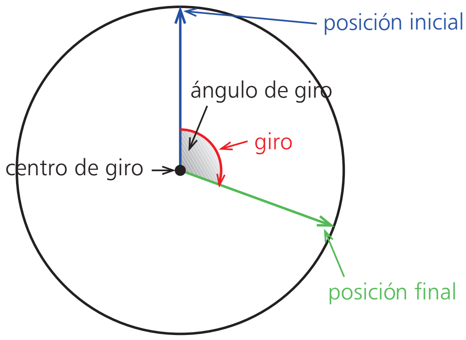

2. Copia esta figura en tu cuaderno y dibuja otra igual pero con una traslación de cuatro casillas en la dirección y en el sentido que indica el vector.



3. Indica si estas oraciones son verdaderas o falsas. Después corrige las falsas.
   a. La figura original y la que se origina por traslación son iguales.
   b. Una figura con simetría no se puede trasladar.
   c. Una figura y la que se forma por traslación son simétricas.

4. Un albañil ha colocado 9 piezas en el zócalo que tiene que completar. ¿Cuántas baldosas de cada clase habrá en el zócalo terminado? Ayúdate de un dibujo.

# Giros

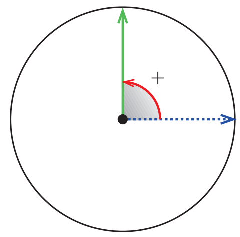


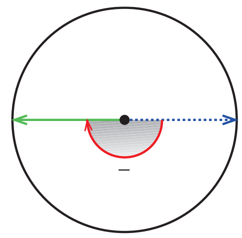

Observa la posición inicial y la final de la manecilla de esta ruleta.

En los giros de las figuras siempre hay como referencia un punto fijo o **centro de giro** y un movimiento circular de la figura, que conserva su forma y tamaño, pero no su posición.

La medida del giro se hace en grados, que se leen en la amplitud del ángulo formado por la posición inicial y la posición final de los objetos. El giro es mayor cuanto mayor es la amplitud del **ángulo de giro.**

El giro puede hacerse en el sentido de las agujas del reloj o **giro negativo,** o en el sentido contrario o **giro positivo.**



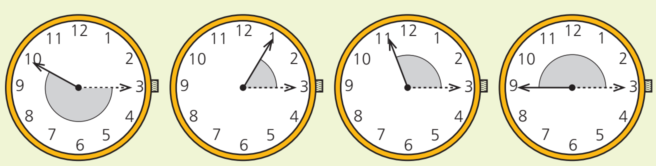




En la figura A, la flecha ha girado 90º en sentido positivo, y en la figura B ha girado 180º en sentido negativo.

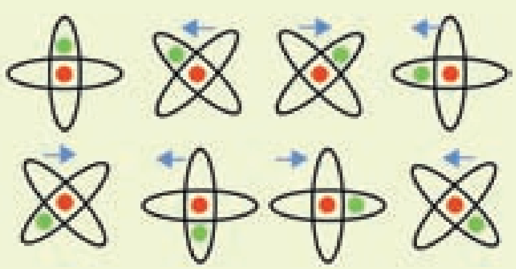
Un **giro** es un movimiento angular de una figura sobre un punto fijo llamado centro de giro. Un giro lo determina un punto, el centro de giro y un ángulo.

## actividades

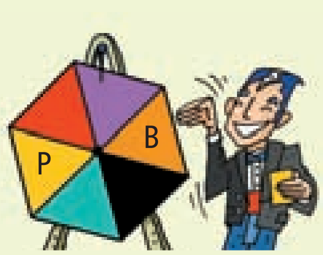
1. Estima los grados que ha girado la aguja en cada caso y el sentido en el que lo ha hecho.



2. ¿Cuántos grados ha girado esta figura en cada caso teniendo como referencia la posición inicial y en qué sentido?

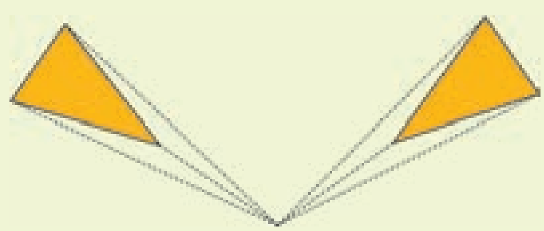


3. ¿Cuántos grados en sentido positivo o en sentido negativo tiene que girar la aguja para señalar el premio? ¿Y para señalar bancarrota?




P → premio
B → bancarrota

4. ¿Cuántos grados ha girado aproximadamente el triángulo de la izquierda? Señala el centro de giro y el ángulo de giro.



# Resuelvo problemas

## Resolver problemas utilizando planos y mapas

La familia Férriz vive en Cañas y pasa las vacaciones en Pedrusco y la familia Román vive en Torres y veranea en Setilla. ¿Qué familia recorre más distancia cuando se va de vacaciones? ¿Cuánta más que la otra familia?

Los datos que necesitamos para resolver el problema son el mapa y la escala a la que está representado, 1:800 000.


- Primero tendremos que medir en el mapa las distancias que recorre cada familia.

  Familia Férriz → Cañas - Pedrusco: 3,5 cm

  Familia Román → Torres - Setilla: 4 cm

  Con ayuda de la escala calculamos la distancia real que hace cada familia.

  Familia Férriz → 3,5 cm × 800000 = 2800000 cm = 28 km

  Familia Román → 4 cm × 800000 = 3200000 cm = 32 km

- Finalmente, una vez averiguado lo que recorre cada familia, calculamos la diferencia que hay entre sus recorridos.

  3200000 cm − 2800000 cm = 400000 cm

  32 km − 28 km = 4 km

- Luego la familia Román recorre 400 000 cm o 4 km más que la familia Férriz cuando se va de vacaciones.

## Aplico la estrategia

**1** Con ayuda del mapa de la presentación, calcula la distancia de los siguientes recorridos en kilómetros.

**a.** Cañas - Setilla - Pedrusco

**b.** Setilla - Tocata - Pedrusco

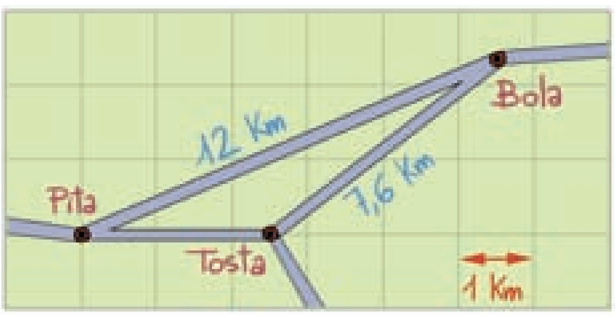
**2** En una mapa hecho a escala 1:10000 vemos un castillo y una ermita que están a una distancia de 10 cm.

**a.** Calcula la distancia real entre el castillo y la ermita.

**b.** Si la escala fuese 1:100000, ¿a qué distancia se encontrarían en el mapa el castillo y la ermita?

**c.** Si la distancia en el mapa del castillo a la ermita fuera 30 cm, ¿cuál sería la distancia real entre ámbos?

**3** Observa el siguiente mapa y contesta a las preguntas.

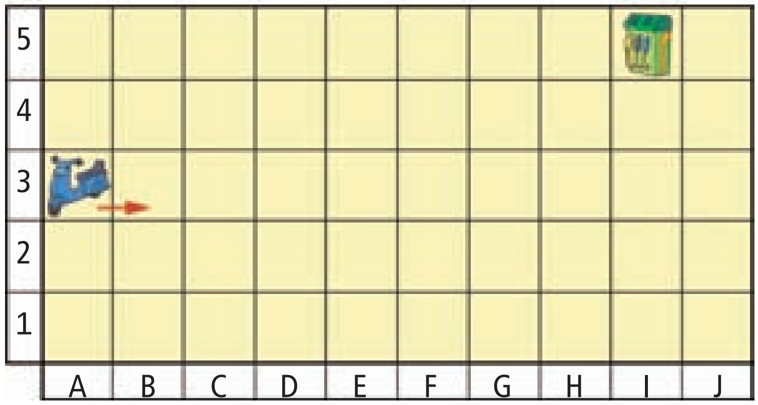



**a.** ¿Qué distancia real hay entre Pita y Tosta?

**b.** ¿Qué medirá en el plano la distancia entre Pita y Bola? ¿Y entre Tosta y Bola?

**1** **Copia esta cuadrícula en tu cuaderno y dibuja el recorrido que ha hecho Pedro para llegar a la gasolinera.**

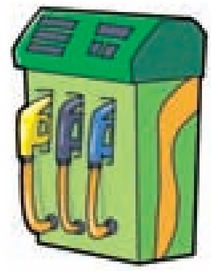
- Avanza 3 casillas a la derecha.
- Baja 2 casillas.
- Gira 2 casillas a la derecha.
- Sube 3 casillas.
- Gira 3 casillas a la derecha.
- Sube 1 casilla




Fíjate en la cuadrícula y completa en tu cuaderno las coordenadas de todos los movimientos que ha hecho la moto hasta llegar a la gasolinera.

(….., …..) → (….., …..) → (….., …..) → (….., …..) → (….., …..)

→ (….., …..)



# Lógica

## Acertijos lógicos de matemáticas

**1** Un niño se baña tres veces a la semana. Nunca se baña más de una vez al día. ¿Es posible que se bañe cinco veces seguidas?

**2** Un señor va a una fuente. Primero llena una botella de medio litro y se la bebe entera. Después de un rato, la vuelve a llenar y se la bebe hasta dejarla vacía. El señor ha bebido menos de un litro de agua de la fuente. ¿Cómo es posible?

**3** «La bola negra no la tiene Pedro», dice Miguel.
«La bola negra no la tiene Miguel», dice Pedro.
«La bola negra la tiene María», dice Miguel.
María aseguró no tener la bola.
Sabiendo que uno de los dos chicos miente siempre, ¿quién tiene la bola negra?

**4** Una bola roja y otra azul equilibran una balanza con una bola amarilla en el otro platillo. Dos bolas rojas equilibran la balanza con una azul. ¿Cuántas bolas rojas son necesarias para equilibrar la balanza con una bola amarilla?

**5** Un hombre que pesa 50 kilos y sus dos hijos, que pesan 25 kilos cada uno, deciden cruzar un río en una barca que solo puede mantener a flote 50 kilos, no más. ¿Cómo podrán pasar al otro lado del río?

# Cálculo mental

Para calcular el 1% de una cantidad la dividimos entre 100.

1% de 3487 = $3487 \times \frac{1}{100} = 3487 : 100 = 34{,}87$

Para calcular el 10% de una cantidad la dividimos entre 10.

10% de 3487 = $3487 \times \frac{1}{10} = 3487 : 10 = 348{,}7$

Para calcular el 50% de una cantidad la dividimos entre 2.

50% de 3487 = $3487 : \frac{50}{100} = 3487 : 2 = 1743{,}5$

**1** Calcula mentalmente los porcentajes que se indican.

**a.** 1% de 340 kg
**b.** 1% de 286,5 l
**c.** 1% de 876 m
**d.** 10% de 760 €
**e.** 10% de 308,95 km
**f.** 10% de 4 357 l
**g.** 50% de 840 €
**h.** 50% de 6 420,48 l
**i.** 50% de 360 m

**2** Observa las estrategias anteriores y explica cómo calcularías mentalmente el 25% de una cantidad. Escribe cuatro ejemplos.

**3** Calcula mentalmente estas cantidades.

**a.** 25% de 40 €
**b.** 25% de 800 l
**c.** 25% de 1 200 g
**d.** 25% de 16 kg
**e.** 25% de 80 goles
**f.** 25% de 120 alumnos

## Decamat

1. Describe cómo se localizan los lugares en un plano o en un mapa.
2. ¿Cómo se llama el cociente que hay entre las medidas de un plano y sus medidas reales?
3. Si quieres representar un libro cinco veces más pequeño que el tamaño real, ¿a qué escala lo representarías?
4. Un mapa está dibujado a escala 1:20 000 y otro a escala 1:200 000. ¿En cuál de ellos se verá mejor el curso de un río? ¿Por qué?
5. Una mesa mide 60 cm de largo. Calcula lo que medirá de largo en el dibujo si la hacemos a escala 1:10.
6. En un plano que está a escala 1:10 000, la distancia entre una fuente y la escuela es de 3 cm. ¿Cuál es la distancia real?
7. Presenta a tus compañeros tus manos colocándolas de forma que sean simétricas.
8. Describe la diferencia entre dos figuras iguales y dos figuras semejantes.
9. ¿A qué llamamos amplitud de giro de un objeto?
10. Si después de las doce en punto el minutero gira 120° en sentido positivo, ¿en qué número se encontrará?

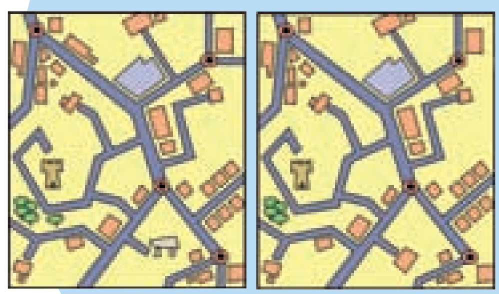
**Si quieres aprender** sobre las personas a las que se margina injustamente, lee *La niña de plata,* de Carmen Gómez Ojea. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 3 |
| | 4 | 2 | |
| | 2 | 3 | |
| 4 | | | |

Encuentra 5 diferencias entre estos dos mapas de carretera.

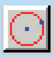


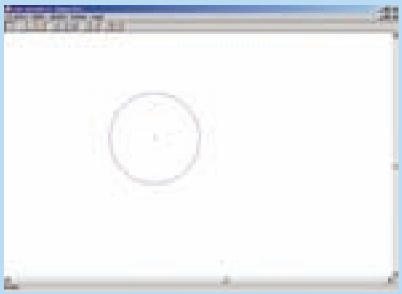
# Uso las TIC

## Figuras simétricas con Cabri

Podemos construir figuras simétricas utilizando el programa Cabri siguiendo estos pasos.

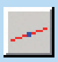
### Dibujamos una figura geométrica

**1.** Para dibujar una circunferencia hacemos clic en el botón  .

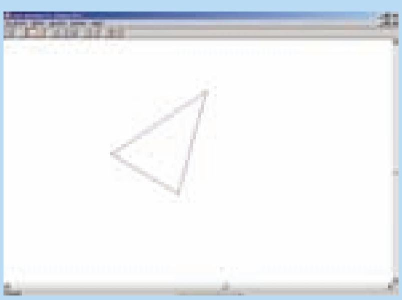


A continuación tendremos que pinchar sobre el lienzo el lugar donde queremos que esté el centro de la circunferencia.

Por último, desplazando el ratón, podemos elegir el radio de la circunferencia.

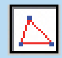
**2.** Para dibujar un triángulo hacemos clic en el botón  y, sin soltar el botón del ratón, seleccionamos la opción de «Triángulo».


A continuación, tenemos que marcar sobre el lienzo los tres vértices del triángulo para que este quede dibujado.



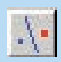
### Trazamos el eje de simetría

Para trazar el eje de simetría hacemos clic en el botón y, sin soltar el botón del ratón, seleccionamos la opción de «Recta».



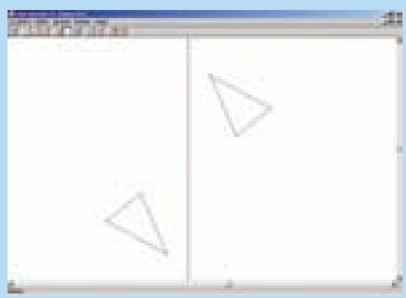
Por último, tenemos que marcar sobre el lienzo dos puntos de la recta que definan el eje de simetría.


### Realizamos la simetría

Para dibujar la figura simétrica hacemos clic en el botón  .

A continuación, seleccionamos la figura de la que queremos realizar la simetría, en este caso marcamos el triángulo.

Por último, seleccionamos el eje de simetría y automáticamente aparecerá la figura simétrica.



## Actividades

**1** Dibuja un pentágono y traza otro simétrico.

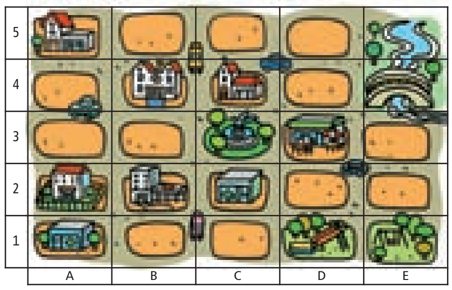
**2** Dibuja una circunferencia y traza otra simétrica.

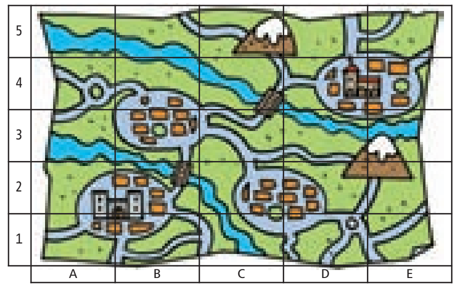
# Aclaro mis ideas

## Planos y mapas

Son representaciones gráficas a tamaño reducido de la realidad.

Para localizar un elemento en el mapa, leemos en la cuadrícula la letra de la columna y el número de la fila en que se encuentra.




## Escala

### Numérica

La escala numérica de un plano o mapa es la relación que existe entre sus medidas y las medidas reales. Se expresa de dos formas:

$$\frac{1}{150} = 1{:}150$$

### Gráfica

La escala gráfica se expresa con un segmento dividido en partes iguales a las que se les asigna una medida de la realidad.

0 4 km 8 km

|----------|----------|

1 cm 1 cm

## Movimientos en el plano

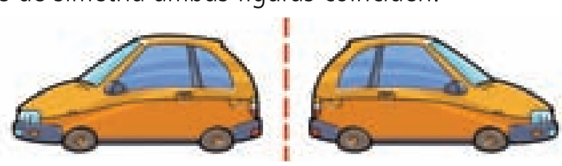
### Simetría

**Figuras con simetría**

Una figura tiene simetría si al doblarla por un eje de simetría sus dos mitades coinciden.

**Figuras simétricas**

Dos figuras son simétricas si al doblar el papel por su eje de simetría ambas figuras coinciden.



### Traslación

La traslación de una figura es el desplazamiento en una dirección y sentido de la misma sin cambiar de forma ni de tamaño.

### Giro

Un giro es un movimiento angular de una figura sobre un punto fijo llamado centro de giro. Un giro lo determina un punto, el centro de giro y un ángulo.

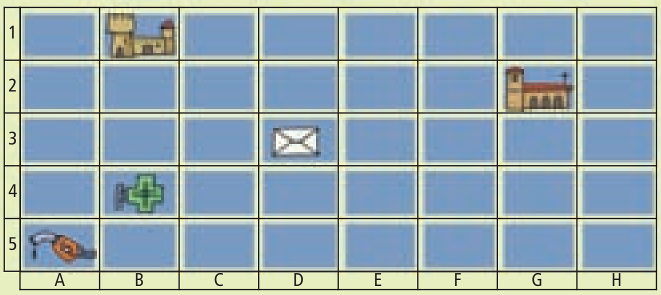
El giro puede hacerse en el sentido de las agujas del reloj o giro negativo, o en el sentido contrario o giro positivo.

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** **Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.**

- Los ..... y los ..... son representaciones gráficas a tamaño reducido de la realidad.
- Las escalas pueden ser ..... y ......
- Las figuras iguales tienen la misma ..... y el mismo ......
- Las figuras semejantes tienen la ..... forma pero ..... tamaño.
- Una figura tiene ..... si al doblarla por un eje de simetría sus dos mitades coinciden.
- Dos figuras son ..... si al doblar el papel por su ..... de simetría ambas figuras coinciden.
- La ..... de una figura es el desplazamiento en una dirección y sentido de la misma sin cambiar de ..... ni de ......

**2** **Observa el plano y escribe dónde se encuentran la iglesia, el castillo, la farmacia, el hotel y la gasolinera.**




**3** **Busca un mapa de carreteras de España y marca en él su capital y tu provincia. A continuación, contesta a estas preguntas.**

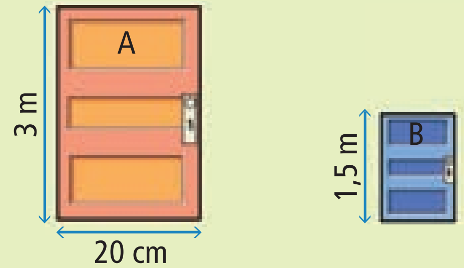
**a.** ¿Qué camino recorrerías para hacer el trayecto desde tu provincia hasta la capital? Señálalo.

**b.** ¿Qué comunidades autónomas atravesarías?

**c.** Observa las carreteras. ¿Son todas iguales? Descríbelas.

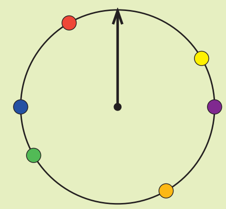
**4** **Calcula la distancia real entre dos ciudades si en un mapa representado a escala 1:150 000 se encuentran a 4 cm.**

**5** **¿Qué ancho tendrá la puerta B para que sea semejante a la A?**




**6** **Copia en tu cuaderno y completa estas figuras. Después, indica si son simétricas o tienen simetría.**

**7** **Estima el ángulo y sentido de giro que tiene que dar la flecha para señalar cada una de las bolas.**



**8** **Calcula mentalmente estas expresiones.**

**a.** 1% de 220 kg

**b.** 10% de 287,4 l

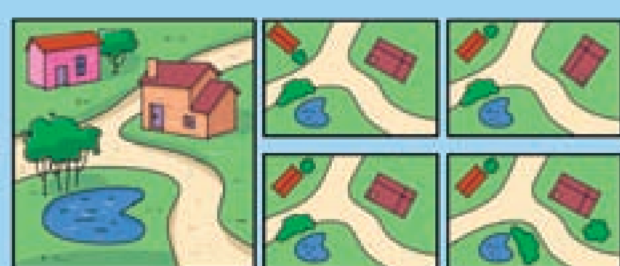
**c.** 50% de 150 m

**d.** 1% de 300 €

**e.** 10% de 4 368 kg

**f.** 25% de 20,4 m

**9** **Averigua qué plano representa el dibujo y explica las razones de tu elección.**



**1** Escribe con cifras estas fracciones y represéntalas gráficamente.

**a.** Tres cuartos **b.** Tres décimos **c.** Seis octavos

**2** Expresa estas fracciones impropias como un número mixto.

**a.** $\frac{14}{8}$ **b.** $\frac{35}{4}$ **c.** $\frac{41}{6}$

**3** Escribe estos números mixtos como una fracción impropia.

**a.** $5\frac{6}{8}$ **b.** $4\frac{2}{7}$ **c.** $3\frac{4}{5}$

**4** Dos albañiles tienen que hacer cada uno el mismo trabajo. Si en un día uno hace los $\frac{2}{3}$ de su trabajo y el otro los $\frac{4}{5}$ del suyo, ¿cuál de los dos ha realizado más cantidad de su trabajo?

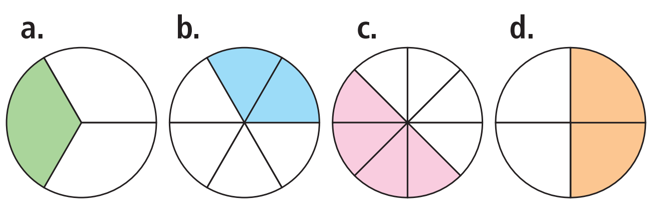
**5** Dos alumnos tienen que leer 25 páginas de un libro de aventuras. En dos días, Carlos ha leído $\frac{4}{7}$ y Amelia, $\frac{5}{8}$. ¿Quién ha leído más páginas?

**6** ¿Cómo explicas que $\frac{2}{5}$ de una cantidad sea mayor que $\frac{2}{8}$ de la misma cantidad? Exprésalo también gráficamente.

**7** Ordena de mayor a menor estas fracciones.

**a.** $\frac{4}{6}, \frac{6}{6}$ y $\frac{3}{6}$ **b.** $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}$ y $\frac{5}{12}$ **c.** $\frac{5}{3}, \frac{5}{9}$ y $\frac{2}{7}$

**8** Relaciona en tu cuaderno las figuras que representen fracciones equivalentes.




**9** Reduce estas fracciones a común denominador.

**a.** $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{7}$ **b.** $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{9}$ **c.** $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{7}$

**10** Realiza estas operaciones en tu cuaderno.

**a.** $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ **b.** $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$ **c.** $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$

**11** Calcula los siguientes productos.

**a.** $\frac{3}{5} \times \frac{8}{7}$ **b.** $6 \times \frac{7}{8}$ **c.** $\frac{6}{9} \times 4$

**12** Jafet tiene ahorrados 480 €. Para matricularse en la escuela de idiomas se gasta los $\frac{3}{8}$ del total. ¿Cuánto dinero le ha costado la matrícula?

**13** Calcula el cociente de estas divisiones.

**a.** $\frac{4}{8} : \frac{1}{2}$ **b.** $8 : \frac{2}{3}$ **c.** $\frac{4}{5} : 6$

**14** En una empresa se envasan 4 500 l de zumo en botellas de $\frac{3}{8}$ de litro.

**a.** ¿Cuántas botellas son necesarias?
**b.** ¿Cuántas botellas harían falta si fuesen de $\frac{2}{3}$ de litro?

**15** Indica cuáles de las siguientes magnitudes son proporcionales.

**a.** Número de botellas iguales y cantidad de agua que contienen.
**b.** Cantidad de yogures y precio total.
**c.** Velocidad y kilómetros recorridos en el mismo tiempo.
**d.** El color de los ojos y la altura de las personas.

**16** Explica cómo calcularías el valor de 5 lapiceros si el precio de una caja de 12 lapiceros es de 3,60 €. Resuelve el problema.

**17** El encargado de un comedor calcula que con ocho kilogramos de garbanzos da de comer a 40 comensales. ¿Cuántos kilogramos de garbanzos serían necesarios para dar de comer a 65 comensales?

**18** La rueda de una bicicleta da 750 vueltas para recorrer 1 350 m. ¿Cuántas vueltas habrá dado cuando recorra 2,7 km?

**19** En un colegio hay 250 alumnos en total. De ellos, 148 son niñas y el resto, chicos. Calcula el porcentaje de chicas que hay en el colegio.

**20** Relaciona en tu cuaderno cada porcentaje con su expresión decimal.

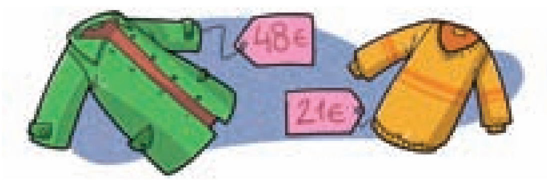
| | |
|---|---|
| | 0,075 |
| 3% | 0,03 |
| 2,5% | 0,003 |
| 0,75% | 0,025 |
| 12% | 0,0075 |
| | 0,12 |

**21** Calcula el tanto por ciento de estas cantidades.

**a.** 8% de 5 670 € **b.** 76,20% de 1 000 €

**22** En una finca se han cosechado 4 350 kg de almendras y 6260 kg de manzanas. Si el 30% de las manzanas se vende a 1,20 € el kilogramo, ¿cuánto se sacará con la venta de las manzanas?

**23** Calcula el precio de estas prendas si tienen un 28% de descuento.




**24** El precio del menú de un comedor escolar el año pasado era de 6,80 €. ¿Cuál será el precio si se incrementa un 5%?

**25** Escribe cómo se leen estos números enteros.

**a.** +12 **b.** −7 **c.** +6

**26** Escribe con cifras los números enteros que representan estas situaciones.

**a.** La temperatura es de cuatro grados bajo cero.

**b.** Carla vive en la planta séptima.

**c.** El aparcamiento de Lola está en el sótano 3.

**27** Copia esta recta numérica en tu cuaderno y sitúa los números +5, −3, +2, 0 y +7.


**28** El termómetro de la habitación de Marta marca por la mañana tres grados bajo cero y a mediodía, nueve grados más. Representa el termómetro y la temperatura de la mañana y del mediodía.

**29** Nombra y escribe los números opuestos a estos.

**a.** $+\frac{2}{3}$ **b.** −5 **c.** +0,2

**30** Enrique saca de la hucha por la mañana 12 € y por la tarde echa en ella 15 €. Expresa estas operaciones con números enteros.

**31** Compara estos pares de números representándolos primero en la recta numérica.

**a.** +2 y −1 **b.** +1 y +5 **c.** +3 y −9

**32** Realiza estas sumas y representa el resultado en la recta numérica.

**a.** (+2) + (−3) **b.** (−2) + (−5) **c.** (−4) + (+1)

**33** Dibuja sobre una hoja cuadriculada unos ejes de coordenadas y representa estos puntos.

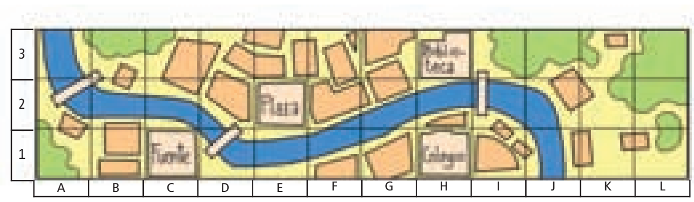
A → (+1, +2) C → (−3, −4) E → (+5, −3)

B → (+2, −2) D → (−4, −4) F → (−2, −2)

**34** Localiza en el plano los siguientes lugares e indica dónde se encuentran. Después anota las casillas por las que pasa el cauce del río.

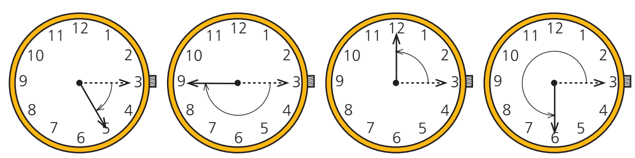
**a.** La plaza **c.** El colegio

**b.** La biblioteca **d.** La fuente




**35** En un mapa que está hecho a escala |——| 10 km, la distancia que hay entre dos pueblos es de 3 cm. ¿Cuál es la distancia real?

**36** Estima la amplitud y el sentido de giro en cada uno de los casos.



## Una exposición de geometría

¿Alguna vez has construido un cuerpo geométrico?

Pues ahora vas a aprender los pasos que debes seguir para construirlo y así, junto a tus compañeros y tu profesor, crearéis una exposición de cuerpos geométricos.

Si seguís estos pasos descubriréis que la geometría puede ser muy divertida.

### 1. Investigar

Antes de comenzar a elaborar la exposición debes investigar sobre el tema. En este caso lo haréis en grupos de cuatro y cada uno se encargará de una de estas tareas.

| Tarea 1 | Tarea 2 | Tarea 3 | Tarea 4 |
|---|---|---|---|
| Buscar los pasos a seguir para construir un prisma pentagonal. | Buscar los pasos a seguir para construir una pirámide cuadrangular. | Buscar los pasos a seguir para construir un cubo. | Buscar los pasos a seguir para construir un tetraedro. |

- Una vez formados los grupos y designadas las tareas, investiga sobre la tarea que te ha tocado.
- Con toda la información recogida elabora una ficha para poder mostrar tus resultados al resto de tus compañeros. En la ficha tendrás que indicar el nombre del poliedro, el número de caras, aristas y vértices que tiene y los pasos a seguir para su construcción.

- Después, reúnete con los miembros de cada grupo que tengan la misma tarea que tú. Intercambiad toda la información recogida acerca del poliedro que os ha tocado construir y ampliad y completad las fichas que cada uno había rellenado previamente. ¡Si os escucháis y os ayudáis os convertiréis en expertos sobre el tema!

## 2. Crear

Ahora vuelve con tu grupo y comunícales todo lo que has aprendido investigando sobre tu tarea; es tu responsabilidad explicarles todo de manera clara y sencilla. Después, escucha lo que ha aprendido cada uno de los miembros de tu equipo, pues cada uno formáis una pieza necesaria para poder crear la exposición.

A continuación elaborad una muestra de cada cuerpo geométrico, incluso los podéis hacer de diferentes tamaños y colores.

## 3. Realizar

- Decidid dónde se expondrán los cuerpos geométricos.
- Realizad un muestrario y elaborad unas etiquetas identificativas para colocarlas en cada cuerpo geométrico.
- Realizad murales donde se expliquen los pasos a seguir para la construcción de cada uno de los cuerpos geométricos de la exposición.
- Podéis animar la exposición utilizando música de fondo y haciendo una pequeña demostración de cómo se construyen.


¡Enhorabuena! Habéis conseguido crear una exposición de cuerpos geométricos. Dad una vuelta y disfrutad.

# 9 Unidades de medida

## Ada Byron

nació en 1815 en Inglaterra. Se la considera la madre de la programación informática.

La corta vida de Ada Byron transcurrió en la primera mitad del siglo XIX. En esa época, el saber científico, fuente de riqueza y de poder, atraía a muchas personas hacia el estudio y la investigación.

Esta actitud tan abierta hacia la formación científica hizo posible que las mujeres de elevada posición social pudieran dedicarse al estudio, aunque aún estaban lejos de conseguir un trato igualitario.

En este clima nació Ada Byron. Su vida está marcada por dos factores: la personalidad estricta de su madre y el ambiente culto del que estuvo rodeada. Su madre era una mujer con gran formación en matemáticas y astronomía, lo que posibilitó que Ada fuera educada en esas disciplinas por los mejores tutores conocidos de Londres.

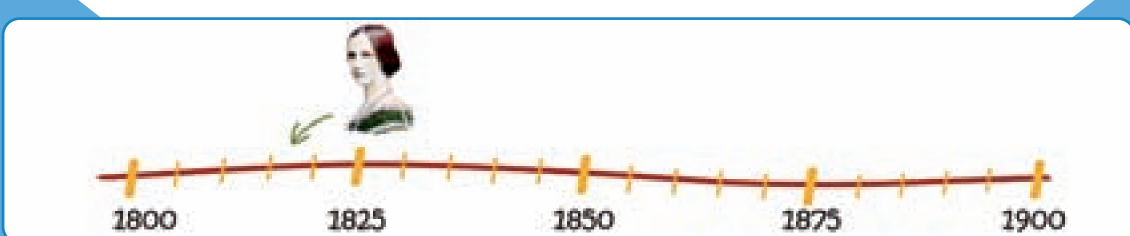
Con 17 años conoció a Charles Babbage, y tanto ella como su madre quedaron impresionadas por su «máquina analítica», que era como un ordenador muy antiguo. Sin embargo, Ada vio claramente que la máquina analítica solo podía dar información que ya era conocida, es decir, que no podía originar conocimiento.

Durante muchos años sus trabajos no se valoraron como merecían, y se creyó que se había limitado a transcribir las notas de Babbage. Pero recientes investigaciones demuestran que también escribió programas para la máquina analítica, y actualmente se reconoce a Ada Byron como la primera persona en describir un lenguaje de programación.

Son muchas las mujeres que han realizado grandes aportaciones a la informática, pero solo Ada Byron cuenta con un lenguaje de programación que lleve su nombre: el lenguaje de programación Ada.

**programar:** elaborar programas para la resolución de problemas mediante ordenadores.

**transcribir:** escribir en una parte lo que está escrito en otra.



## Sobre el texto

1. ¿Qué dos factores marcaron la vida de Ada Byron?
2. ¿Durante años, Ada fue muy cuestionada y poco valorada, ¿por qué?
3. ¿Por qué es conocida Ada Byron?

## En grupo

Investigad sobre el lenguaje de programación Ada y compartid la información con el resto de grupos de clase.

## La gratitud, un valor especial

En muchas ocasiones necesitamos la ayuda de los demás para conseguir las metas u objetivos que nos proponemos a lo largo de la vida.

La gratitud es el sentimiento que nos obliga a apreciar el beneficio o favor que se nos ha hecho o ha querido hacer, y a corresponder a él de alguna manera.

El valor de la gratitud se ejerce cuando una persona experimenta aprecio y reconocimiento por otra que le prestó ayuda. No consiste en «pagar» ese favor con otro igual, sino en mostrar afecto y guardar en la memoria ese acto de generosidad o de esfuerzo. Así, debemos sentir gratitud por los científicos, matemáticos, informáticos que nos legaron sus inventos, descubrimientos o avances en los diferentes ámbitos de la vida.

## Actividades

1. Escribe algunos inventos o descubrimientos que creas que merecen un gran reconocimiento y explica por qué.
2. ¿Alguien te ha mostrado su gratitud? ¿Por qué?

**Después de conocer a la se considera madre de la programación informática, Ada Byron, en esta unidad estudiarás unidades de medida como las informáticas.**

## Unidades de medida de longitud

La unidad fundamental de medida de longitud es el **metro (m).** La utilizamos para medir la longitud de objetos o la distancia a la que se encuentra uno de otro.


Las longitudes o distancias grandes se miden con unidades mayores que el metro. Estas unidades son el **kilómetro (km)**, el **hectómetro (hm)** y el **decámetro (dam).**

Las longitudes pequeñas se miden con unidades menores que el metro. Estas unidades son el **decímetro (dm)**, el **centímetro (cm)** y el **milímetro (mm).**

| | Mayores que el metro | | | Metro | Menores que el metro | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Símbolo** | km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
| **Equivalencia** | 1 000 m | 100 m | 10 m | 1 m | 0,1 m | 0,01 m | 0,001 m |

Para convertir una unidad de longitud en otra de orden inmediato inferior, la multiplicamos por 10. Para convertirla a una unidad de orden inmediato superior, la dividimos entre 10.

| | × 10 | | × 10 | | × 10 | | × 10 | | × 10 | | × 10 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **km** | | **hm** | | **dam** | | **m** | | **dm** | | **cm** | | **mm** |
| | : 10 | | : 10 | | : 10 | | : 10 | | : 10 | | : 10 | |

**recuerda**

Para expresar una medida podemos hacerlo mediante una **expresión compleja,** si utilizamos varias unidades de medida, o una **expresión simple,** si utilizamos una sola unidad de medida.

compleja → 2 m 12 cm

simple → 24 dm

**actividades**

1 Expresa en metros estas medidas.

**a.** 0,34 km **b.** 5,535 km **c.** 4,513 km **d.** 0,012 km

2 ¿Cuántos centímetros hay en cada una de estas medidas?

**a.** 0,54 m **b.** 3,08 m **c.** 1,65 m **d.** 5,4 m

3 Observa el ejemplo y completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

3,5 km = 3,5 × 100 = 350 dam

**a.** 2,67 m = ..... mm

**b.** 4356 m = ..... dam

**c.** 5879 m = ..... km

**d.** 2879 mm = ..... m

4 Expresa en forma simple como en el ejemplo.

3 m 45 cm = 300 cm + 45 cm = 345 cm

**a.** 12 m 18 cm

**b.** 3 km 546 m

**c.** 5 km 98 m

**d.** 3 m 89 cm

5 Copia las dos cantidades de cada fila que expresan la misma medida.

| | | |
|---|---|---|
| 3,45 m | 0,345 cm | 3 m 45 cm |
| 0,075 km | 75 dam | 75 m |

6 En una prueba de salto de longitud, Julia ha saltado 2,045 m y Juan, 2 m 6 cm. ¿Cuál de los dos ha hecho mejor marca?

# Unidades de medida de capacidad

La unidad básica de medida de capacidad es el **litro (l)**. La utilizamos para medir la capacidad de distintos recipientes.

La capacidad de recipientes grandes se mide con unidades mayores que el litro. Estas unidades son el **kilolitro (kl)**, **el hectolitro (hl)** y el **decalitro (dal)**.

La capacidad de recipientes pequeños se mide con unidades menores que el litro. Estas unidades son el **decilitro (dl)**, el **centilitro (cl)** y el **mililitro (ml)**.

| | Mayores que el litro | | | Litro | Menores que el litro | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Símbolo** | kl | hl | dal | l | dl | cl | ml |
| **Equivalencia** | 1 000 l | 100 l | 10 l | 1 l | 0,1 l | 0,01 l | 0,001 l |

Para convertir una unidad de capacidad en otra de orden inmediato inferior, la multiplicamos por 10. Para convertirla a una unidad de orden inmediato superior, la dividimos entre 10.

$$\text{kl} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{hl} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{dal} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{l} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{dl} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{cl} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{ml}$$

## actividades

**1** Completa en tu cuaderno estas equivalencias.

- **a.** 7 kl = ..... l
- **b.** 12 l = ..... cl
- **c.** 8 l = ..... ml
- **d.** 3,45 kl = ..... l
- **e.** 0,87 hl = ..... l
- **f.** 4,25 l = ..... ml

**2** Expresa en unidades mayores dividiendo por 10, 100 o 1 000.

- **a.** 2 067 ml = ..... l
- **b.** 243 cl = ..... l
- **c.** 76 cl = ..... l
- **d.** 3 006 l = ..... kl
- **e.** 705 l = ..... hl
- **f.** 25 cl = ..... l

**3** Expresa en forma simple en las unidades que se indican.

**a.** 3 hl 25 l = ..... hl  **b.** 2 l 35 cl = ..... l  **c.** 12 hl 45 l = ..... hl

**4** Expresa en forma compleja estas cantidades.

**a.** 3,25 hl  **b.** 2,35 l  **c.** 12,568 kl

**5** En la cantidad 2,7 cl, ¿qué cifra representa los centilitros? ¿Qué unidades representa el 7?

**6** Si una familia consume en la comida 4 botellas de 1,75 l cada una, ¿cuántos litros de agua consume en total?

**7** ¿Cuántos vasos de 12 cl pueden llenarse con el contenido de una botella de 0,60 l?

**8** Carmen, cada vez que se lava los dientes, llena un vaso de agua de 25 cl. Si se lava los dientes tres veces al día, ¿cuántos litros de agua consume en un año? ¿Cuántos litros ahorraría si el vaso fuese de 20 cl?

# Unidades de medida de masa

Una de las unidades más usadas para medir la masa de un cuerpo es el **gramo (g)**.

Las cantidades grandes de masa se miden con unidades mayores que el gramo. Estas unidades son la **tonelada (t)**, el **kilogramo (kg)**, el **hectogramo (hg)** y el **decagramo (dag)**.

1 t = 1 000 kg

Las cantidades pequeñas de masa se miden con unidades menores que el gramo. Estas unidades son el **decigramo (dg)**, el **centigramo (cg)** y el **miligramo (mg)**.

| | Mayores que el gramo | | | Gramo | Menores que el gramo | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Símbolo** | kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
| **Equivalencia** | 1 000 g | 100 g | 10 g | 1 g | 0,1 g | 0,01 g | 0,001 g |

Para convertir una unidad de masa en otra de orden inmediato inferior, la multiplicamos por 10. Para convertirla a una unidad de orden inmediato superior, la dividimos entre 10.

$$\text{kg} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{hg} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{dag} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{g} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{dg} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{cg} \underset{:10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{mg}$$

## actividades

1. Completa en tu cuaderno estas igualdades.
   - **a.** 4,5 kg = ..... g
   - **b.** 0,75 kg = ..... g
   - **c.** 12,45 g = ..... mg
   - **d.** 2,054 g = ..... mg
   - **e.** 3,5 t = ..... kg
   - **f.** 12,056 t = ..... kg

2. Calcula y escribe los gramos que hay en las siguientes cantidades.
   - **a.** Un cuarto de kilo
   - **b.** Medio kilogramo
   - **c.** Tres cuartos de kilo
   - **d.** Cinco cuartos de kilo

3. Ordena estas cantidades de menor a mayor.

   0,245 kg    24,5 g    2 450 mg    2,450 cg

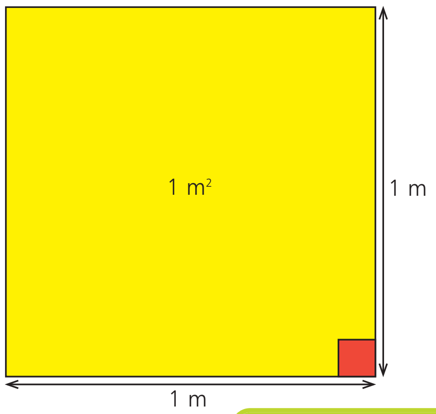
4. Expresa estas cantidades en forma simple en la unidad menor de las dadas.
   - **a.** 3 t 45 kg   **b.** 12 t 546 kg   **c.** 25 kg 125 g   **d.** 3 kg 98 g

5. ¿Cuántas manzanas hay que añadir a uno de los platillos para equilibrar la balanza?


6. Explica cómo calcularías el precio de un cuarto de kilo de fresas si cada kilogramo cuesta 12,40 € .

7. Alfredo, Ana y Pedro pesan juntos 98,750 kg. Si Alfredo pesa 38 kg y Ana pesa 750 g más que Pedro, ¿cuánto pesa cada uno?

# Unidades de medida de superficie




La unidad fundamental de medida de superficie es el **metro cuadrado ($m^2$)**, que es un cuadrado que tiene 1 m de largo y 1 m de ancho. La utilizamos para medir superficies.

Las superficies grandes se miden con unidades mayores que el metro cuadrado. Estas unidades son el **kilómetro cuadrado ($km^2$)**, el **hectómetro cuadrado ($hm^2$)** y el **decámetro cuadrado ($dam^2$)**.

Las superficies pequeñas se miden con unidades menores que el metro cuadrado. Estas unidades son el **decímetro cuadrado ($dm^2$)**, el **centímetro cuadrado ($cm^2$)** y el **milímetro cuadrado ($mm^2$)**.

| | Mayores que el metro cuadrado | | | Metro cuadrado | Menores que el metro cuadrado | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Símbolo** | $km^2$ | $hm^2$ | $dam^2$ | $m^2$ | $dm^2$ | $cm^2$ | $mm^2$ |
| **Equivalencia** | 1 000 000 $m^2$ | 1 000 $m^2$ | 100 $m^2$ | 1 $m^2$ | 0,01 $m^2$ | 0,0001 $m^2$ | 0,000001 $m^2$ |

Otras unidades de medida de superficie son la **hectárea (ha)** y el **área (a)**, también llamadas **unidades agrarias**, equivalentes al hectómetro cuadrado y al decámetro cuadrado.

$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2 \qquad 1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$$

Para convertir una unidad de superficie en otra de orden inmediato inferior, la multiplicamos por 100. Para convertirla a una unidad de orden inmediato superior, la dividimos entre 100.

$$km^2 \underset{:100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} hm^2 \underset{:100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} dam^2 \underset{:100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} m^2 \underset{:100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} dm^2 \underset{:100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} cm^2 \underset{:100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} mm^2$$

## actividades

**1** Observa el ejemplo y completa en tu cuaderno estas igualdades.

$\boxed{2{,}5 \text{ hm}^2 = 2{,}5 \times 100 = 250 \text{ dam}^2}$

**a.** 4,5 $dam^2$ = ..... $m^2$

**b.** 0,75 $hm^2$ = ..... $dam^2$

**c.** 6,54 $hm^2$ = ..... $m^2$

**d.** 2,5 $m^2$ = ..... $cm^2$

**2** Ordena de mayor a menor estas unidades de medida de superficie.

$dam^2$ $dm^2$ $hm^2$ $m^2$

**3** Escribe la unidad del orden inmediato superior e inferior a la dada como en el ejemplo.

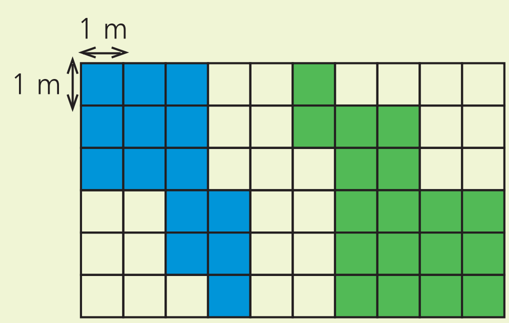
$\boxed{hm^2 \leftarrow dam^2 \rightarrow m^2}$

**a.** $dm^2$ **b.** $dm^2$ **c.** $hm^2$ **d.** $cm^2$

**4** Esta figura representa la superficie de un bosque. La parte coloreada de azul representa la superficie quemada y la coloreada de verde, la parte reforestada.

**a.** ¿Cuántos metros cuadrados de bosque se han quemado?

**b.** ¿Cuántos metros cuadrados se han reforestado?



# Adición y sustracción con unidades de medida

Un grupo de amigos ha caminado por la mañana 3 km 547 m por la orilla de un río y 2 km 698 m por la tarde. ¿Cuántos metros han caminado en total? ¿Cuánto más han caminado por la mañana que por la tarde?

Para resolver la primera pregunta sumamos 3 km 547 m y 2 km 698 m, y para resolver la segunda restamos esas mismas cantidades.

Podemos operar con las cantidades expresadas en forma compleja o en forma simple, pues el resultado es el mismo.

| Forma compleja | Forma simple | Forma compleja | Forma simple |
|---|---|---|---|
| 3 km 547 m | 3,547 km | 3 km 547 m | 3,547 km |
| + 2 km 698 m | + 2,698 km | – 2 km 698 m | – 2,698 km |
| 6 km 245 m | 6,245 km | 0 km 849 m | 0,849 km |

Por tanto, en total han caminado 6 km 245 m.

Así pues, por la mañana han caminado 849 m más que por la tarde.

Observa que siempre se suman y restan unidades del mismo orden.

## actividades

**1** Calcula estas sumas.

**a.** 3 m 45 cm + 8 m 76 cm

**b.** 12 l 76 cl + 98 cl

**c.** 4 km 456 m + 879 m

**d.** 2 kg 546 g + 1 kg 98 g

**2** Halla la diferencia en cada caso.

**a.** 4 m 579 mm – 2 m 345 mm

**b.** 5 m 76 cm – 2 m 97 cm

**c.** 8 kg 549 g – 3 kg 789 g

**d.** 5 l – 2 l 45 cl

**3** Débora y Carmen han jugado en el parque durante una hora. Débora ha bebido el agua de una botella de 0,74 l y Carmen, dos botellas de 25 cl cada una.

**a.** ¿Quién ha bebido mayor cantidad de agua?

**b.** ¿Cuántos centilitros más ha bebido una que la otra?

**4** En casa de Juan han consumido 2 l 45 cl de leche por la mañana y 1 l 19 cl por la tarde. ¿Cuántos litros de leche han consumido en total? ¿Cuántos más han consumido por la mañana que por la tarde?

**5** La madre de Javier ha comprado 2,45 kg de patatas, 1 kg 250 g de plátanos, 750 g de higos.

**a.** ¿Cuántos kilogramos pesa la compra?

**b.** ¿Cuánto más pesan las patatas que los plátanos?

**c.** Calcula el precio de la compra si los higos han costado 2,35 €.


**6** Álvaro y Pablo son mellizos. Álvaro pesa 35 kg 780 g y Pablo, 32 kg 827 g. Roberto, el padre de los mellizos, pesa 70 kg 120 g.

**a.** ¿Cuánto pesan los hermanos juntos?

**b.** ¿Cuánto más pesa Álvaro que Pablo?

**c.** ¿Cuánto les falta para pesar entre los dos tanto como su padre?

## Multiplicación y división con unidades de medida

En el nacimiento del río Tirón hay dos fuentes. La fuente grande vierte 45 l 90 cl por minuto y la pequeña, la sexta parte en el mismo tiempo. ¿Cuánta agua vierte la fuente grande en 8 min? ¿Cuánta agua vierte la fuente pequeña en 1 min?

Para resolver la primera pregunta multiplicamos 45 l 90 cl por 8, y para resolver la segunda dividimos 45 l 90 cl entre 6.

Podemos operar con las cantidades expresadas en forma compleja o en forma simple, pues el resultado es el mismo.

| Forma compleja | Forma simple | Forma compleja | Forma simple |
|---|---|---|---|
| 45 l 90 cl<br>× 8<br>367 l 20 cl | 45,90 l<br>× 8<br>367,20 l | 45 l 90 cl \| 6<br>3 9 → 7 l 65 cl<br>30<br>0 | 45,90 l \| 6<br>3 9 → 7,65 l<br>30<br>0 |

La fuente grande vierte 367 l 20 cl en 8 min.

La fuente pequeña vierte 5 l 65 cl en 1 min.

### actividades

1. Calcula estos productos.
   a. 3,45 m × 6
   b. 12,68 l × 5
   c. 0,765 kg × 7

2. Halla el cociente de estas divisiones y comprueba el resultado.
   a. 24,56 kg : 3
   b. 243,56 m : 12
   c. 3 645,25 l : 20

3. Realiza estas operaciones.
   a. 6 m 45 cm : 3
   b. 8 l 58 cl × 6

4. Un depósito de agua contiene 6,78 kl. Si con el agua del depósito se llenan tres cisternas de 1 kl 354 l, calcula:
   a. ¿Cuántos litros de agua se han sacado en total?
   b. ¿Cuántos litros de agua quedan en el depósito?

5. En una embotelladora de zumo de naranja envasan 6 hl 45 l en botellas de 0,25 l. ¿Cuántas botellas se necesitan? Opera convirtiendo todas las unidades a centilitros.

6. El parque del barrio de Ramón tiene forma rectangular. Mide 13 hm 45 m de largo y la quinta parte de ancho. Calcula el perímetro del parque.

7. Para endulzar la leche se usan bolsitas de azúcar de 25 g. ¿Cuántas bolsitas de ese peso se pueden llenar con 1 kg 312 g de azúcar?

## Unidades de medida informáticas

La unidad de almacenamiento de información en los ordenadores, en los mp3, en los móviles, etc., es el **bit.**

Con un bit podemos representar solo dos valores cualesquiera, 0 o 1, verdadero o falso, abierto o cerrado, blanco o negro, masculino o femenino, apagado o encendido, etcétera.

Podemos imaginarnos un bit como una bombilla, si usamos dos bits, tendremos cuatro combinaciones posibles.

La unidad de almacenamiento más común es el byte, que contiene 8 bits.

| | |
|---|---|
| **bit** | unidad mínima |
| **byte** | 8 bits |
| **kilobyte** | 1 024 bytes |
| **megabyte** | 1 048 576 bytes |
| **gigabyte** | 1 073 741 824 bytes |

El múltiplo más usado del byte es el megabyte (mega).

La unidad básica de almacenamiento en los ordenadores es el **byte**, que son 8 bits.
Las unidades de capacidad más usadas son el **megabyte** y el **gigabyte**.

### actividades

1. Expresa en bits estas capacidades.

   **a.** 6 bytes
   **b.** 12 bytes
   **c.** 30 bytes
   **d.** 100 bytes
   **e.** 750 bytes
   **f.** 347 bytes
   **g.** 2 500 bytes
   **h.** 3 600 bytes

2. Con estos tres bits, ¿cuántas parejas de combinaciones puedes obtener? Combina pares de bits para definir los conceptos indicados.

   - Caramelo de fresa, caramelo de menta y caramelo de naranja.

3. Calcula la capacidad en bytes de estas cantidades con la calculadora.

   **a.** 1 kilobyte
   **b.** 10 kilobytes
   **c.** 3 kilobytes
   **d.** 58 kilobytes
   **e.** 100 kilobytes
   **f.** 500 kilobytes

## actividades

**4** El móvil de Sandra tiene una capacidad de 12,5 kilobytes y el de Sonia, de 15 000 bytes.

**a.** ¿Qué móvil tiene mayor capacidad?

**b.** ¿Cuál es la diferencia de capacidad de ambos móviles?

**5** Andrés estrena un ordenador que tiene una capacidad de 1 megabyte y 10 kilobytes. ¿Cuántos bytes de capacidad tiene el ordenador?

**6** Calcula los bytes que pueden almacenar estos aparatos. Utiliza la calculadora.

**a.** Un ordenador de 6 megabytes

**b.** Un mp3 de 4,5 gigagbytes

**c.** Un ordenador de 1,5 gigabytes

**d.** Una tarjeta de 3,2 kilobytes

**7** Un minuto de música en mp3 de calidad necesita una capacidad de 0,5 megabytes.

**a.** ¿Cuántos megas debemos exigir al comprar un mp3 para que almacene música para una hora?

**b.** ¿Cuántos megas debería tener para que su música durase un día entero?


**8** El ordenador portátil de Lorenzo tiene una capacidad de 30,5 gigabytes. Si tiene ocupados 230 megabytes, ¿qué capacidad le queda libre al ordenador? Realiza las operaciones con la calculadora.

**9** Lee este texto y contesta a las preguntas.

*«Un **píxel** o **pixel** es la menor unidad en color que forma parte de una imagen digital, ya sea una fotografía o un gráfico. La unidad múltiplo es el **megapíxel,** que contiene un millón de píxeles. La calidad de una foto de color depende en gran medida de su **resolución,** es decir, de cuántos bits utiliza para representar cada píxel. Cuantos más bits representan un píxel, mayor es la calidad del color. En las imágenes fotográficas se suelen usar tres bytes (24 bits) para definir cada color de cada píxel.»*

**a.** ¿De qué se compone una imagen digital?

**b.** ¿Qué se quiere decir cuando se afirma que una cámara tiene alta resolución?

**c.** ¿De qué depende la calidad de una imagen de color?

**d.** ¿Qué elementos son los que representan un píxel?

**e.** ¿Cuántos píxeles tiene una cámara de 2,5 megapíxel?

**f.** ¿Cuántos bits se utilizan para definir cada color de cada píxel?

# Resuelvo problemas

## Resolver problemas utilizando las diferentes unidades de medida

Al comienzo del año, un periodista se propuso recorrer 3 750,8 km para buscar información sobre diferentes culturas. Ya ha completado $\frac{3}{5}$ partes del recorrido, del cual ha hecho en autobús 958 km 878 m, en moto 459 102 m y el resto en coche. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido en coche?

- Para resolver el problema, primero identificamos los datos que necesitamos y observamos las unidades y la forma en las que vienen expresados.

  Recorrido completo: 3 750,8 km
  Lleva recorridos: $\frac{3}{5}$ del total
  Distancia recorrida en autobús: 958 km 878 m
  Distancia recorrida en moto: 459 102 m

- Después, calculamos la distancia que lleva recorrida.

  $$\frac{3}{5} \text{ de } 3750{,}8 \text{ km} \rightarrow (3750{,}8 \text{ km} \times 3) : 5 =$$
  $$= 11\,252{,}4 \text{ km} : 5 = 2\,250{,}48 \text{ km}$$

- Ahora calculamos los kilómetros recorridos en autobús y en moto utilizando la misma unidad de medida.

  Autobús: 958 km 878 m = 958,878 km
  Moto: 459 102 m = 459,102 km

  958,878 km + 459,102 km = 1 417,98 km

- Por último, hallamos los kilómetros recorridos en coche.

  2 250,48 km – 1 417,98 km = 832,5 km

Luego el periodista ha recorrido en coche 832,5 km.

## Aplico la estrategia

**1** **Lee de nuevo el enunciado del problema de la presentación y contesta a estas preguntas.**

**a.** ¿Qué distancia le queda por recorrer al periodista para acabar su objetivo?

**b.** Si el 35% de lo que le queda quiere recorrerlo en taxi y el resto en tren, ¿cuántos kilómetros y metros recorrerá en esos medios de transporte?

**2** **Se va a celebrar una carrera de coches antiguos que consta de 68 vueltas. El circuito tiene una longitud de 5,426 km y los coches paran a repostar cuando llevan el 37,5% de la carrera hecha.**

**a.** ¿Qué distancia total habrán recorrido una vez acabada la carrera?

**b.** ¿Cuántos km y m tienen que rodar para poder repostar?

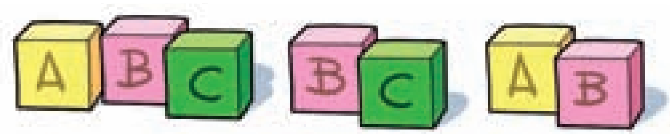
**c.** Una vez han repostado, ¿cuánto les queda de carrera?

**3** **Con el 42% de la capacidad de un depósito de agua de 1 944,6 l se quieren llenar botellas de 30 cl y con el resto, botellas de 250 ml.**

**a.** ¿Cuántas botellas de cada clase se pueden llenar con el agua del depósito?

**b.** Si después se venden las botellas de 30 cl a 0,23 € y las de 250 ml a 0,16 €, ¿qué cantidad de dinero se sacará del total de la venta?

**4** **¿Qué masa tienen entre las cajas A y C? ¿Qué masa tiene la caja B?**




20,513 kg    12 259 kg    14 kg 834 g

5 Observa la ilustración y contesta a estas preguntas.


**a.** ¿Qué distancia llevan recorrida entre la moto roja y la azul? ¿Qué distancia las separa?

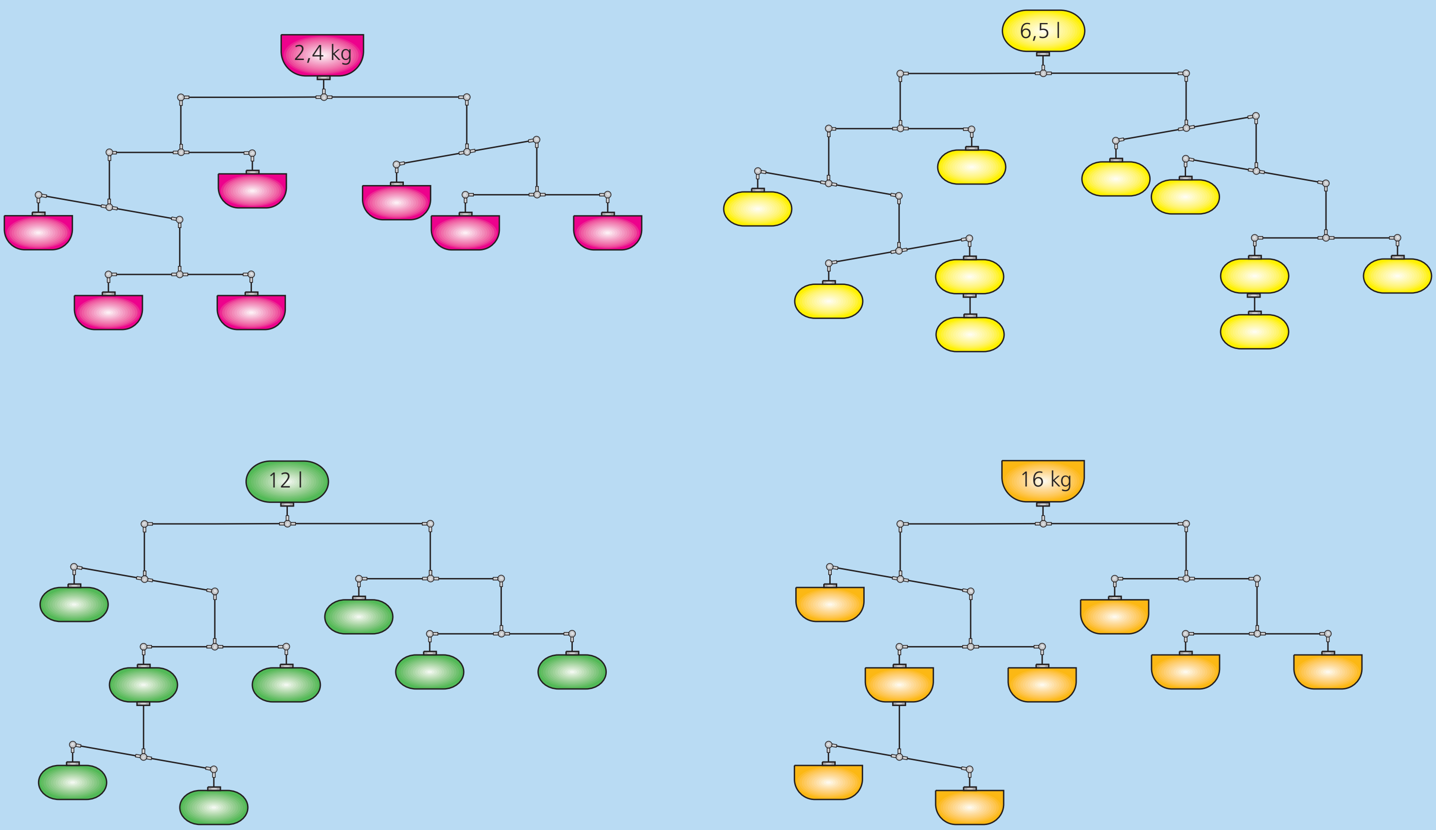
**b.** ¿Qué moto ha hecho más kilómetros? ¿Cuántos más?

**c.** ¿Cuánto le queda a la moto roja para llegar a Botones? ¿Y a la moto azul para llegar a Caño?

# Lógica

## Balanzas

1 Dibuja estos móviles en tu cuaderno y averigua el valor de las piezas vacías para que estén equilibrados.



# Cálculo mental

Para convertir unidades de superficie de un orden a otras del orden inmediato inferior, multiplicamos por 100.

$$5{,}5\ m^2 = 5{,}5\ m^2 \times 100 = 550\ dm^2$$

**1** Convierte mentalmente estas unidades a otras del orden inmediato inferior.

**a.** 3 $m^2$ **d.** 3,75 $m^2$ **g.** 18,39 $dm^2$
**b.** 0,89 $dam^2$ **e.** 1,75 $hm^2$ **h.** 34,56 $dam^2$
**c.** 0,18 $m^2$ **f.** 98 $dm^2$ **i.** 7,09 $m^2$

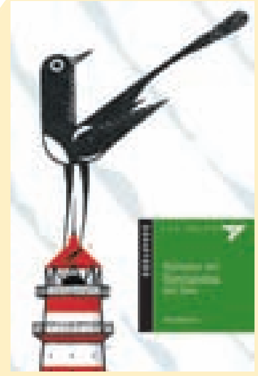
**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo convertirías unas unidades de superficie de un orden a otras de un orden inmediato superior. Escribe tres ejemplos.

**3** Convierte mentalmente estas unidades a otras del orden inmediato superior.

**a.** 567 $m^2$ **c.** 3 245 $cm^2$ **e.** 237 $dam^2$
**b.** 609 $m^2$ **d.** 2 096 $cm^2$ **f.** 1 243 $dm^2$

## Decamat

1. Expresa 65 cm en forma compleja.
2. Averigua los litros de agua que habrá en 10 botellas de 0,75 l.
3. Nombra la unidad de masa que contiene mil kilogramos y la unidad de masa equivalente a mil miligramos.
4. Expresa en metros el perímetro de un decámetro cuadrado.
5. Si compramos una finca de 2,5 ha, ¿cuántos metros cuadrados mide la finca?
6. Sonia recorre con la bicicleta 2 km 546 m y su hermano, paseando, 30 hm. ¿Quién ha recorrido mayor distancia?
7. Si en un vaso caben 0,25 l de agua, calcula los litros de agua que se necesitan para llenar 12 vasos iguales.
8. Si se reparten 5,768 hl en 6 partes iguales, ¿en qué unidades se expresará el cociente de la división?
9. Ordena de menor a mayor capacidad estas unidades: gigabyte, byte, megabyte, bit y kilobyte.
10. Di el nombre de la unidad menor que compone el color de las imágenes.



**Si quieres aprender** cosas nuevas sobre cómo ha cambiado la vida de las personas que trabajan en los faros, lee *Háblame del fantasma del faro,* de Tina Blanco. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 4 | |
| 4 | | 3 | |
| | | | 3 |
| | 1 | | |

Una de estas canicas es más pesada que el resto. ¿Cómo la descubrirías en tres pesadas?

# Repaso

**1** Calcula las siguientes operaciones combinadas.

**a.** (16 + 23) × 15 – 217 + 525 : 25
**b.** 116 + (209 × 21) – 1 793
**c.** 49 + 13 × 36 – (312 : 6 + 24)

**2** Copia en tu cuaderno y realiza estas operaciones.

**a.** 18,363 + 79,62 + 196
**b.** 3 162,6 + 958,27 + 38,75
**c.** 183 252,5 – 24 604,9
**d.** 34 689,235 – 27 392,816

**3** Escribe los cuatro primeros múltiplos de estos números.

**a.** 5 **c.** 7 **e.** 10
**b.** 13 **d.** 22 **f.** 56

**4** Averigua los divisores comunes de estos pares de números.

**a.** 27 y 36 **b.** 18 y 24 **c.** 16 y 40

**5** Escribe el máximo común divisor de cada pareja de números de la actividad anterior.

**6** Escribe el valor de la cifra destacada en cada número.

| 2 3**6**8 | 1,**9**87 | **6** 752,8**2** | **9**13,36**1** |
|---|---|---|---|

**7** Define número primo y número compuesto. Escribe un ejemplo de cada uno.

**8** Cuatro clases de 6.º han recogido dinero para una obra benéfica y lo han anotado en una tabla. ¿Qué cantidad han recaudado aproximadamente las cuatro clases? Redondea a la unidad.

| 6.º A | 6.º B | 6.º C | 6.º D |
|---|---|---|---|
| 239,7 € | 388,9 € | 156,2 € | 271,3 € |

**9** Realiza estas operaciones en tu cuaderno.

**a.** 314,464 : 12,4 **c.** 327,646 : 2,65
**b.** 512,7 × 13,9 **d.** 1 242,8 × 7,6

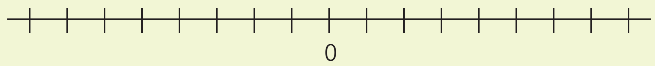
**10** Lee, escribe y halla el resultado de estas potencias.

**a.** $10^2$ **b.** $10^7$ **c.** $10^4$ **d.** $10^5$

**11** Reduce a común denominador estos pares de fracciones y compáralas.

**a.** $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{9}$ **b.** $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$ **c.** $\frac{6}{8}$ y $\frac{3}{5}$ **d.** $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{3}$

**12** Copia esta recta numérica en tu cuaderno, complétala y marca los números –3, +5, –1, +7, –2 y +4. Después marca también sobre la recta numérica sus opuestos.




**13** Ordena de mayor a menor estas temperaturas.

7 °C –3 °C 10 °C 18 °C –5 °C –1 °C

**14** Completa estas series en tu cuaderno.

**a.** –8, –6 ..... **b.** –12, –8 ..... **c.** –9, –6 .....

**15** Halla el resultado de estas sumas.

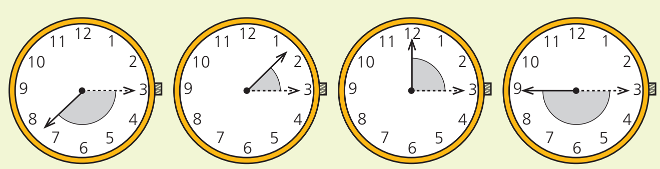
**a.** (+15) + (+8) **d.** (–7) + (–4)
**b.** (+20) + (+13) **e.** (–9) + (–16)
**c.** (–11) + (+23) **f.** (–2) + (–18)

**16** Representa en un eje de coordenadas los puntos que se indican.

A → (–2, +4) D → (+1, –3)
B → (0, +3) E → (+5, +2)
C → (–3, +1) F → (–2, –2)

**17** En un mapa a escala |——| 3 km, la distancia entre dos ciudades es de 7,5 cm. ¿Cuál será la distancia real entre esas dos ciudades?

**18** Estima los grados que ha girado la aguja de estos relojes y el sentido en el que lo ha hecho.



# Aclaro mis ideas

## Unidades de medida

| Magnitudes | Mayores que la unidad | | | Unidad | Menores que la unidad | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longitud | km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
| Capacidad | kl | hl | dal | l | dl | cl | ml |
| Masa | kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
| Superficie | $km^2$ | $hm^2$ | $dam^2$ | $m^2$ | $dm^2$ | $cm^2$ | $mm^2$ |

Para transformar unidades de longitud, capacidad o masa en unidades de orden inmediato superior o inferior, dividimos o multiplicamos sucesivamente por 10.

× 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| km | hm | dam | **m** | dm | cm | mm |
| kl | hl | dal | **l** | dl | cl | ml |
| kg | hg | dag | **g** | dg | cg | mg |

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Para transformar unidades de superficie en unidades de orden inmediato superior o inferior, dividimos o multiplicamos sucesivamente por 100.

× 100 × 100 × 100 × 100 × 100 × 100

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $km^2$ | $hm^2$ | $dam^2$ | **$m^2$** | $dm^2$ | $cm^2$ | $mm^2$ |

: 100 : 100 : 100 : 100 : 100 : 100

## Operaciones con unidades de medida

### Adición

$$\begin{array}{rl} & 3{,}547 \text{ km} \\ + & 2{,}698 \text{ km} \\ \hline & 6{,}245 \text{ km} \end{array}$$

### Sustracción

$$\begin{array}{rl} & 3{,}547 \text{ km} \\ - & 2{,}698 \text{ km} \\ \hline & 0{,}849 \text{ km} \end{array}$$

### Multiplicación

$$\begin{array}{rl} & 45{,}90 \text{ l} \\ & \times\, 8 \\ \hline & 367{,}20 \text{ l} \end{array}$$

### División

$$\begin{array}{l|l} 45{,}90 \text{ l} & 6 \\ \cline{2-2} \ \ 39 & 7{,}65 \text{ l} \\ \ \ \ \ 30 & \\ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$

## Otras medidas

### Unidades agrarias

| Hectárea (ha) | Área |
|---|---|
| 10 000 $m^2$ | 100 $m^2$ |

### Unidades de informática

| gigabyte | megabyte | kilobyte | byte | bit |
|---|---|---|---|---|
| 1 073 741 824 bytes | 1 048 576 bytes | 1 024 bytes | 8 bits | 1 |

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- La unidad fundamental de medida de longitud es el ...... Para medir longitudes o distancias grandes utilizamos el ....., el ..... y el ....., y para medir longitudes pequeñas, el ....., el ..... y el ......
- La unidad fundamental de medida de capacidad es el ...... Para medir capacidades grandes utilizamos el ....., el ..... y el ....., y para medir capacidades pequeñas, el ....., el ..... y el ......
- Una de las unidades más usadas para medir la masa es el ...... Para medir masas grandes utilizamos el ....., el ..... y el ....., y para medir masas pequeñas, el ....., el ..... y el ......
- La unidad fundamental de medida de superficie es el ...... Para medir superficies grandes utilizamos el ....., el ..... y el ....., y para medir superficies pequeñas, el ....., el ..... y el ......
- La unidad de almacenamiento de información es el ...... Sus múltiplos más usados son el ....., el ....., el ..... y el ......

**2** Expresa en metros estas longitudes.

**a.** 0,75 dam  
**b.** 5 762 mm  
**c.** 6 m 37 cm  
**d.** 605 cm  
**e.** 0,007 km  
**f.** 59 dm 4 cm

**3** En un comedor escolar se consumen 98 botellas de agua de 125 ml al día. ¿Cuántos litros de agua se consumen en el comedor durante una semana?

**4** Completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

**a.** 0,736 t = ..... kg  
**b.** 4 t 197 kg = ..... kg  
**c.** 2 973 g = ..... kg  
**d.** 16 kg 35 g = ..... kg  
**e.** 615 g = ..... kg  
**f.** 3,64 t = ..... kg

**5** Expresa estas unidades en metros cuadrados y en centímetros cuadrados en tu cuaderno.

**a.** 6,23 $m^2$ = ..... $cm^2$  
**b.** 0,85 $km^2$ = ..... $m^2$  
**c.** 21 $dam^2$ = ..... $m^2$  
**d.** 0,358 $m^2$ = ..... $cm^2$

**6** Realiza las siguientes operaciones.

**a.** 643 km 176 m – 89 km 247 m  
**b.** 140 t 326 kg + 52 t 143 kg

**7** Un ciclista ha recorrido por la mañana 27 km 286 m y por la tarde 15 km 819 m. ¿Qué distancia ha recorrido el ciclista durante todo el día?

**8** Multiplica y expresa el resultado en forma compleja.

**a.** 26,736 kg × 8  
**b.** 1 256,22 m × 6

**9** Realiza estas divisiones y comprueba el resultado.

**a.** 40,977 m : 3  
**b.** 8 960 kg : 0,7  
**c.** 63 825 l : 15

**10** Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno estas igualdades.

**a.** 27,2 $m^2$ = ..... $dm^2$  
**b.** 16,88 $cm^2$ = ..... $mm^2$  
**c.** 647 $cm^2$ = ..... $dm^2$  
**d.** 2 368 $dm^2$ = ..... $m^2$

**11** El médico le ha dicho a Paula que tiene que tomar durante 15 días 4 cucharadas de 0,6 ml de jarabe diarias para curarse del resfriado. Paula se compra un frasco de jarabe y cuando termina el tratamiento aún le queda en el frasco 2 cl. Escribe cómo calcularías la capacidad del frasco que ha comprado Paula y resuélvelo.

# 10 El área y las figuras planas

## William Jones

nació en 1675 en Anglesey, Gales. Fue el primer matemático en emplear el símbolo $\pi$ como representación matemática del número pi.

William Jones formaba parte de una familia humilde. Estudió en un colegio rural, que estaba situado a tres kilómetros de su casa. Desde el principio destacó en las matemáticas y su talento no pasó desapercibido; un terrateniente le ofreció la oportunidad de ir a Londres a trabajar y la aprovechó.

Ya en la ciudad prosiguió sus estudios y posteriormente pudo navegar, siendo esta una de sus grandes pasiones y base de sus primeras obras, y tanto es así que su primer trabajo publicado es un compendio sobre el arte de navegar.

Tras dejar la navegación, impartió lecciones en diferentes establecimientos especializados en tertulias sobre arte, negocios, matemáticas…

El resultado de estas lecciones fue el libro *Sypnosis palmariorum mathesios,* publicado en 1706, en el cual aparece el símbolo $\pi$, por primera vez, con el significado actual.

El número pi representa el cociente de dividir la longitud de una circunferencia entre su diámetro.

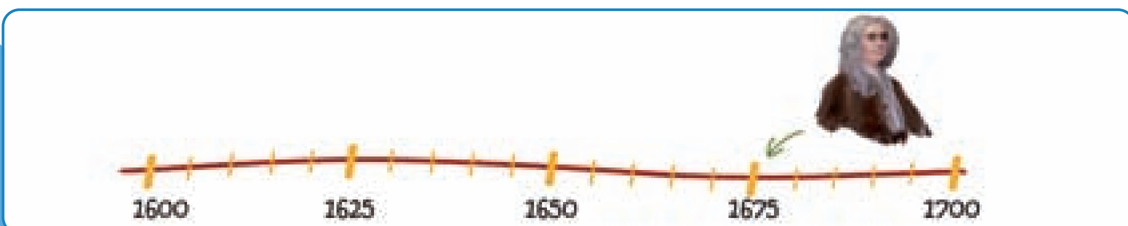
$$\pi = \frac{\text{longitud de una circunferencia}}{\text{diámetro}}$$

Esta notación ideada por William Jones fue posteriormente popularizada por el matemático Leonard Euler en su obra *Introducción al cálculo infinitesimal,* de 1748, siendo aceptada por los matemáticos y extendida rápidamente por toda la comunidad científica.

**representación:** figura, imagen o idea que sustituye a la realidad.

**contorno:** conjunto de las líneas que limitan una figura o composición.

**notación:** sistema de signos convencionales que se adopta para expresar conceptos matemáticos, físicos, etc.



## Sobre el texto

1. ¿Quién fue el que popularizó el símbolo π? ¿Cuál es su significado?
2. ¿Qué representa el número pi?
3. ¿En qué año se utiliza por primera vez esta notación?

## En grupo

Buscad información sobre el matemático que popularizó el símbolo π e investigad qué otros méritos se le atribuyen. Dialogad y compartid la información con el resto de grupos.

## La importancia de la constancia

Curso tras curso, los profesores de matemáticas explican en el aula diversas fórmulas en las que aparece el número pi. Pero ¿de dónde, cómo y para qué surge?

Los pueblos de la antigüedad ya sabían que el cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro era una cantidad constante. Uno de los retos de los matemáticos a lo largo de la historia ha sido hallar con la mayor precisión posible, este cociente.

Gracias a la perseverancia y al esfuerzo de muchas personas por descubrir este número, actualmente podemos emplearlo para resolver problemas cotidianos.

## Actividades

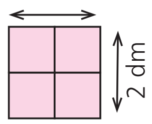
1. ¿Qué es para ti la perseverancia en el trabajo?
2. En equipos de tres personas, dibujad tres círculos distintos con el compás, luego rodead la circunferencia con un hilo y medid la longitud con una regla. Seguidamente hallad los cocientes de dividir la longitud de cada circunferencia entre el diámetro correspondiente. ¿Qué número se obtiene? ¿Qué sucede?
3. Describe algunas situaciones en las que el esfuerzo y la constancia te hayan ayudado a conseguir algo.

**Después de conocer a la persona que popularizó el símbolo π, en esta unidad estudiarás el área y las figuras planas donde podrás aplicarlo**

# El área de los paralelogramos

Recuerda cómo calculamos el área de los paralelogramos.

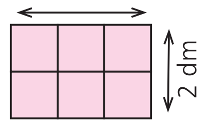
## Área del cuadrado




área = 2 dm × 2 dm = 4 dm²

**área del cuadrado = lado × lado**

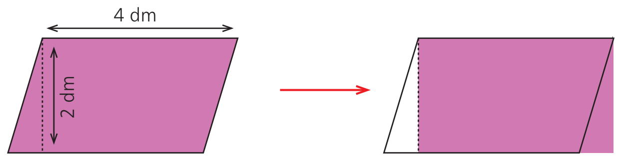
## Área del rectángulo




área = 3 dm × 2 dm = 6 dm²

**área del rectángulo = base × altura**

## Área del romboide

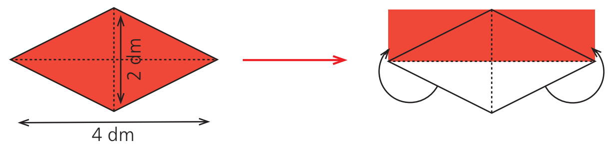



El área del romboide es igual a la de un rectángulo de igual base y altura.

área = 4 dm × 2 dm = 8 dm²

**área del romboide = base × altura**

## Área del rombo




El área del rombo es igual a la mitad del área del rectángulo.

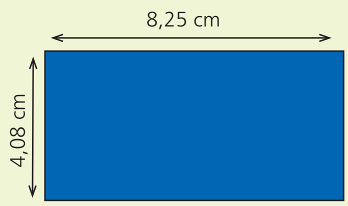
$$\text{área} = \frac{4\text{ cm} \times 2\text{ cm}}{2} = 4\text{ cm}^2$$

$$\textbf{área del rombo} = \frac{\textbf{diagonal mayor} \times \textbf{diagonal menor}}{\textbf{2}}$$

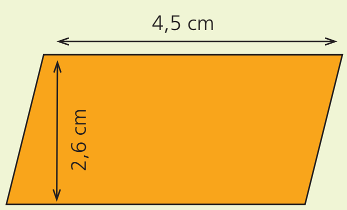
## actividades

1 Calcula el área de estas figuras.

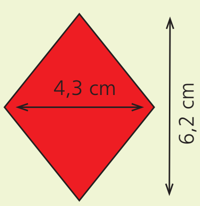
**a.**




**b.**




**c.**

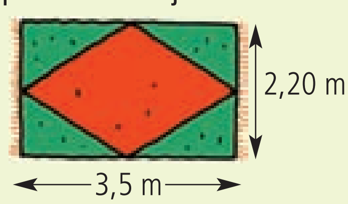



2 Un aula de 6.º tiene forma de rectángulo de 7,50 m de largo y 6,80 m de ancho.

**a.** ¿Cuál es su área?

**b.** ¿Cuántos metros cuadrados corresponden por alumno si asisten diariamente 25 alumnos?

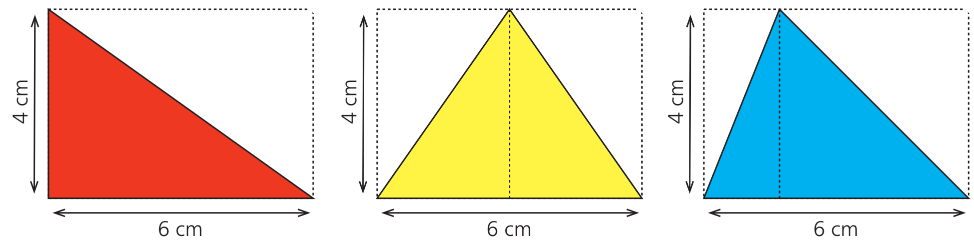
3 Esta alfombra mide 3,5 m de largo y 2,20 m de ancho. Calcula la superficie ocupada por el color verde y la superficie ocupada por el color rojo.




4 Dibuja en tu cuaderno un rectángulo de 4,5 cm de largo y 3 cm de alto. Después calcula su área en milímetros cuadrados.

## El área del triángulo

Para averiguar el área de estos triángulos observa que los triángulos ocupan la mitad del área de un rectángulo, y por tanto el área de los triángulos se calculará dividiendo el área del rectángulo entre dos.




Luego para calcular el área de estos triángulos multiplicamos la longitud de la base del triángulo por su altura y el producto lo dividimos entre dos.

$$\text{área del triángulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{6\ \text{cm} \times 4\ \text{cm}}{2} = 12\ \text{cm}^2$$

Como la longitud de la base y de la altura es igual en los tres triángulos, su área es la misma, 12 $\text{cm}^2$.

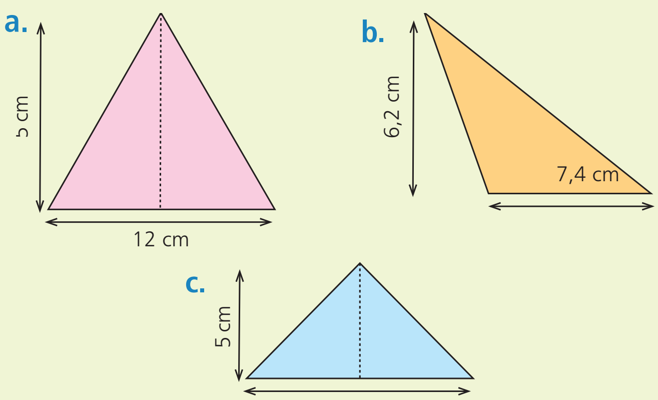
**recuerda**

La **altura** de un triángulo es el segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto o su prolongación.

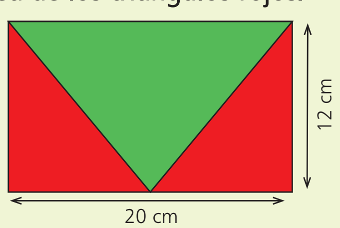
$$\text{área del triángulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

### actividades

**1** Calcula el área de estos triángulos.



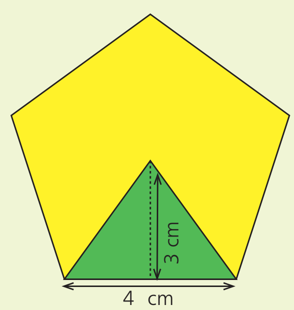

**2** Calcula el área de los triángulos rojos.




**3** Observa la figura y sus medidas y calcula.

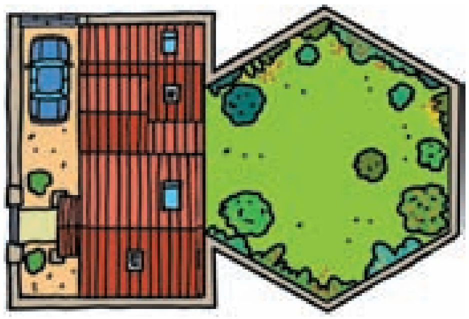
**a.** El área del triángulo verde.

**b.** ¿Cómo calcularías el área de todos los triángulos restantes? ¿Y el de la figura?



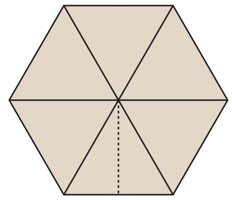

**4** Una plaza tiene forma cuadrada. En cada uno de sus ángulos hay un triángulo isósceles con césped. Los cuatro triángulos son iguales. Calcula el área de la plaza sin el césped si un lado mide 40 m y los lados iguales de los triángulos miden 10 m cada uno. Ayúdate de un dibujo.

# El área de los polígonos regulares

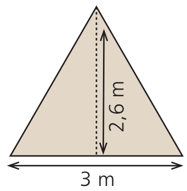


Los padres de Andrés han comprado una casa con un patio hexagonal. ¿Cuántos metros cuadrados mide el patio?

Andrés, para calcular el área del patio, ha dibujado primero un hexágono regular y ha unido cada uno de sus vértices con el centro, formando seis triángulos.



Después, ha calculado el área de uno de los triángulos.




$$\text{área del triángulo} = \frac{3 \text{ m} \times 2{,}6 \text{ m}}{2} = 3{,}9 \text{ m}^2$$

**Observa**

La apotema es el segmento perpendicular que une el centro de un polígono regular con cualquiera de sus lados.

Para calcular el área del hexágono multiplicamos el área del triangulo por 6.

$$\text{Área del hexágono} = 3{,}9 \text{ m}^2 \times 6 = 23{,}4 \text{ m}^2$$

O bien, multiplicamos el perímetro por la apotema y dividimos el producto entre dos.

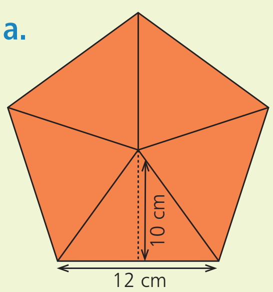
$$\text{área del hexágono} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{18 \text{ m} \times 2{,}6 \text{ m}}{2} = 23{,}4 \text{ m}^2$$

$$\text{área del polígono regular} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

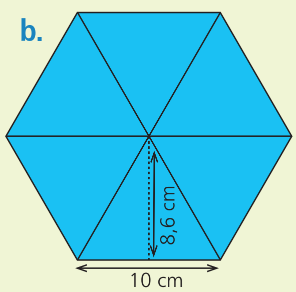
## actividades

1. Calcula el área de estos polígonos regulares.

**a.**




**b.**

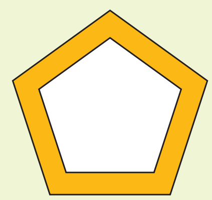



2. El suelo del comedor de una vivienda mide 6,20 m de largo y 5,12 m de ancho. Para embaldosarlo se utilizan baldosas hexagonales de 30 cm de lado y 25 cm de apotema.

   **a.** Calcula el área de una baldosa.

   **b.** Averigua cuántas baldosas son necesarias para embaldosar el comedor.

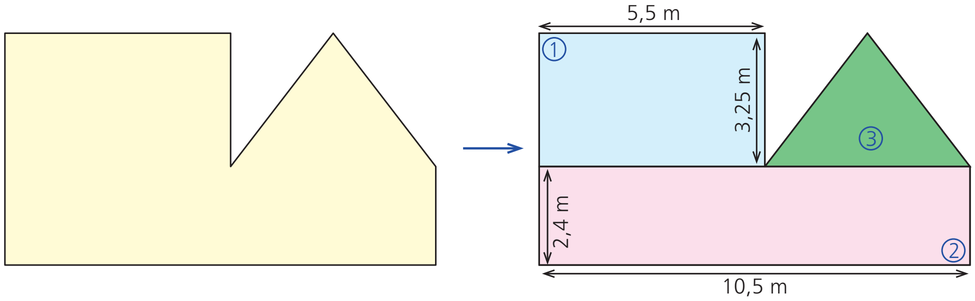
3. Calcula el área de la parte coloreada en este polígono regular. El lado del polígono mayor mide 6,80 m y su apotema, 6 m, y las medidas del polígono menor son la mitad que las del mayor.



4. Para adornar la clase el día de las matemáticas, los alumnos de 6.º tienen que recortar, entre todos, 100 hexágonos regulares de igual tamaño y de distintos colores. La medida del lado del hexágono tiene que ser de 15 cm y la apotema, de 13 cm. ¿Cuántos metros cuadrados de papel se necesitan para hacer los 100 colgantes si al recortar un hexágono se estropean 30 cm$^2$? Ayúdate de un dibujo.

# El área de los polígonos irregulares

Fátima quiere calcular el área de la fachada trasera de su casa. Para ello lo primero que hace es dividir el polígono irregular en polígonos conocidos.




Luego el área de la fachada será la suma del área de los polígonos 1, 2 y 3, que son dos rectángulos y un triángulo.

Área del rectángulo 1 $= 5{,}5 \text{ m} \times 3{,}25 \text{ m} = 17{,}875 \text{ m}^2$

Área del rectángulo 2 $= 10{,}5 \text{ m} \times 2{,}4 \text{ m} = 25{,}2 \text{ m}^2$

Área del triángulo 3 $= \dfrac{5 \text{ m} \times 3{,}25 \text{ m}}{2} = 8{,}125 \text{ m}^2$

En consecuencia, el área de la fachada de la casa de Fátima es:

Área del polígono irregular $= 17{,}875 \text{ m}^2 + 25{,}2 \text{ m}^2 + 8{,}125 \text{ m}^2 = 51{,}2 \text{ m}^2$

El **área de los polígonos irregulares** es igual a la suma de las áreas de cada uno de los polígonos conocidos que los componen.

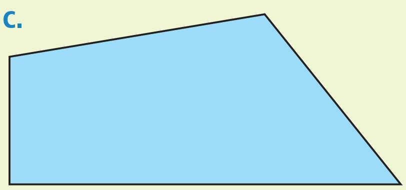
## actividades

1 Calcula el área y el perímetro de estos polígonos, para ello descomponlos en polígonos conocidos y toma las medidas en milímetros.

a.

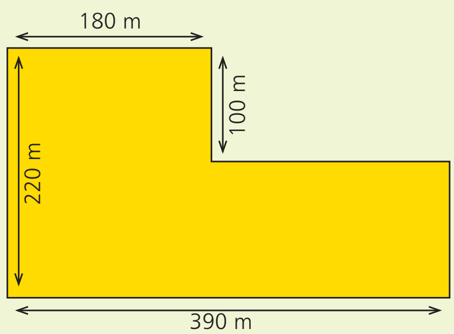
b.

c.

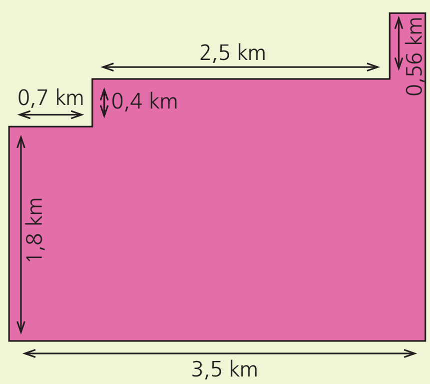


2 Calcula el área y el perímetro de estos polígonos irregulares.

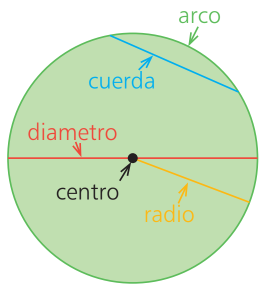
a.




b.



# El círculo y las figuras circulares

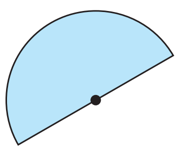
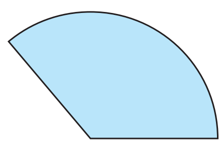
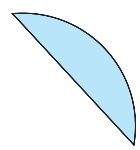
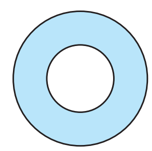



El **círculo** es la superficie plana formada por una circunferencia y su interior.

Los elementos del círculo son:

- **Centro:** es un punto equidistante de los puntos de la circunferencia.
- **Radio:** es un segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
- **Cuerda:** es un segmento que une dos puntos de la circunferencia.
- **Diámetro:** es una cuerda que pasa por el centro del círculo y mide el doble que el radio.
- **Arco:** es la parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos.

Las figuras circulares más importantes son:

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| **Semicírculo:** es la porción de círculo limitada por un diámetro y su arco. | **Sector circular:** es la porción de círculo limitada por dos radios y su arco. | **Segmento circular:** es la porción de círculo limitada por una cuerda y su arco. | **Corona circular:** es la porción de círculo limitada por dos circunferencias con el mismo centro y distinto radio. |

### actividades

1. **Dibuja una circunferencia en tu cuaderno con un compás y colorea el círculo de amarillo. Después traza un diámetro y dos radios formando un ángulo de 60°.**

2. **Realiza lo que se indica en los siguientes apartados.**
   - **a.** Dibuja un círculo de 3 cm de radio.
   - **b.** Señala el centro con un punto rojo.
   - **c.** Determina un sector circular con dos radios y el arco correspondiente.
   - **d.** Calcula la medida del diámetro.

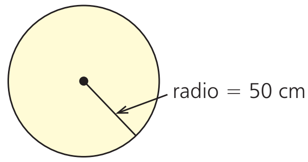
3. **Indica cuáles de estas oraciones son verdaderas y cuáles son falsas. Después, corrige las oraciones incorrectas.**
   - **a.** El círculo tiene superficie o área.
   - **b.** En la circunferencia podemos medir su longitud.
   - **c.** Los sectores circulares tienen superficie.

4. **Un abanico abierto representa un sector circular. ¿Qué abanico moverá más aire si los dos se mueven a la misma velocidad?**

5. **Calcula la longitud que recorre una rueda de 90 cm de diámetro al dar 100 vueltas completas.**

# El área del círculo

Dioni quiere calcular el área de la mesa del salón de su casa. Para ello calcula el área del círculo como si fuese un polígono regular cuyo perímetro es la longitud de la circunferencia y su apotema, el radio.




**recuerda**

La longitud de la circunferencia se calcula:

L = π × diámetro = π × 2 × radio

$$\text{área del círculo} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{2 \times \pi \times r \times r}{2} = \pi \times r^2$$

Por tanto, Dioni calcula el área de la mesa multiplicando π por el radio del círculo al cuadrado.

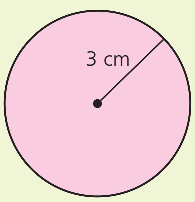
$$\text{área de la mesa} = 3{,}14 \times 50^2 = 7\,800\ \text{cm}^2 = 0{,}78\ \text{m}^2$$

$$\text{área del círculo} = \pi \times r^2$$

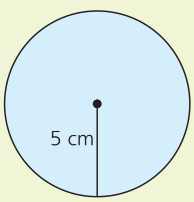
**actividades**

1. Calcula el área de estos círculos.

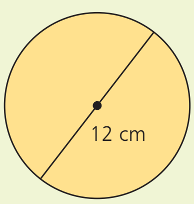
**a.**



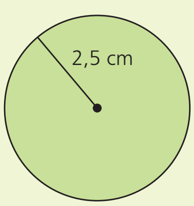

**b.**




**c.**



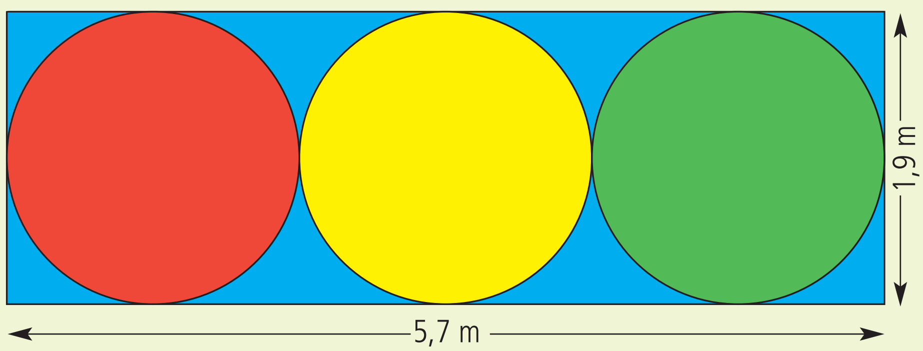

**d.**




2. Paula tiene una alfombra cuadrada de 4,8 m de lado. En el centro tiene un círculo rojo de 2,4 m de radio.
   - **a.** Dibuja la figura descrita.
   - **b.** Calcula el área de la alfombra que no contiene el círculo.

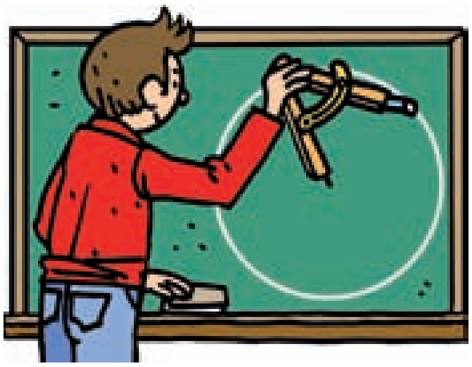
3. Una caja tiene forma cuadrada de 15 cm de lado. Calcula si puede colocarse en dicha caja un recipiente cilíndrico de 7,6 cm de radio. Explica tu respuesta.

4. Calcula el área de la parte de este cuadro que tiene color azul.

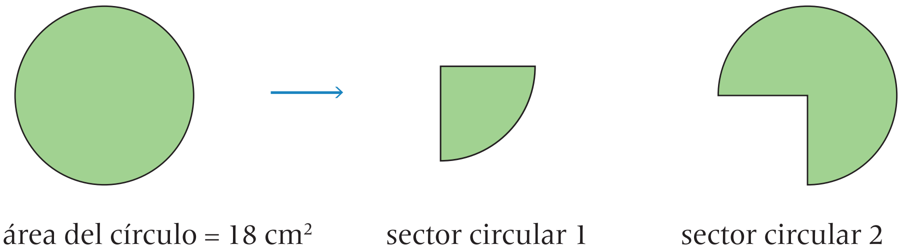



5. Un albañil ha embaldosado el patio de una casa con baldosas circulares iguales de 0,2 m de radio. El patio mide 8 m de largo y 4 m de ancho.
   - **a.** Calcula el área de una baldosa circular.
   - **b.** ¿Cuántas baldosas circulares completas se necesitan para embaldosar el patio?
   - **c.** ¿Qué superficie del patio queda sin cubrir por las baldosas circulares?

# El área de las figuras circulares



Observa el círculo que ha trazado Ismael en la pizarra. Si el área de este círculo es de 18 cm², ¿cuál será el área de estos sectores circulares?




Para calcular el área de un sector circular, primero dividimos el área del círculo entre 360º y así obtenemos el área de un sector de 1º.

$$18 \text{ cm}^2 : 360 = 0{,}05 \text{ cm}^2$$

Después multiplicamos el área de un sector de 1º por los grados de amplitud del sector del que queremos calcular el área.

$$\text{área del sector circular 1} = 0{,}05 \text{ cm}^2 \times 90 = 4{,}5 \text{ cm}^2$$

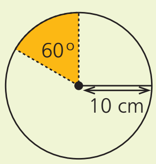
$$\text{área del sector circular 2} = 0{,}05 \text{ cm}^2 \times 270 = 13{,}5 \text{ cm}^2$$

El **área de un sector circular** se calcula multiplicando su amplitud, medida en grados, por el cociente de dividir el área del círculo entre 360.

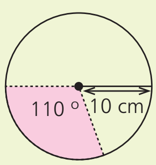
## actividades

1 Calcula el área de estos sectores circulares.

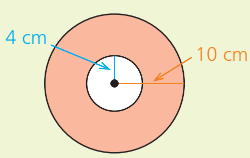
a.




b.




2 Explica cómo se puede calcular el área de esta corona circular. Después, calcúlala.



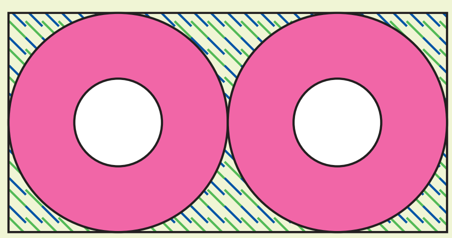

3 Dibuja en tu cuaderno con un compás un círculo de 8 cm de radio y calcula.

a. El área del círculo dibujado.

b. El área de un sector de 180º.

c. El área de un sector de 90º.

4 Esta figura representa el suelo del patio de un chalé. Si sabemos que el patio mide de largo 12 m y 6 m de ancho, calcula:



a. El área de la parte tramada del patio.

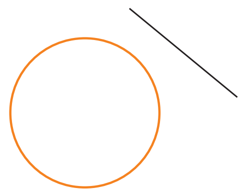
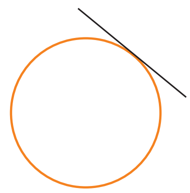
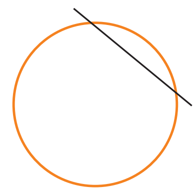
b. El área de los círculos blancos, cuyos radios miden 1,5 m.

c. El área de las coronas rosas.

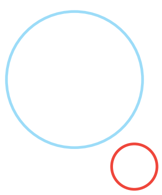
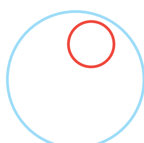
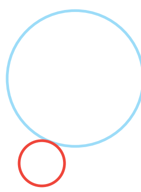
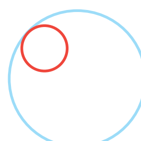
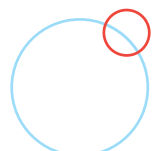
d. El área total del patio.

# Posiciones relativas de rectas y circunferencias

Una recta puede tener las siguientes posiciones respecto de una circunferencia.

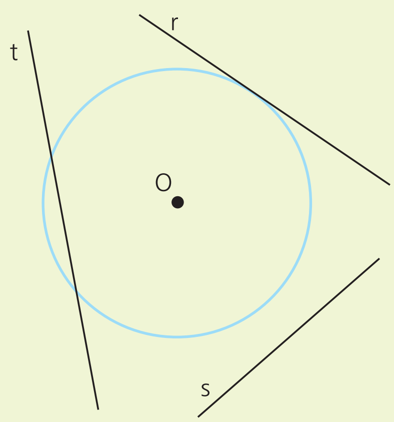
| exterior | tangente | secante |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Si no tienen ningún punto en común. | Si tienen un punto en común. | Si tienen dos puntos de contacto. |

Dos circunferencias pueden tener las siguientes posiciones entre sí.

<table>
<tr><th>exteriores</th><th>interiores</th><th>tangentes exteriores</th><th>tangentes interiores</th><th>secantes</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Si no tienen ningún punto en común.</td><td colspan="2">Si tienen un punto en común.</td><td>Si tienen dos puntos en común.</td></tr>
</table>

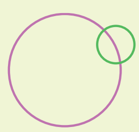
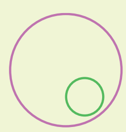
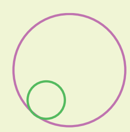
## actividades

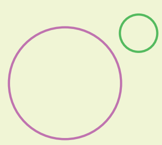
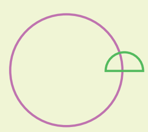
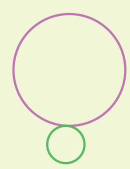
1 Describe la posición entre la circunferencia y las rectas.




2 Dibuja en tu cuaderno una circunferencia y traza dos rectas secantes a distinta distancia del centro.

3 Clasifica las posiciones de estos pares de circunferencias.

**a.**  **c.**  **e.** 

**b.**  **d.**  **f.** 

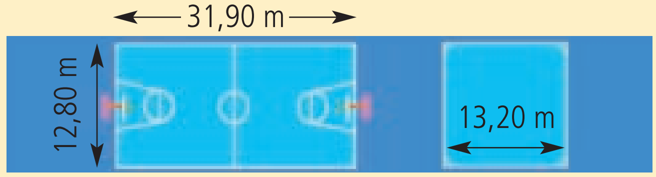
4 ¿Se pueden cortar dos rectas tangentes a una circunferencia, en un punto exterior de la misma?

5 Desde un punto exterior a una circunferencia, ¿cuántas rectas tangentes a ella pueden trazarse?

# Resuelvo problemas

## Anticipar la solución a un problema y comprobar el resultado

Estos son los planos del arquitecto encargado de construir las pistas donde se celebrarán los campeonatos europeos de gimnasia rítmica y de baloncesto. ¿Qué área de terreno ocuparán estas pistas?




- Para anticipar una solución aproximada al problema, primero redondeamos las medidas a la unidad.

  Largo de la pista de baloncesto: 31,90 m → 32 m

  Ancho de la pista de baloncesto: 12,80 m → 13 m

  Lado de la pista de gimnasia: 13,20 m → 13 m

- Después, calculamos el área aproximada de cada una de las pistas por separado y las sumamos.

  área de la pista de baloncesto = 32 m × 13 m = 416 $m^2$

  área de la pista de gimnasia = 13 m × 13 m = 169 $m^2$

  $$416\ m^2 + 169\ m^2 = 585\ m^2$$

Luego el área aproximada del terreno que ocupan estas pistas es de 585 $m^2$.

- Ahora bien, para calcular la solución exacta al problema, las operaciones correctas serían las siguientes.

  área de la pista de baloncesto = 31,90 m × 12,80 m = 408,32 $m^2$

  área de la pista de gimnasia = 13,20 m × 13,20 m = 174,24 $m^2$

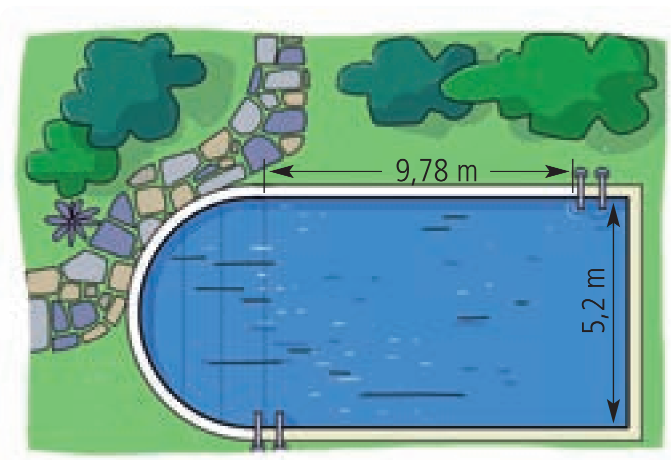
  $$408{,}32\ m^2 + 174{,}24\ m^2 = 582{,}56\ m^2$$

Por tanto, el área exacta del terreno que ocupan estas pistas es de 582,56 $m^2$.

## Aplico la estrategia

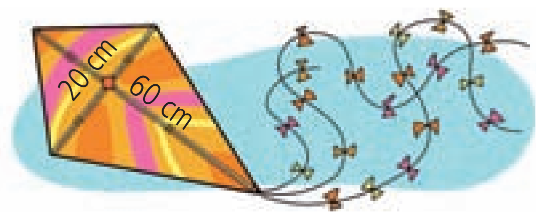
**1** Román quiere comprar una lona para cubrir la piscina que tiene en su chalé y quiere saber la superficie que tendrá la lona.

**a.** ¿Cuántos metros cuadrados de lona necesitará Román para cubrir la piscina?

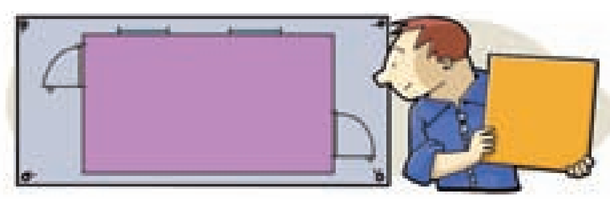



**b.** Si cada metro cuadrado de lona cuesta 100 €, ¿cuánto pagará Román en total?

**2** ¿Qué cantidad de papel ha utilizado Paula para construir la cometa? Expresa el resultado en centímetros cuadrados.




**3** Un albañil quiere embaldosar una habitación que tiene 5,2 m de largo y 3,75 m de ancho con baldosas como la del dibujo. ¿Qué superficie tiene la habitación? Si las baldosas son cuadradas y cada baldosa mide 50 cm de lado, ¿cuántas baldosas necesitará el albañil?



**4** La semana pasada se plantaron naranjos en un terreno con forma de romboide de 77,4 m de largo y 23 m 20 cm de ancho. ¿Qué superficie tiene el terreno? Si cada naranjo ocupa 11 $m^2$, ¿cuántos naranjos se pudieron plantar en él? Elige la solución aproximada y calcula el resultado exacto.

**a.** El terreno tiene 160 $m^2$ y se plantaron 100 naranjos.

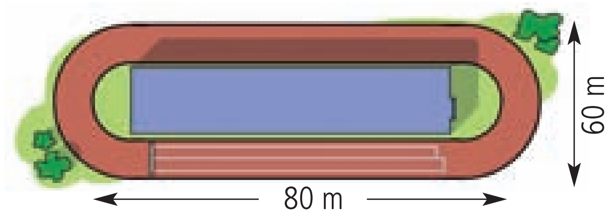
**b.** El terreno tiene 16 $m^2$ y se plantaron 160 árboles.

**c.** El terreno tiene 1 600 $m^2$ y se plantaron 160 árboles.

**5** Un arquitecto quiere averiguar cuántos metros cuadrados ocuparía una pista de atletismo y un edificio con vestuarios y oficinas en un espacio como este. Elige y razona la respuesta aproximada y halla el resultado exacto.

**a.** $(\pi \times 60^2) + (70 \times 60)$

**b.** $(\pi \times 30^2) + (80 \times 60)$



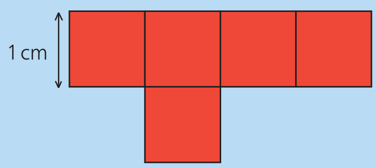

# Lógica

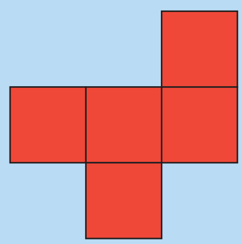
## Razonamiento con la superficie de figuras planas

**1** Observa los ejemplos y construye al menos 8 pentominós diferentes, sabiendo que los pentominós son figuras formadas por 5 cuadrados unidos entre sí por lo menos por un lado. Puedes dibujarlos en papel cuadriculado.

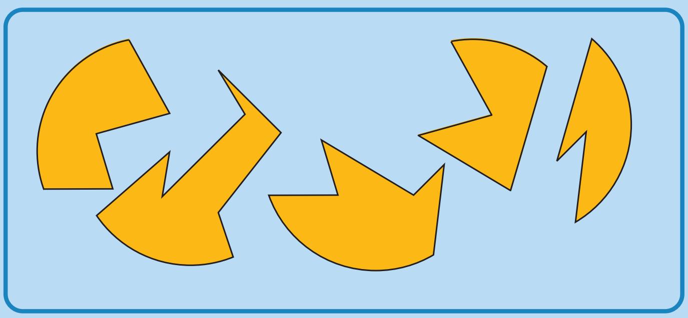
**a.** Si cada cuadrado mide 1 cm de lado, calcula el perímetro y el área de cada pentominó encontrado.

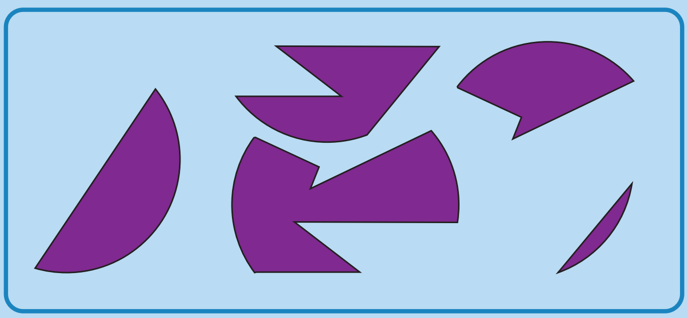
**b.** ¿Qué conclusión puedes sacar teniendo en cuenta el área y el perímetro de las figuras formadas?



**2** Señala qué piezas hay que reunir para formar un círculo en cada caso.





# Cálculo mental

Para sumar una unidad a una fracción, transformamos dicha unidad en una fracción con el mismo denominador y numerador que el denominador de la primera.

$$\frac{2}{9} + 1 = \frac{2}{9} + \frac{9}{9} = \frac{2+9}{9} = \frac{11}{9}$$

**1** Calcula mentalmente las siguientes adiciones.

**a.** $\frac{1}{5} + 1$ **d.** $\frac{1}{8} + 1$ **g.** $\frac{1}{9} + 1$

**b.** $\frac{1}{10} + 1$ **e.** $\frac{1}{12} + 1$ **h.** $\frac{1}{6} + 1$

**c.** $\frac{1}{4} + 1$ **f.** $\frac{1}{7} + 1$ **i.** $\frac{1}{3} + 1$

**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo restarías una unidad a una fracción impropia. Escribe dos ejemplos de cada caso y comprueba los resultados de forma gráfica.

**3** Realiza mentalmente estas sustracciones.

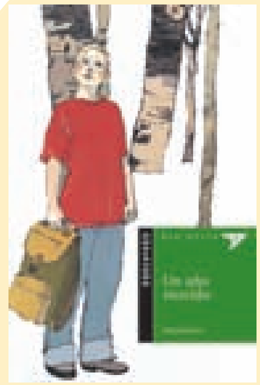
**a.** $\frac{5}{3} - 1$ **d.** $\frac{7}{5} - 1$ **g.** $\frac{10}{9} - 1$

**b.** $\frac{8}{6} - 1$ **e.** $\frac{9}{8} - 1$ **h.** $\frac{4}{2} - 1$

**c.** $\frac{13}{4} - 1$ **f.** $\frac{15}{10} - 1$ **i.** $\frac{11}{7} - 1$

## Decamat

1. Calcula el área de un cuadrado que mide 20 cm de lado.
2. Un rombo mide 20 cm de diagonal mayor y la mitad de diagonal menor. ¿Cuál es su área?
3. Explica cómo se calcula el área de un triángulo.
4. Explica cuál es la diferencia entre el perímetro de un polígono y su área.
5. Si multiplicamos el perímetro por la apotema y el resultado lo dividimos entre 2, ¿de qué figura estamos calculando el área?
6. ¿Cuál es el área de un hexágono regular de 10 m de lado y 8 m de apotema?
7. Define sector circular. ¿De qué depende su amplitud?
8. Nombra las diferencias entre segmento circular y corona circular.
9. ¿Cómo se halla el área de un círculo de 10 cm de radio? Calcula el resultado.
10. Explica cómo se puede calcular el área de un sector circular.



## Si quieres aprender

cosas nuevas sobre la amistad, lee *Un año movido,* de Klaus Kordon. ¡Seguro que te encantará!

# ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 4 | |
| 2 | | 3 | |
| | 3 | | 4 |
| | 2 | | |

Dentro de una habitación cerrada hay una bombilla que no podemos ver. En el exterior de la habitación hay tres interruptores, de los cuales solo uno enciende la bombilla. Entrando una única vez en la habitación, ¿cómo podemos averiguar qué interruptor enciende la bombilla?

# Repaso

**1** Lee y escribe con letra en tu cuaderno estos números. Después expresa en unidades el valor de cada cifra coloreada.

**a.** 9 548 210 **b.** 12 045 379

**2** Realiza estas operaciones.

**a.** $23{,}6 \times 12 + 208 - (2{,}8 + 12{,}85)$

**b.** $684 : 12 - 13{,}76 + 56 \times 23{,}4 + 20{,}3$

**3** Escribe los seis primeros múltiplos de 6 y de 4. ¿Tienen estos números algún múltiplo común? ¿Cuáles?

**4** Expresa en forma de potencia las siguientes multiplicaciones.

**a.** $13 \times 13 \times 13$

**b.** $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$

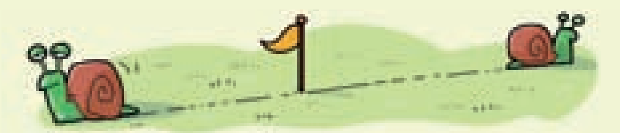
**c.** $108 \times 108 \times 108 \times 108$

**5** Calcula el resultado de estas operaciones.

**a.** $2^4 \times 10$ **c.** $10^4 \times 8$

**b.** $10 \times 10^2 \times 6^2$ **d.** $15 \times 10^3 + 25$

**6** Dos caracoles se desplazan en sentido contrario desde un punto 0. El caracol A se ha movido 73,5 cm y el caracol B ha recorrido 58,92 cm en sentido opuesto.



**a.** ¿Qué distancia han recorrido entre los dos caracoles?

**b.** ¿Qué diferencia en centímetros se ha desplazado más uno que el otro?

**7** Marta ha comprado 80 zumos de naranja de $\frac{3}{4}$ de litro y 112 zumos de piña de $\frac{1}{5}$ de litro. ¿Qué cantidad en litros de zumo de naranja ha comprado Marta? ¿Y de piña?

**8** Copia en tu cuaderno y rodea los pares de fracciones que sean equivalentes.

**a.** $\frac{12}{28}$ y $\frac{6}{14}$ **c.** $\frac{10}{35}$ y $\frac{40}{70}$

**b.** $\frac{23}{56}$ y $\frac{28}{13}$ **d.** $\frac{42}{58}$ y $\frac{84}{116}$

**9** La entrada para asistir a un espectáculo costaba para los adultos 9,75 € y para los niños, $\frac{1}{3}$ de la de adulto. Según los organizadores, presenciaron el espectáculo 36 580 personas, de las cuales el 25% fueron niños.

**a.** ¿Cuánto costaba la entrada de niño?

**b.** ¿Cuántos niños presenciaron el espectáculo? ¿Y adultos?

**c.** ¿Qué cantidad de dinero obtuvieron con las entradas?

**10** Dibuja en tu cuaderno las rectas numéricas que se indican en cada caso. ¿Cuántos intervalos hay en cada una?

**a.** Entre $-6$ y $+3$. **b.** Entre $-8$ y $+1$. **c.** Entre $-9$ y $-1$.

**11** Dibuja en tu cuaderno una cuadrícula de 7 columnas y 7 filas y sitúa en ella lo que se indica.

**a.** Un sol en (6, 5). **d.** Una nube en (1, 4).

**b.** Un árbol en (3, 3). **e.** Un coche en (7, 1).

**c.** Una casa en (2, 1). **f.** Una cometa en (5, 2).

**12** Dibuja una figura que tenga simetría y otras dos que sean simétricas.

**13** Relaciona las cantidades que representan la misma masa.

| | | |
|---|---|---|
| 0,250 kg | $\frac{2}{4}$ kg | 500 g |
| 0,750 kg | $\frac{3}{4}$ kg | 250 g |
| 0,500 kg | $\frac{1}{4}$ kg | 750 g |

**14** Una finca tiene una superficie de 12,7 $hm^2$. ¿Cuántos metros cuadrados de extensión tiene la finca?

**15** Calcula estas operaciones.

**a.** 115 kg 293 g – 78 kg 126 g

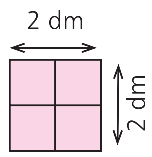
**b.** 372 km 138 m + 198 km 75 m

**c.** 81 l 21 cl – 15 l 35 cl

**16** Se quieren repartir 2 780,28 l de agua en doce depósitos iguales. ¿Qué capacidad tendrá cada depósito? Expresa el resultado en forma compleja.

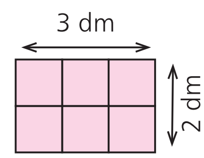
# Aclaro mis ideas

## Área del cuadrado



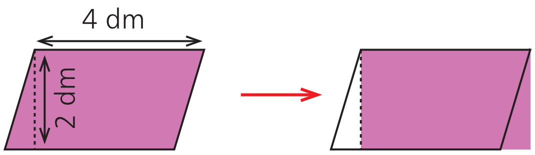

área del cuadrado = lado × lado

## Área del rectángulo



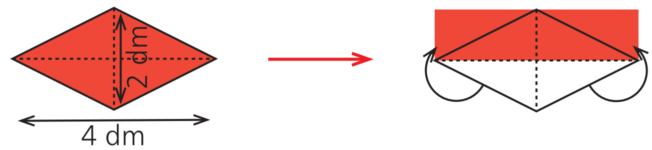

área del rectángulo = base × altura

## Área del romboide



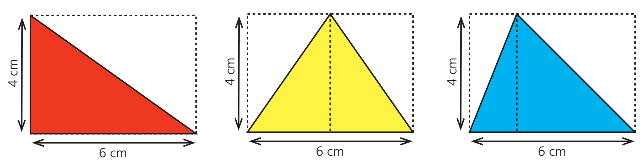

área del romboide = base × altura

## Área del rombo



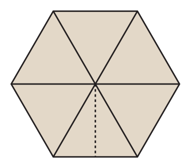

$$\text{área del rombo} = \frac{\text{diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

## Área del triángulo



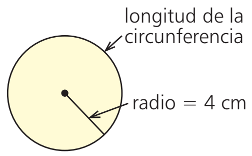

$$\text{área del triángulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

## Área de polígonos regulares



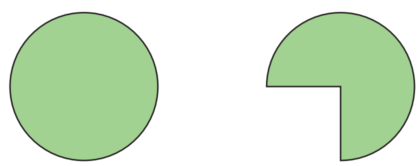
$$\text{área del polígono regular} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

## Área del círculo



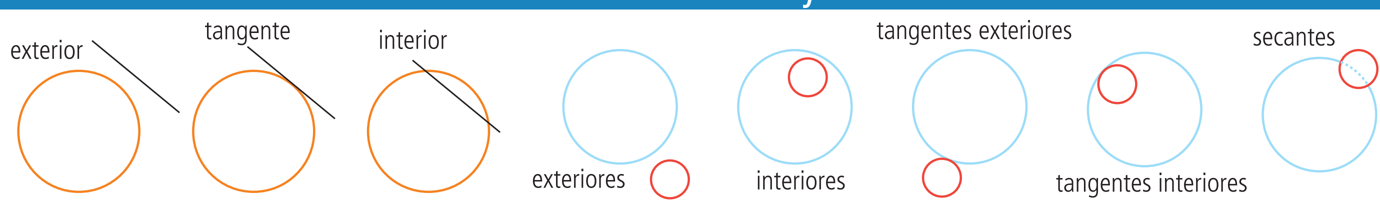

$$\text{área del círculo} = \frac{\text{perimetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{2 \times \pi \times r \times r}{2} = \pi \times r^2$$

## Área del sector circular



El **área de un sector circular** se calcula multiplicando su amplitud por el cociente de dividir el área del círculo entre 360.

## Posiciones relativas de rectas y circunferencias



# ¡Cuánto he aprendido!

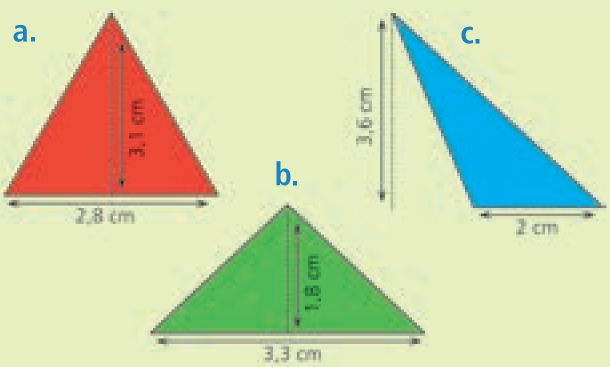
**1** Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.

- Para calcular el área de los paralelogramos se multiplica la ..... por la ....., menos en el rombo, que se multiplica la diagonal ..... por la diagonal ..... y se divide entre dos.
- El área del triángulo se calcula multiplicando la ..... por su ..... dividido entre ......
- En los polígonos regulares, el área es igual al producto del ..... por la ..... dividido entre dos.
- El área de los polígonos irregulares es igual a la ..... de las áreas de cada uno de los polígonos conocidos que los componen.
- El círculo es una superficie plana formada por una ..... y su ......
- Las posiciones que puede tener una recta con respecto a una circunferencia pueden ser: ....., ..... o ......

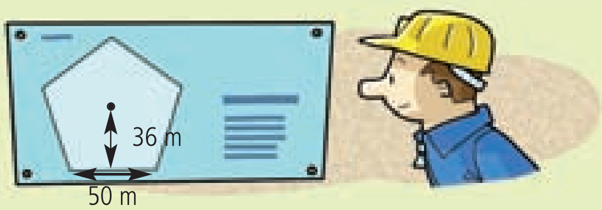
**2** Dibuja y calcula el área de las siguientes figuras.

**a.** Un rombo cuyas diagonales miden 7,3 cm y 3,6 cm.
**b.** Un cuadrado de 4,5 cm de lado.
**c.** Un rectángulo de 13,8 cm de largo y la mitad de ancho.
**d.** Un romboide de 1,6 cm de ancho y el triple de largo.

**3** Calcula el área de estos triángulos.



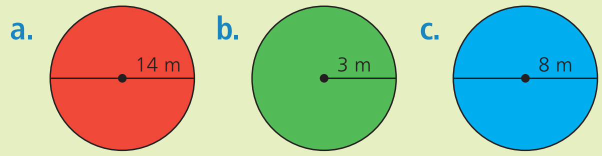

**4** Observa la forma de esta parcela y calcula su superficie.




**5** Utiliza compás y regla y dibuja en tu cuaderno.

**a.** Un semicírculo.
**b.** Un segmento circular.
**c.** Un sector circular.
**d.** Una corona circular.

**6** ¿Qué área tiene cada círculo?




**7** Dibuja en tu cuaderno.

**a.** Una circunferencia de 3 cm de diámetro y una recta tangente.
**b.** Una circunferencia de 1 cm de radio y una recta secante.
**c.** Una circunferencia de 6 cm de diámetro y una interior de 2 cm de radio.
**d.** Una circunferencia de 4 cm de radio y otra tangente exterior de 3 cm de diámetro.
**e.** Una circunferencia de 2 cm de radio y otra exterior de 1 cm de radio.

**8** Realiza mentalmente estas operaciones.

**a.** $\frac{2}{5} + 1$
**b.** $\frac{4}{2} + 1$
**c.** $\frac{10}{3} + 1$
**d.** $\frac{7}{3} - 1$
**e.** $\frac{9}{2} - 1$
**f.** $\frac{4}{3} - 1$

**9** Carmen tiene una jardinera igual a la del dibujo y quiere saber cuántas plantas le caben si cada una ocupa una superficie de 16 $cm^2$.


Calcula el área total de la jardinera y la cantidad de plantas que podrá plantar. Explica cómo lo has averiguado.

# 11 Los cuerpos geométricos

## Ernó Rubik

nació en 1 944 Budapest y fue el inventor del mundialmente conocido “Cubo de Rubik”.

Ernó Rubik, escultor, arquitecto e interesado en la geometría y el estudio de las formas tridimensionales, inventó en 1 974 el rompecabezas mecánico llamado originariamente “Cubo Mágico”. Fue en mayo de 1980, año de su comercialización a nivel mundial, cuando se le rebautizó como “Cubo de Rubik”. Se ha dicho de él que es el juguete mejor vendido del mundo entero, con alrededor de 300 millones de cubos de Rubik distribuidos.

**tridimensional:** de tres dimensiones.

**popularidad:** grado de aceptación que alguien o algo tiene en el pueblo.

**complejo:** que se compone de elementos diversos. Complicado, difícil.

El cubo de Rubik es un conocido rompecabezas cuyas caras de un mismo color cada una, están divididas en cuadros más pequeños que se pueden mover. El objetivo del juego consiste en desarmar la configuración inicial, que está desordenada, y volverla a armar. El rompecabezas viene en cuatro versiones: el 2x2x2 "Cubo de bolsillo", el 3x3x3 el cubo de Rubik estándar, el 4x4x4 (La venganza de Rubik) y el 5x5x5 (Cubo del Profesor).

El primer lote de prueba fue producido a finales de 1977 y distribuido en las jugueterías de Budapest.

La popularidad del Cubo creció en Hungría gracias al boca a boca. Así en septiembre de 1979, se alcanzó un acuerdo con una juguetería importante para distribuir el Cubo de Rubik en todo el mundo. Su presentación a nivel internacional tuvo lugar a comienzos de 1980 en las distintas Ferias del Juguete.

Su mecanismo sorprende tanto por su sencillez desde el punto de vista mecánico, al estudiar su interior, como por la complejidad de las combinaciones que se consiguen al girar sus caras. El cubo celebró su aniversario número 25 en 2005 por lo que salió una edición especial.

## Sobre el texto

1. En un principio ¿cómo se llamaba el rompecabezas creado por Ernó Rubik? ¿Cuándo y por qué se le cambia el nombre?
2. Escribe el nombre de las cuatro versiones del rompecabezas de Rubik.
3. ¿Cuándo fue el 25 aniversario de su creación?

## En grupo

Realizad un concurso y cronometrar quién tarda menos en resolver un Cubo de Rubik.

## ¿Para qué ser creativo?

La imaginación no sirve solo para redactar libros o elaborar películas de ficción, ni el ingenio está reservado para los científicos en sus laboratorios. La imaginación, la creatividad y el ingenio forman parte de la vida cotidiana.

Ser creativo como lo puede ser Erno Rubik consiste en combinar de una forma original elementos que ya existen (ideas, colores, sonidos, imágenes). Esa combinación primero la visualizamos con nuestra imaginación y luego se requiere ingenio para llevarla a la práctica y obtener resultados concretos.

La falta de creatividad impide hallar soluciones a los problemas diarios, frena el desarrollo de la inteligencia y evita que la humanidad progrese con las innovaciones.

## Actividades

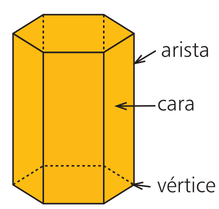
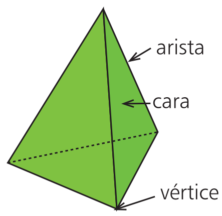
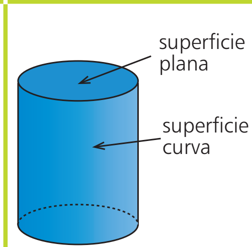
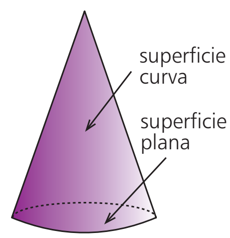
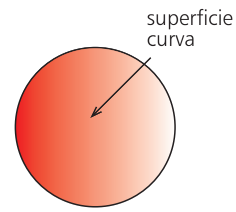
1. Escribe alguna situación en la que pongas en práctica tu imaginación y creatividad.
2. Inventa un juego de ingenio y ofréceselo a tu compañero para que lo resuelva.
3. Averigua la cantidad de cubos por los que está formado cada una de las versiones del rompecabezas de Rubik.

Después de conocer el famoso Cubo de Rubik, en esta unidad estudiarás otros cuerpos geométricos.

## Los cuerpos geométricos

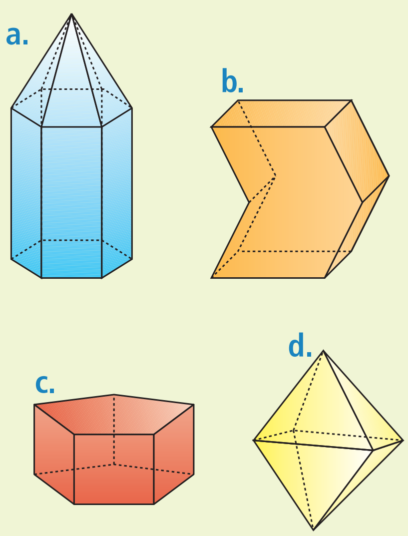
Los **cuerpos geométricos** son figuras geométricas de tres dimensiones; tienen largo, ancho y alto y ocupan un lugar en el espacio.

Los cuerpos geométricos pueden ser:

| Poliedros | | No poliedros | | |
|---|---|---|---|---|
| Son cuerpos geométricos limitados por polígonos. Sus elementos son caras, aristas y vértices | | Son cuerpos geométricos limitados por una superficie curva o una curva y otra plana. | | |
| **Prismas** | **Pirámides** | **Cilindro** | **Cono** | **Esfera** |
|  |  |  |  |  |

actividades

**1** Observa estos cuerpos geométricos y contesta a las preguntas.




**a.** ¿Qué tienen en común estas figuras?

**b.** Nombra tres objetos reales que tengan forma de poliedro.

**c.** ¿Qué cuerpo es el que menos relación tiene con los otros?

**2** Explica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas.

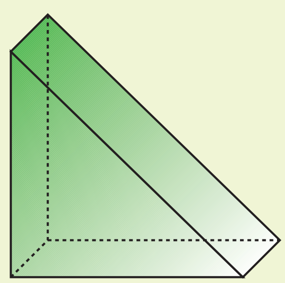
**a.** En un vértice de los poliedros se unen como mínimo 3 aristas.

**b.** Las caras de los poliedros son siempre polígonos.

**c.** Las caras de los poliedros son todas iguales.

**d.** Todos los poliedros de cinco caras tienen 8 aristas y 6 vértices.

**3** Observa este poliedro y contesta a las siguientes preguntas.



**a.** ¿Cuántas caras y vértices tiene este poliedro?

**b.** ¿Cuántas aristas tiene el poliedro? Marca con el mismo color las aristas iguales.

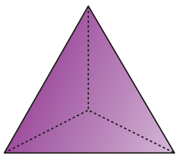
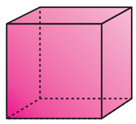
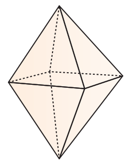
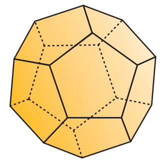
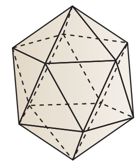
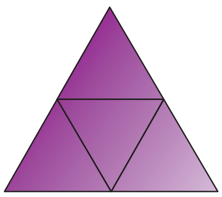
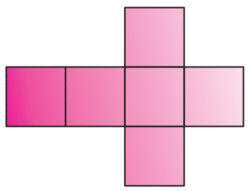
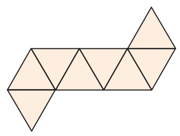
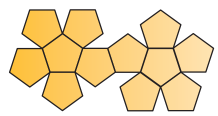
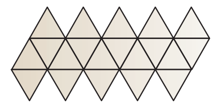
**c.** ¿De qué clase de triángulo son las dos caras triangulares del poliedro?

**d.** Calcula el área de estas caras si las aristas iguales de la cara triangular miden 10 cm.

# Los poliedros regulares

Un **poliedro** es **regular** si los polígonos que lo forman son todos iguales y regulares y, además, en todos los vértices se unen el mismo número de caras.

Solo existen 5 poliedros regulares.

| Tetraedro | Hexaedro o cubo | Octaedro | Dodecaedro | Icosaedro |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  |  |
| Limitado por 4 triángulos equiláteros. | Limitado por 6 cuadrados iguales. | Limitado por 8 triángulos equiláteros. | Limitado por 12 pentágonos iguales. | Limitado por 20 triángulos equiláteros. |
|  |  |  |  |  |

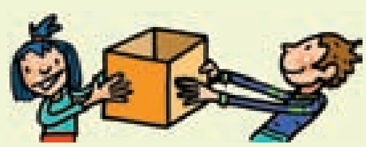
actividades

1. Observa el desarrollo plano de los poliedros regulares y contesta.
   - **a.** ¿Cuántas caras tiene el dodecaedro? ¿Qué clase de polígonos forman sus caras?
   - **b.** Si el lado de uno de los polígonos de las caras de un cubo mide 4 cm, ¿cuántos centímetros miden todas sus aristas?
   - **c.** ¿Cómo son las caras del octaedro? ¿Cuántas aristas tiene?

2. ¿Qué poliedro regular es el que más se parece a un balón? ¿Cuántas caras tiene?

3. ¿De qué poliedro regular se trata?
   - **a.** Sus ocho caras son triángulos equiláteros iguales.
   - **b.** Sus caras son cuadrados iguales y tiene 12 aristas.
   - **c.** Tiene solo cuatro caras triangulares iguales.
   - **d.** Está limitado por caras pentagonales.

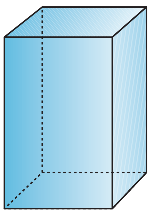
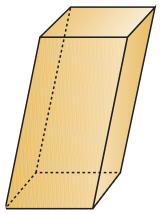
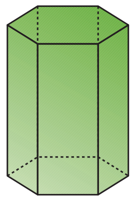
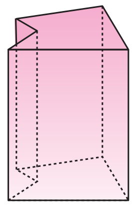
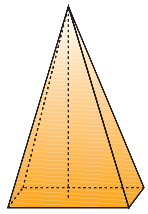
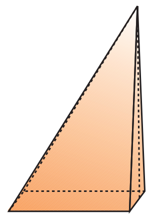
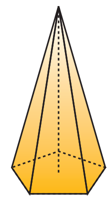
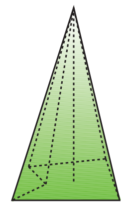
4. Adela tiene una caja en forma de cubo cuyas aristas miden 12 cm. Si se forran todas las caras menos la tapa con tela roja, ¿cuántos centímetros cuadrados de tela se utilizarán? Explica cómo calcularías la solución y resuelve. Fíjate en el dibujo.



5. Una lámpara tiene forma de tetraedro. Si una de sus aristas mide 15 cm, ¿cuántos centímetros medirán todas sus aristas?

## Los poliedros irregulares

Un **poliedro** es **irregular** si los polígonos que lo forman no son todos iguales.

| Prismas | | | | Pirámides | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Los prismas son poliedros que tienen dos bases poligonales iguales y paralelas y sus caras laterales son paralelogramos. | | | | Las pirámides son poliedros que tienen una base poligonal y sus caras laterales son triángulos. | | | |
| **Recto** | **Oblicuo** | **Regular** | **Irregular** | **Recta** | **Oblicua** | **Regular** | **Irregular** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

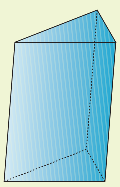
Los prismas rectos tienen las aristas laterales perpendiculares a la base.

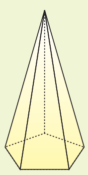
En las pirámides rectas la altura es perpendicular al centro de la base.

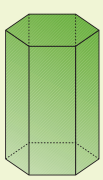
Los prismas y las pirámides son regulares si sus bases son polígonos regulares.

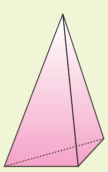
### actividades

1 Copia estos poliedros en tu cuaderno y descríbelos indicando su nombre, el número y la forma de sus caras, el número de aristas y vértices y si son poliedros rectos.



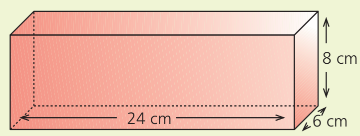




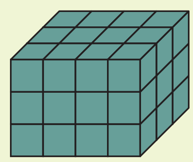


2 Nombra dos objetos que tengan forma de prisma y otros dos que tengan forma de pirámide.

3 Calcula la longitud de todas las aristas y el área de todas las caras de este prisma.




4 Si la arista de cada cubito mide 2 cm, calcula:



a. El perímetro de la base.

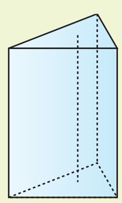
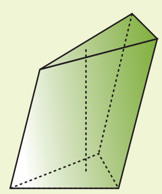
b. La longitud de todas las aristas.

c. El área de una base.

d. El área de una cara lateral.

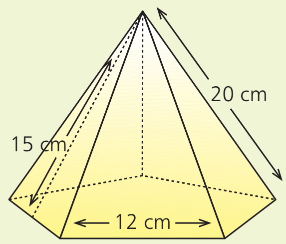
e. ¿De cuántos cubitos no vemos ninguna cara moviendo la figura?

5 Describe las diferencias entre estos poliedros irregulares.

actividades

**6** Calcula la longitud de todas las aristas y el área de las caras laterales de esta pirámide.




**7** Escribe el nombre del poliedro al que se refiere cada enunciado.

**a.** Tiene dos bases pentagonales iguales y paralelas.

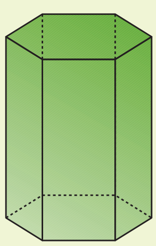
**b.** Tiene tres caras laterales que son triángulos.

**c.** La única base que tiene es un rectángulo.

**d.** Tiene seis caras cuadradas y ocho vértices.

**e.** Tiene dos bases triangulares iguales y paralelas.

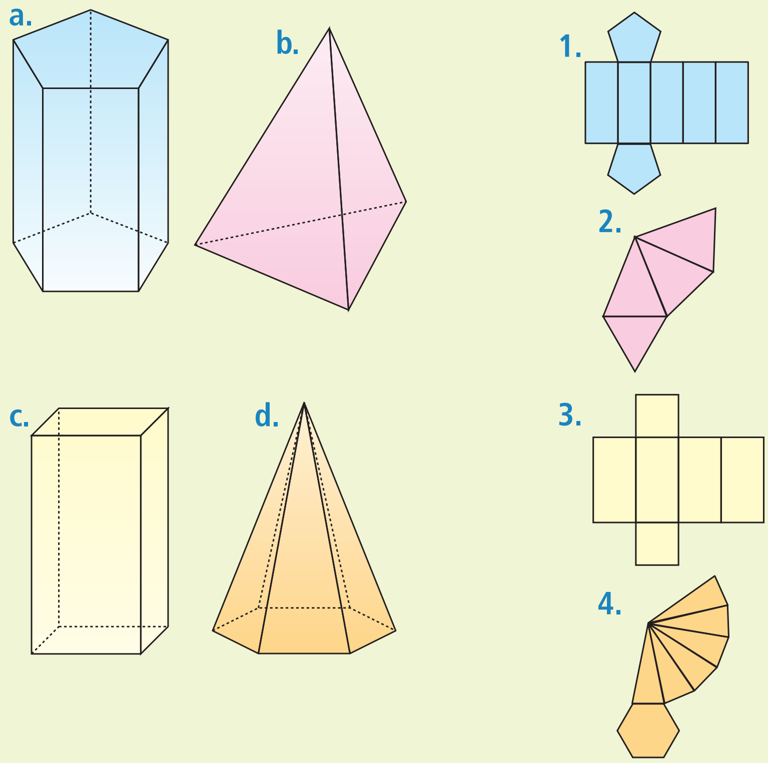
**8** ¿Qué datos necesitas para calcular el área de las caras laterales y de las bases de este prisma?



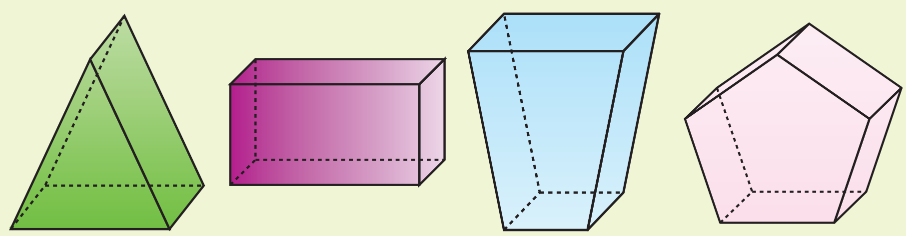
**9** Si un poliedro tiene diez caras, ¿se puede deducir el número de aristas? ¿Y el número de vértices?

**10** En un prisma oblicuo, ¿todas las caras laterales son romboides?

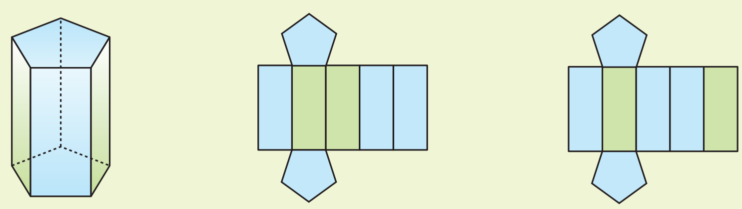
**11** Relaciona en tu cuaderno cada figura con su desarrollo plano. Explica en qué te has fijado para buscar el desarrollo plano de cada poliedro.



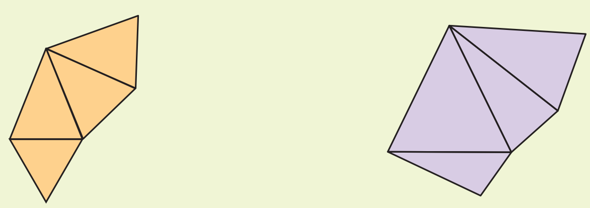

**12** Comprueba si en estos cuerpos geométricos el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos.



**13** Descubre el desarrollo que corresponde a la figura.

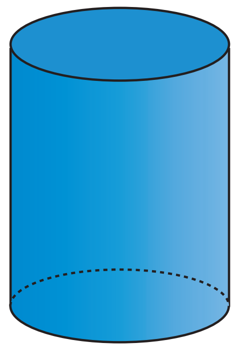
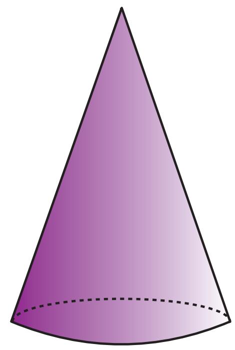
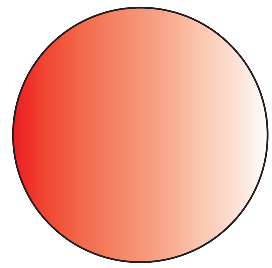


**14** Dibuja en tu cuaderno las pirámides a las que pertenecen estos desarrollos planos.



# El cilindro, el cono y la esfera

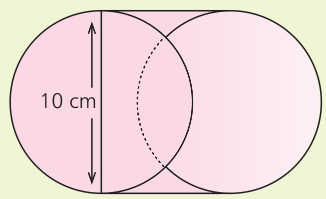
Estos tres cuerpos no son poliedros porque no están limitados por polígonos, sino por una superficie curva o una curva y otra plana.

| Cilindro | Cono | Esfera |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Tiene dos bases circulares iguales y paralelas y una superficie curva. | Tiene una base circular y una superficie curva. | Los puntos de su superficie equidistan del centro. |

## actividades

**1** Clasifica estos objetos por su forma en cilíndricos, cónicos o esféricos.


**2** Elige de estas dos opciones la que utilizarías para calcular la longitud que recorre este cilindro al dar una vuelta completa. Después, calcula el recorrido en 100 vueltas completas.



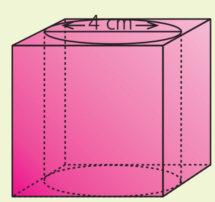

**a.** Calculando el área de la base

$$\text{Área} = \pi \times r^2$$

**b.** Hallando la longitud de la circunferencia de la base.

$$\text{Longitud} = \pi \times \text{diámetro}$$

**3** Observa la figura y contesta a estas preguntas.




**a.** ¿Cuántos centímetros miden todas las aristas del cubo?

**b.** ¿Podemos meter en el cubo un cilindro que mida 2,5 cm de radio? ¿Por qué?

**4** Escribe en tu cuaderno tres objetos que tengan forma de cono, otros tres con forma de esfera y otros tres con forma de cilindro.

actividades

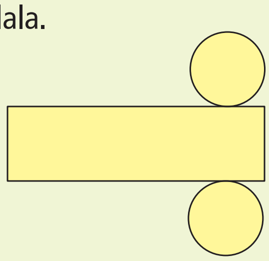
5 Escribe de qué cuerpo geométrico se trata en cada caso y dibújalo.

a. Todos los puntos de la superficie que lo limita equidistan del centro.

b. Tiene dos bases circulares paralelas e iguales.

c. Está limitado por una superficie curva y una base circular.

6 Explica cómo calcularías el área total de este cilindro si sabemos que el radio de las bases mide 4 cm y la altura, 20 cm. Después, calcúlala.

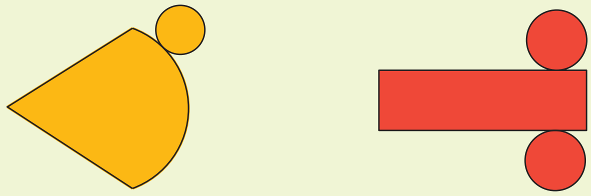


7 Dibuja lo que dice el texto.

> En una tribu india decoran sus tiendas, con forma cónica, dibujando a la derecha de la entrada un perro alto y flaco de orejas triangulares y patas cilíndricas. Este perro es un poco extraño, pues en su cabeza esférica lleva un sombrero cónico tan pequeño que deja ver sus orejas.

8 El alcalde de un pueblo ha encargado a un empleado pintar los postes cilíndricos de las farolas los cuales miden 4 m de alto y tienen de base un circulo de 15 cm de radio. Por cada 3 $m^2$ pintados se gasta un bote de pintura. ¿Se puede pintar más de un poste con un bote? Explica oralmente qué es lo que hay que calcular y cómo hacerlo. Después, resuelve el problema.

9 Copia en tu cuaderno los desarrollos planos del cilindro y el cono y realiza lo que se indica.



a. Colorea con rojo las bases del cilindro y con azul las del cono.

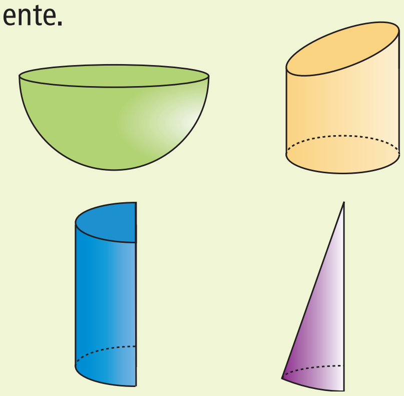
b. Colorea con azul la superficie lateral del cilindro y con rojo la del cono.

10 El prefijo *semi* significa «medio». Relaciona en tu cuadeno cada palabra con el dibujo correspondiente.

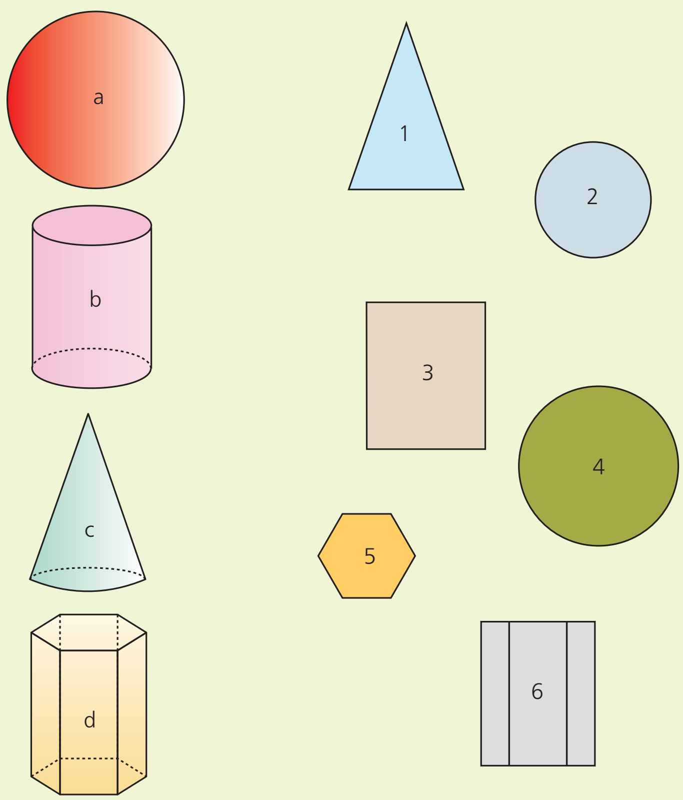
a. Semiesfera

b. Semicilindro

c. Semicono



11 Relaciona en tu cuaderno cada figura con su vista de frente y desde arriba.

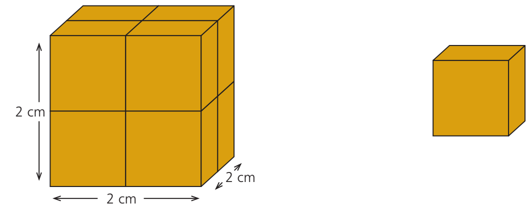


# El volumen

Llamamos volumen de un cuerpo a la cantidad de espacio que ocupa.

Para medir el volumen de un cuerpo lo comparamos con otro que llamamos unidad.

Si queremos medir el volumen del cubo grande, tomamos como unidad de medida el cubo pequeño y contamos el número de cubitos que lo forman.




El cubo tiene $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ cubitos.

Luego el volumen del cubo grande es 8.

El **volumen** de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa. Para medir el volumen de un cuerpo lo comparamos con otro que tomamos como unidad de medida.

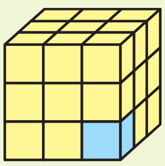
**Observa**

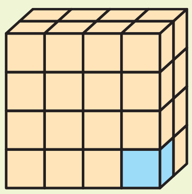
Fíjate en que el volumen del cubo lo calculamos multiplicando las unidades del largo, del ancho y del alto.

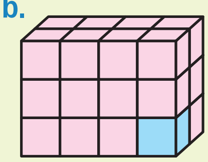
Volumen = largo × ancho × alto

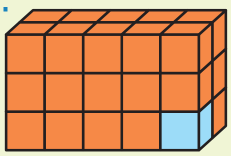
## actividades

1 Calcula el volumen de estos cuerpos geométricos tomando como unidad el cubo azul.

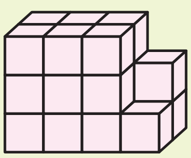
a. 

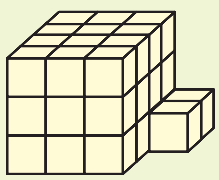
c. 

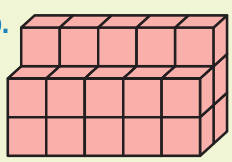
b. 

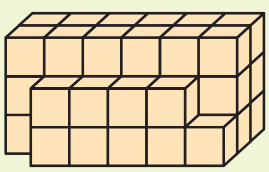
d. 

2 Calcula el volumen de estas figuras que se han construido con cubos iguales tomando como unidad un cubito.

a. 

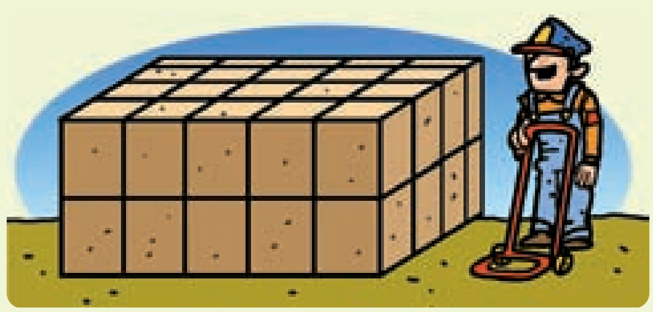
c. 

b. 

d. 

3 En un vaso caben 25 cl. Calcula los centilitros que hay en los vasos apilados.

4 En un almacen caben el doble de cajas de las que se ven en la figura. ¿Cuántas cajas se podrían guardar si sus dimensiones fuesen la mitad de las que vemos?

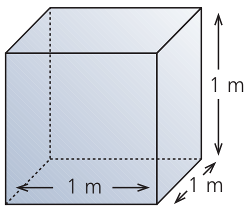


# Unidades de medida de volumen

Para medir el volumen de los cuerpos usamos como unidades el metro cúbico ($m^3$), el decímetro cúbico ($dm^3$) y el centímetro cúbico ($cm^3$).

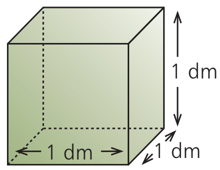
Un **metro cúbico** es el volumen de un cubo que tiene un metro de arista. Su símbolo es **m³**.

1 metro cúbico = 1 **m³**



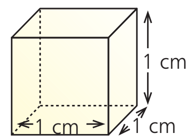

Un **decímetro cúbico** es el volumen de un cubo que tiene un decímetro de arista. Su símbolo es **dm³**.

1 decímetro cúbico = 1 **dm³**




Un **centímetro cúbico** es el volumen de un cubo que tiene un centímetro de arista. Su símbolo es **cm³**.

1 centímetro cúbico = 1 **cm³**




Cada unidad de medida de volumen contiene 1 000 unidades del orden inmediato inferior.

$1\ m^3 = 1\ 000\ dm^3$ $\qquad$ $1\ dm^3 = 1\ 000\ cm^3$

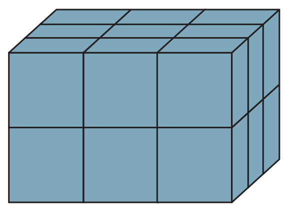
**Observa**

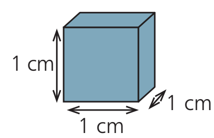
La capacidad de un recipiente equivale a su volumen.

$1\ dm^3 = 1\ l$

$1\ cm^3 = 1\ ml$

Para calcular el volumen de esta figura multiplicamos las unidades que tiene de largo, de ancho y de alto.






Volumen = largo × ancho × alto = $3\ cm \times 3\ cm \times 2\ cm = 18\ cm^3$

El volumen de la figura es de $18\ cm^3$.

## actividades

**1** Completa estas igualdades en tu cuaderno.

**a.** $1\ m^3 = ..... \ dm^3$

**b.** $3\ m^3 = ..... \ dm^3$

**c.** $1\ dm^3 = ..... \ cm^3$

**d.** $4{,}5\ dm^3 = ..... \ cm^3$

**e.** $2{,}7\ m^3 = ..... \ dm^3$

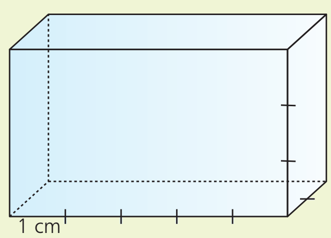
**f.** $4{,}75\ dm^3 = ..... \ cm^3$

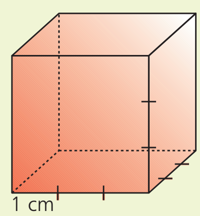
**g.** $4\ dm^3 = ..... \ l$

**h.** $2\ l = ..... \ dm^3$

**i.** $2{,}654\ m^3 = ..... \ kl$

**2** Calcula el volumen de estos cuerpos.




**3** Con el contenido de una botella de agua de un litro, Andrés llena un decímetro cúbico.

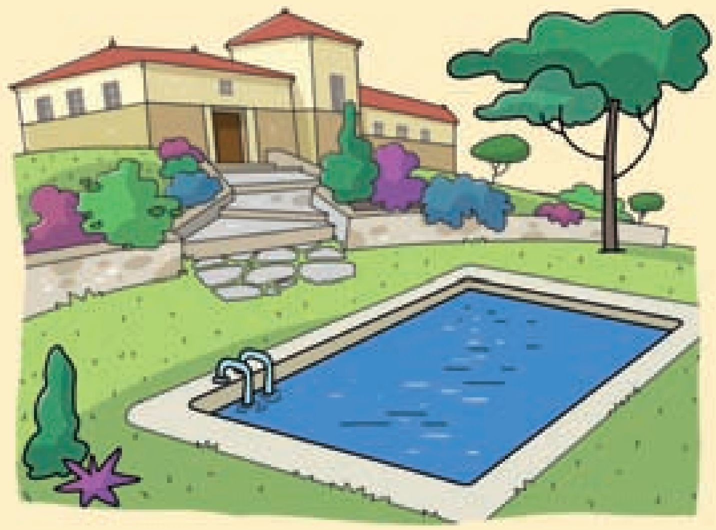
**a.** ¿Cuántas botellas de cuarto de litro son necesarias para llenar un decímetro cúbico?

**b.** ¿Podemos afirmar que el volumen de un decímetro cúbico de agua es igual a un litro? ¿Por qué?

# Resuelvo problemas

## Resolver problemas de capacidad y volumen

En un parador situado en la cima de una montaña han construido una piscina rectangular de 160 dm de largo, 80 dm de ancho y 25 dm de profundidad. ¿Cuántos litros de agua son necesarios para llenar la piscina?



- Primero identificamos los datos necesarios para responder a la pregunta.

  Dimensiones de la piscina: 160 dm de largo
  80 dm de ancho
  25 dm de profundidad

- Después, con los datos que tenemos calculamos el volumen en decímetros cúbicos de la piscina.

$$160 \text{ dm} \times 80 \text{ dm} \times 25 \text{ dm} = 320000 \text{ dm}^3$$

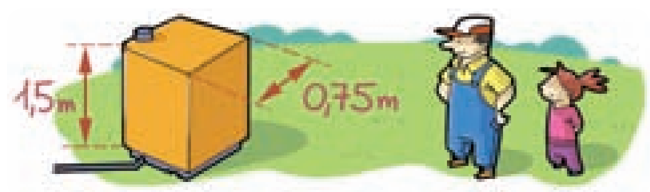
- Por último, calculamos los litros.

$$320000 \text{ dm}^3 = 320\,000 \text{ l}$$

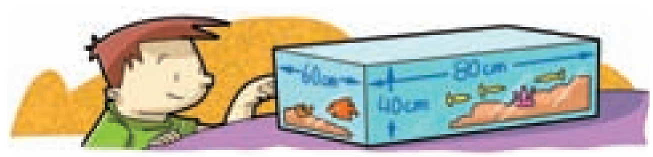
- Luego para llenar la piscina se necesitan 320 000 l de agua.

## Aplico la estrategia

**1** El padre de Julia ha comprado un depósito para almacenar el agua de lluvia durante el invierno. Observa las medidas del depósito y calcula el volumen de agua que puede almacenar. Expresa el resultado en litros.



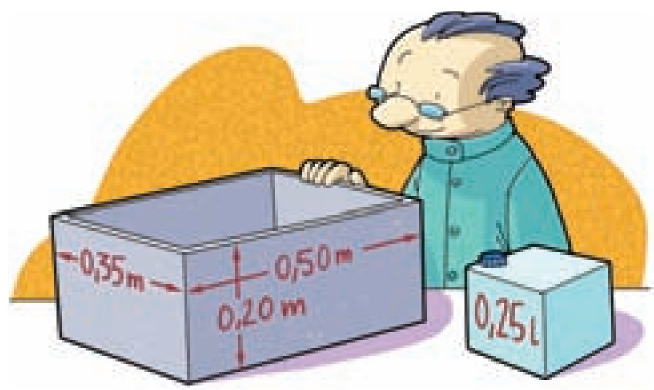

**2** David se ha comprado una pecera para colocarla en su salón.




**a.** ¿Cuántos decímetros cúbicos tiene la pecera?

**b.** ¿Cuántos litros de agua necesitará David para llenarla?

**3** Un farmacéutico ha utilizado un recipiente con forma de prisma para colocar la poción magistral que ha elaborado. Tiene intención de embotellarla en frascos de $\frac{1}{4}$ de litro para su posterior puesta en venta.




**a.** ¿Qué volumen tiene el recipiente donde el farmacéutico ha colocado la poción?

**b.** Si el recipiente está lleno, ¿cuántos litros contiene?

**c.** ¿Cuántos frascos necesitará para embotellar todo el líquido?

**4** En un pequeño pueblo de montaña hay un depósito que abastece de agua potable a los habitantes y que se llena semanalmente.


**a.** ¿Cuál es el volumen del depósito en decímetros cúbicos?

**b.** Si el depósito está lleno hasta sus $\frac{3}{5}$ partes, ¿cuántos litros de agua hay en el depósito?

**5** En un supermercado se venden diariamente 968 botellas de litro y medio de agua a 0,78 € cada una y 572 botellines de $\frac{1}{4}$ litro a 0,17 €.

**a.** ¿Cuántos decímetros cúbicos de agua se venden diariamente en el supermercado?

**b.** ¿Cuánto dinero se recauda por la venta de todas las botellas?

**6** Un granjero ha construido una balsa de 4,2 m de ancho, 5 m de largo y 2,5 m de profundidad para tener agua suficiente para abastecer a su ganado con el agua de lluvia que se recoja.

**a.** ¿Qué volumen tiene la balsa?

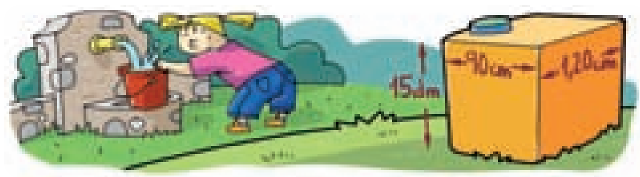
**b.** ¿Cuántos litros de agua se podrán recoger en la balsa hasta llenarla?

**c.** Si con las primeras lluvias la balsa se ha llenado en $\frac{2}{5}$ partes, ¿cuántos decímetros cúbicos de agua contiene?

**7** Paula quiere llenar un bidón con cubos de agua. Cada cubo tiene una capacidad de 8 l.

**a.** ¿Cuántos litros caben en el bidón?

**b.** ¿Cuántos cubos de agua tendrá que utilizar Paula para llenar el bidón?

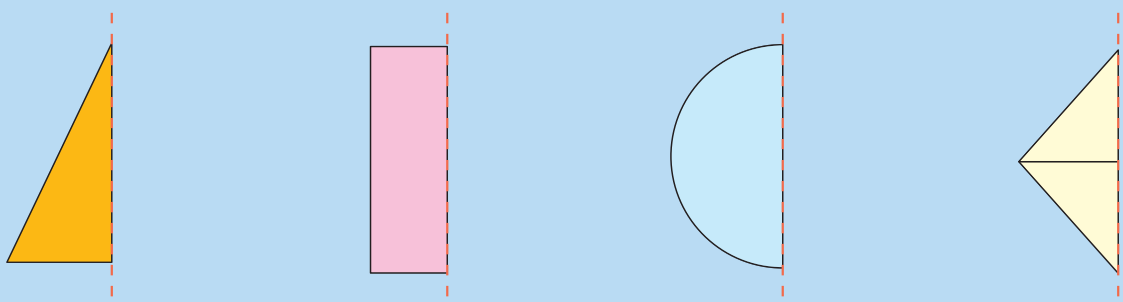



# Lógica

## Cuerpos de revolución

**1** Si hacemos girar una moneda, ¿qué cuerpo geométrico se genera?

**2** Descubre qué cuerpos geométricos se generan si hacemos girar las figuras A, B, C y D sobre el lado rojo como eje de giro.



# Cálculo mental

Para convertir unidades de volumen de un orden a otras del orden inmediato inferior las multiplicamos por 1 000.

$$4{,}5 \text{ dm}^3 = 4{,}5 \times 1\,000 = 4\,500 \text{ cm}^3$$

**1** Convierte mentalmente estas unidades a otras del orden inmediato inferior.

**a.** 35 $m^3$
**b.** 14,75 $m^3$
**c.** 6,39 $dm^3$
**d.** 0,89 $dm^3$
**e.** 1,763 $dm^3$
**f.** 34,566 $m^3$
**g.** 0,18 $m^3$
**h.** 6,025 $dm^3$
**i.** 7,093 $m^3$

**2** Observa la estrategia anterior y explica cómo convertirías unas unidades de volumen de un orden a otras de un orden inmediato superior. Escribe tres ejemplos.

**3** Convierte mentalmente estas unidades a otras del orden inmediato superior.

**a.** 567 $dm^3$
**b.** 3 245 $dm^3$
**c.** 237,3 $cm^3$
**d.** 6 094 $cm^3$
**e.** 2 097,6 $cm^3$
**f.** 1 243,34 $dm^3$
**g.** 5 546 $cm^3$
**h.** 547,47 $dm^3$
**i.** 7 465 $cm^3$

## Decamat

1. ¿Cuándo podemos decir que un cuerpo geométrico es un poliedro?
2. Explica cómo calcularías el área de las 12 caras de un dodecaedro.
3. Cita los nombres de los cinco poliedros regulares y el número de caras que tiene cada uno.
4. Si la arista de un octaedro mide 4 cm, ¿cuántos centímetros medirán todas las aristas?
5. Nombra al menos dos diferencias entre un prisma y una pirámide.
6. Una pirámide hexagonal, ¿cuántas caras tiene en total? ¿Cuántas de sus caras son triangulares?
7. En un prisma triangular, ¿cuántas caras son paralelogramos?
8. Calcula el recorrido de un cilindro que tiene 10 cm de diámetro al dar 100 vueltas.
9. Calcula el volumen de una caja que mide 20 cm de largo, 10 cm de ancho y 10 cm de alto.
10. Si en un decímetro cúbico cabe un litro de agua, calcula los litros de agua que se necesitan para llenar un metro cúbico.

## Si quieres aprender

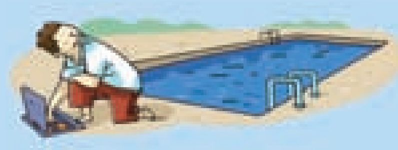
cosas nuevas sobre el amor, los deseos y los sueños, lee *Dulcinea y el caballero dormido*, de Gustavo Martín Garzo. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2 | | 1 |
| | 3 | | |
| | | 1 | |
| 3 | | 2 | |

Una piscina se llena en 30 días. Si cada día se llena el doble que el anterior, ¿qué día estará por la mitad?



# Repaso

**1** Calcula estas divisiones y comprueba el resultado.

**a.** 493 652 : 35 **b.** 843 891 : 67

**2** Escribe en tu cuaderno los cinco primeros múltiplos de los números 12, 8 y 6 y rodea el mínimo común múltiplo de todos ellos.

**3** Calcula los divisores de estos números.

**a.** 25 **b.** 48 **c.** 32 **d.** 36

**4** Lee y escribe estos números decimales.

**a.** 512,62 **b.** 0,013

**5** Escribe cuánto le falta a cada cantidad para llegar a 1 €.

0,36 € 18 céntimos

0,75 € 52 céntimos

**6** Realiza estas operaciones.

**a.** $43{,}628 + 188{,}23 + 0{,}62$ **c.** $4378{,}3 \times 2{,}6$

**b.** $82\,761 - 8\,580{,}38$ **d.** $235\,456 : 16$

**7** Francisco ha pagado por 13 discos de música 99,32 €. Si todos los discos tenían el mismo precio, ¿cuánto costaba cada uno?

**8** Expresa estas potencias en forma de multiplicación y calcula el producto.

**a.** $23^2$ **b.** $2{,}5^4$ **c.** $15^5$ **d.** $7{,}8^3$

**9** Marca la llave correcta para abrir cada puerta.


**10** Representa gráficamente estas fracciones.

**a.** Ocho doceavos **b.** Tres séptimos **c.** Nueve tercios

**11** Dos corredores se dirigen a Loseta. Si el corredor A ha recorrido $\frac{4}{9}$ partes del trayecto y el corredor B lleva $\frac{2}{3}$ del camino, ¿cuál de los dos está más cerca del pueblo? Razona tu respuesta.

**12** Calcula estos porcentajes.

**a.** 13% de 23 456 € **b.** 26% de 1 980 €

**13** Pedro ahorra mensualmente 834,5 €. Si al cabo de un año saca el 28% para comprarse una motocicleta, ¿cuánto dinero le queda?

**14** Expresa en forma simple estas cantidades.

**a.** 23 km 713 m **c.** 2 dm 2 cm 1 mm

**b.** 2 m 87 mm **d.** 9 m 39 cm

**15** Compara estas cantidades de superficie.

**a.** 3,6 a y 260 $m^2$ **c.** 1 ha y 8 000 $m^2$

**b.** 20 a y 0,25 ha **d.** 1 ha y 10 a

**16** Calcula el resultado de estas adiciones.

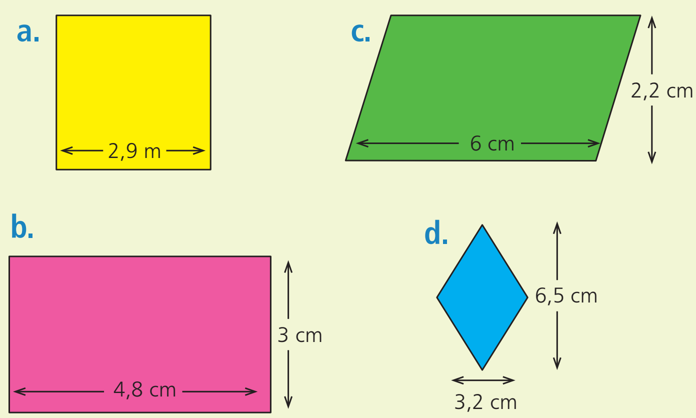
**a.** 3 kg 456 g + 20 kg 95 g

**b.** 17 km 88 m + 39 km 236 m

**17** Realiza estas multiplicaciones y expresa el resultado en forma simple.

**a.** 13 kg 237 g × 7 **b.** 27 m 68 cm : 4

**18** Calcula el área de estas figuras.

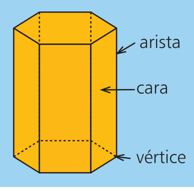


# Aclaro mis ideas

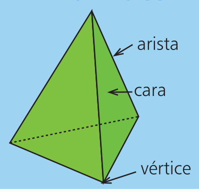
## Cuerpos geométricos

### Poliedros

**Prismas**

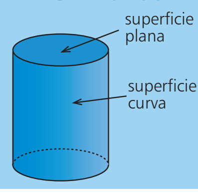



**Pirámides**

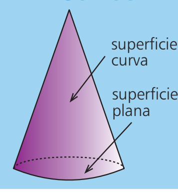



### No poliedros

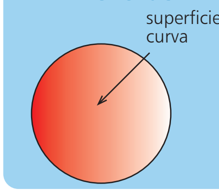
**Cilindros**




**Conos**

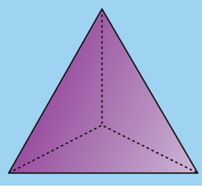



**Esferas**

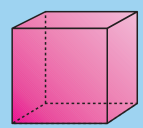



## Poliedros regulares

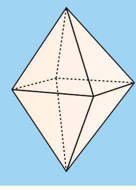
**Tetraedro**



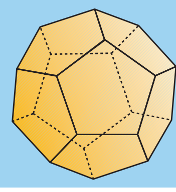
**Hexaedro o cubo**



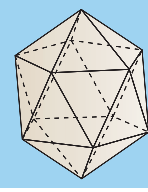
**Octaedro**



**Dodecaedro**



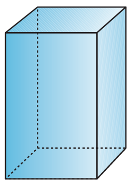
**Icosaedro**



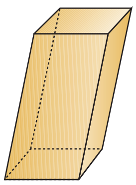
## Poliedros irregulares

### Primas

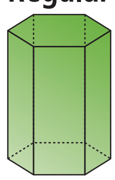
**Recto**



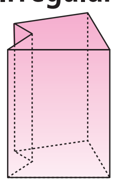
**Oblicuo**



**Regular**

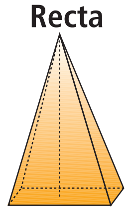


**Irregular**

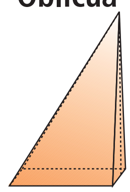


### Pirámides

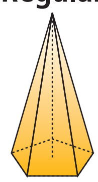
**Recta**



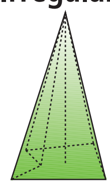
**Oblicua**



**Regular**

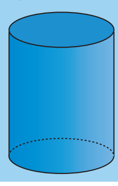


**Irregular**

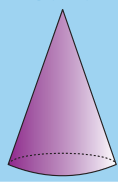


## No poliedros

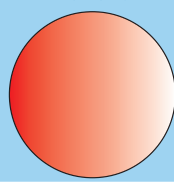
**Cilindro**



**Cono**



**Esfera**



## El volumen

El **volumen** de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa.

Un **metro cúbico** es el volumen de un cubo que tiene un metro de arista. Su símbolo es **m³**.

Un **decímetro cúbico** es el volumen de un cubo que tiene un decímetro de arista. Su símbolo es **dm³**.

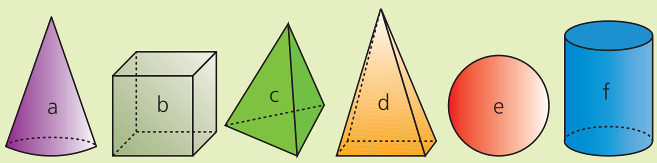
Un **centímetro cúbico** es el volumen de un cubo que tiene un centímetro de arista. Su símbolo es **cm³**.

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** **Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.**

- Los ..... son figuras geométricas de tres dimensiones; tienen largo, ancho y alto y ocupan un lugar en el espacio.
- Los ..... son cuerpos geométricos limitados por polígonos. Sus elementos son caras, ..... y vértices.
- Un poliedro es ..... si los polígonos que lo forman son todos iguales y regulares y, además, en todos los vértices se unen el mismo número de ......
- Un poliedro es ..... si los polígonos que lo forman no son todos iguales.
- Los ..... son poliedros que tienen dos bases poligonales iguales y paralelas y sus caras laterales son paralelogramos.
- Las ..... son poliedros que tienen una base poligonal y sus caras laterales son triángulos.
- El ..... de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa. Las unidades de medida más usadas son el ..... ($m^3$), el ..... ($dm^3$) y el ..... (.....).

**2** **Escribe cómo se llaman y clasifica estos cuerpos geométricos en poliedros y no poliedros. Después, indica cuántas caras, vértices y aristas tienen.**




**3** **Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Después corrige las falsas.**

**a.** La pirámide pentagonal tiene como base un polígono de 4 lados.

**b.** El prisma tiene una base y caras laterales.

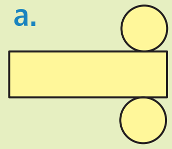
**c.** El prisma cuadrangular tiene 4 caras laterales que son paralelogramos.

**d.** La pirámide pentagonal tiene 5 vértices.

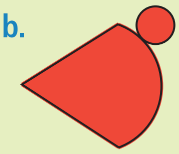
**4** **Indica cuatro objetos que tengan forma de esfera, de cono o de cilindro.**

**5** **Nombre el cuerpo geométrico al que representa cada desarrollo plano.**

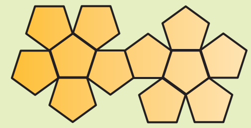
**a.**



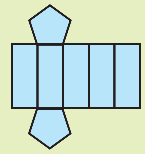
**b.**



**c.**



**d.**



**6** **Completa en tu cuaderno estas equivalencias.**

**a.** $2\ m^3 = .....\ dm^3$

**b.** $43{,}1\ m^3 = .....\ dm^3$

**c.** $97{,}3\ dm^3 = .....\ m^3$

**d.** $8{,}4\ dm^3 = .....\ l$

**7** **Calcula el volumen de este recipiente y contesta.**


¿Cuántos litros de agua se necesitarán para llenar el recipiente?

**8** **Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno.**

**a.** $9\ m^3 = .....\ dm^3$

**b.** $21{,}56\ dm^3 = .....\ cm^3$

**c.** $918\ cm^3 = .....\ dm^3$

**d.** $12{,}6\ m^3 = .....\ dm^3$

**e.** $1\ 257\ dm^3 = .....\ m^3$

**f.** $3\ 809{,}2\ cm^3 = .....\ dm^3$

**9** **Explica cómo averiguarías el volumen total de este cubo teniendo en cuenta que la arista de un cubito mide 2 cm.**

# 12 Estadística y probabilidad

## Edna Paisano

nació 1948 en la reserva india de Nez Percé, Estados Unidos. Desarrolló su trabajo en el campo de la estadística.

Edna estudió trabajo social en Washinton, y reflexionó sobre el poder de la estadística como herramienta de trabajo. Completamente convencida de que el estudio de esta ciencia podía ayudar mucho a mejorar la situación de su pueblo.

**galardón:** premio o recompensa de los méritos o servicios.

**demografía:** ciencia que estudia la población y su evolución estadística.

Fue encarcelada precisamente por convencer al gobierno de los Estados Unidos de devolver a los indios americanos, el Fort Lawton, que era legalmente una propiedad india.

Años más tarde le ofrecieron trabajar en la oficina del censo de lo Estados Unidos en temas relacionados con los indios nativos de Alaska, y eso la convirtió en la primera mujer india que obtenía un puesto de la administración.

Tras el censo de 1980, descubrió que había lugares geográficos que no se habían tenido en cuenta, y por tanto la distribución de los fondos públicos se estaba basando en censos figurados.

Edna utilizó modernas técnicas estadísticas para mejorar la calidad de los censos , y aplicando sus conocimientos matemáticos, demográficos y estadísticos, puso de manifiesto ante la sociedad americana la importancia de la recogida de datos, a través de diversas campañas de información pública.

Estos esfuerzos fueron realmente productivos y en 1990 el censo reflejaba un incremento del 38% de los indios americanos residentes en Estados Unidos.

## Sobre el texto

1. ¿Qué estudios cursó Edna Paisano?
2. ¿De qué estaba convencida Edna?
3. Tras el censo de 1980, ¿qué descubrió Edna Paisano? ¿Qué hizo al respecto?

## En grupo

**Buscad información sobre el censo de vuestra ciudad y realizad una tabla de frecuencias y un gráfico de barras con el número de hombres y mujeres.**

## Lo importante es participar

Diariamente nos vemos inmersos en un motón de situaciones en las que no siempre conseguimos lo que deseamos a pesar del esfuerzo y el tiempo dedicado a ello. Nada nos debe desanimar, ni la dificultad, ni la pereza ni los primeros fracasos.

De los errores hay que aprender para evitarlos en otras ocasiones. Con imaginación y constancia se vencen las dificultades. Si conseguimos lo deseado, no hay que creerse mejor que los demás y si no lo conseguimos tampoco nos debemos considerar inferiores.

## Actividades

1. ¿Crees que hay situaciones donde no hay vencedores ni vencidos?
2. ¿Qué significa conseguir autocontrol más allá de los resultados?
3. ¿Crees que es importante ser ganador?

**Después de conocer a Edna Paisano, en esta unidad estudiarás más profundamente la estadística y la probabilidad.**

## Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

Los 25 alumnos y alumnas de una clase de 6.º han hecho una evaluación de diágnóstico y su profesor ha representado los resultados obtenidos en una tabla de frecuencias.

| Notas | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 : 25 = 0,04 |
| 3 | 2 | 2 : 25 = 0,08 |
| 4 | 3 | 3 : 25 = 0,12 |
| 5 | 7 | 7 : 25 = 0,28 |
| 6 | 6 | 6 : 25 = 0,24 |
| 7 | 3 | 3 : 25 = 0,12 |
| 8 | 2 | 2 : 25 = 0,08 |
| 9 | 1 | 1 : 25 = 0,04 |
| Total | 25 | 1 |

En la primera columna ha representado las puntuaciones posibles.

En la segunda columna ha representado la **frecuencia absoluta** o el número de veces que se ha repetido una nota entre los alumnos.

En la tercera columna ha representado la **frecuencia relativa,** que se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de cada nota entre el número total de alumnos.

Al dato que tiene mayor frecuencia absoluta lo llamamos **moda,** en este caso 5.

La suma de las frecuencias absolutas es igual al número de sucesos posibles, en este caso 25.

La suma de las frecuencias relativas es igual a la unidad.

### actividades

**1** Luisa ha lanzado 20 veces un dado y ha obtenido los siguientes resultados.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 6 | 5 |
| 4 | 5 | 4 | 4 | 6 |
| 5 | 1 | 6 | 5 | 5 |
| 6 | 4 | 2 | 3 | 5 |

**a.** Construye una tabla con las frecuencias absolutas y las frecuencias relativas.

**b.** ¿Qué suceso tiene mayor frecuencia absoluta?

**c.** ¿Qué suceso tiene mayor frecuencia relativa?

**d.** ¿Qué representa la suma de las frecuencias absolutas?

**2** Dos alumnas de 6.º han pedido a sus compañeros que valorasen del 1 al 6 la ayuda y el apoyo que reciben de sus padres en las tareas del colegio. Los resultados los han representado en esta tabla de frecuencias.

| Valoración | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|---|---|---|
| 1 | 4 | |
| 2 | 6 | |
| 3 | 15 | |

**a.** ¿Qué valoración representa la moda?

**b.** Calcula las frecuencias relativas y completa la tabla en tu cuaderno.

# La media aritmética


Un profesor de Matemáticas ha colocado en un tablón la puntuación obtenida por sus alumnos y alumnas en un examen de recuperación. ¿Cuál es la media aritmética de las puntuaciones obtenidas?

Para calcular la media aritmética de varias cantidades seguimos estos pasos:

**1.º** Primero sumamos todas las cantidades, en este caso las notas.

$$8 + 9 + 9 + 5 + 4 + 6 + 5 + 8 + 3 + 5 = 62$$

**2.º** Después dividimos ese resultado entre el número total de notas.

$$62 : 10 = 6,2$$

Luego la media aritmética es 6,2.

> La **media aritmética** de varios datos es el cociente de dividir la suma de todos ellos entre el número de datos sumados.

## actividades

**1** Tres amigas están leyendo *El Quijote*. En un día, Lina ha leído 54 páginas, Sonia, 76 y Pepe, 38. Calcula la media de páginas leídas por los tres amigos.

**2** En una competición de saltos de longitud, las marcas obtenidas por los cinco primeros han sido 1,76 m, 2,10 m, 1,65 m, 1,90 m y 1,98 m.

**a.** Ordena los saltos de menor a mayor longitud.

**b.** Calcula la longitud media de los cinco mejores saltos.

**3** Ángel y Sonia han comprado tres botellas de agua de 1 l en tres establecimientos distintos. En uno han pagado 1,85 €, en otro 2,10 € y en el tercero 1,40 €. ¿Cuál es el precio medio del litro de agua?

**4** Estas son las notas finales de Matemáticas de un grupo de 6.º.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 6 | 8 | 7 |
| 6 | 9 | 6 | 8 |
| 6 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 6 | 6 | 8 |
| 3 | 5 | 8 | 5 |
| 6 | 4 | 5 | 7 |
| 6 | 4 | 7 | 5 |

**a.** Construye una tabla de frecuencias en tu cuaderno.

**b.** ¿Cuántos alumnos hicieron la evaluación final?

**c.** Calcula la media aritmética del total de las calificaciones.

**d.** ¿Cuántos alumnos han obtenido una nota inferior a la media?

**e.** ¿Qué puntuación representa la moda?

**5** Rosa pesa 34,780 kg, Adela pesa 2,125 kg más que Rosa y Genoveva, 3,280 kg más que Adela.

**a.** Calcula el peso de Adela y de Genoveva.

**b.** ¿Cuál es el peso medio de las tres amigas?

**6** Alejandro y sus cinco amigos han obtenido en una partida de lanzamiento de dardos las siguientes puntuaciones: 5, 8, 10, 7, 12 y 9 puntos.

**a.** ¿Cuál es la puntuación media?

**b.** ¿Cuántos de los seis amigos han obtenido una puntuación menor que la media?

## La mediana

Un grupo de amigos están jugando a encestar. Las canastas conseguidas por cada uno en media hora son: 7, 12, 5, 13 y 15. ¿Cuál es la mediana de estos datos? ¿Cuál es la mediana si se une al grupo una niña más y encesta 9 canastas en el mismo tiempo?

- La **mediana de un conjunto ordenado de un número de elementos impar** es aquel que ocupa el lugar central.

$$5 \quad 7 \quad \underset{\text{mediana}}{\underset{\downarrow}{12}} \quad 13 \quad 15$$

- La **mediana de un conjunto ordenado de un número de elementos par** es la media aritmética de los dos valores que ocupan el lugar central.

$$5 \quad 7 \quad 9 \quad 12 \quad 13 \quad 15$$

$$\frac{9+12}{2} = 10{,}5 \longrightarrow \text{mediana}$$

### Observa

En un conjunto ordenado de números, la diferencia entre el valor mínimo y el valor máximo es el **rango**.

Para el grupo de números 5, 7, 9, 12, 13 y 15, el rango es:

$$15 - 5 = 10$$

### actividades

**1** En un párrafo se han contado las vocales y se han obtenido los siguientes datos.

vocal *a:* 45 vocal *e:* 11 vocal *i:* 15
vocal *o:* 24 vocal *u:* 8

**a.** ¿Qué letra representa la mediana?

**b.** ¿Cuál es el rango o la diferencia entre el valor máximo y el mínimo?

**2** Alejandro tiene 10 libros con el siguiente número de páginas: 12, 34, 54, 23, 18, 64, 35, 76, 97 y 22.

**a.** Ordena los libros de menor a mayor número de páginas.

**b.** Calcula la mediana del número de páginas de los libros.

**c.** ¿Cuál es el rango de esta serie de números?

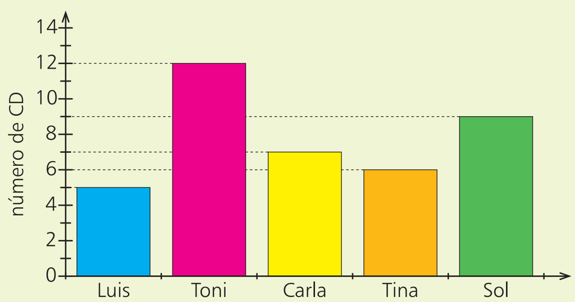
**d.** ¿Cuál es la media de páginas de los libros?

**3** Esta tabla de frecuencias representa las personas que han visto diariamente la película *El árbol vigilante* en una semana. Calcula la mediana y el rango de estos datos.

| L | M | X | J | V | S | D |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 120 | 180 | 98 | 54 | 76 | 87 | 200 |

**4** Si en un conjunto impar de números el valor de la mediana tiene seis números por encima, ¿cuántos valores forman en total el conjunto?

**5** Observa este gráfico de barras que representa el número de CD de música que tiene cada uno de estos niños. Después, contesta a las siguientes preguntas.




**a.** En este gráfico, ¿qué barra representa la mediana?

**b.** ¿Qué barra representa la moda?

**c.** ¿Cuál es el rango en esta representación?

## El azar

Luisa y Carmen lanzan al aire una moneda y esperan que salga cara o cruz.

Cuando lanzamos una moneda no se conoce de antemano cuál va a ser el resultado, pero sí se sabe cuáles van a ser las posibles opciones, cara o cruz.

Al lanzar un dado pueden darse seis resultados posibles, que salga 1, 2, 3, 4, 5 o 6.

En los dos casos el resultado es incierto, pues puede salir una cosa u otra, por eso decimos que el resultado depende del azar.

A los fenómenos cuyo resultado depende del azar, como lanzar una moneda al aire o lanzar un dado, los llamamos **fenómenos aleatorios**, y a cada resultado posible, **suceso.**

Un **fenómeno aleatorio** es aquel cuyo resultado depende del azar.
Un **suceso** es cada uno de los posibles resultados de un fenómeno aleatorio.

### actividades

1. ¿Cuáles de los siguientes fenómenos son aleatorios? ¿Por qué?
   - **a.** Tener 13 aciertos en una quiniela.
   - **b.** Comprar una botella de agua de un litro.
   - **c.** Elegir una carta de la baraja y que salgan oros.
   - **d.** Abrir un libro y que la primera palabra de la página empiece por B.
   - **e.** Lanzar una piedra.
   - **f.** Subir a un edificio en ascensor y parar en la cuarta planta.

2. Calcula los sucesos que pueden darse en cada uno de estos fenómenos aleatorios.
   - **a.** El resultado de una quiniela.
   - **b.** La nota de un examen puntuada de 1 a 10.
   - **c.** El color de un semáforo.
   - **d.** La posición de una ruleta dividida en 5 partes.
   - **e.** El lanzamiento de un dado de 8 caras.

3. Lanza un dado 15 veces y completa esta tabla en tu cuaderno con los resultados obtenidos. Después, contesta a las preguntas.

| Sucesos | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |

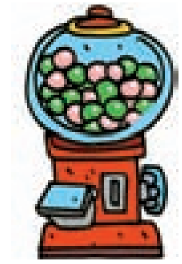
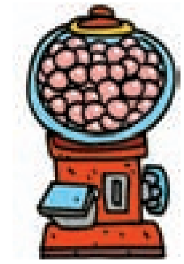
   - **a.** ¿Qué dato representa la moda?
   - **b.** Calcula la mediana de los resultados obtenidos.
   - **c.** ¿Cuál es el rango de esta serie de números?

4. Calcula los sucesos posibles si lanzamos dos monedas al mismo tiempo.

5. ¿Cuántos sucesos pueden darse en el fenómeno aleatorio «lanzar dos dados de 6 caras y obtener un número par»?

# Suceso seguro, suceso probable y suceso imposible

En los fenómenos aleatorios hay sucesos que ocurren siempre, sucesos que es posible que ocurran y sucesos que no pueden ocurrir.

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Sacar un chicle de menta es un suceso seguro, pues es algo que ocurre siempre. | Sacar un chicle de fresa es un suceso probable, pues puede ocurrir o no. | Sacar un chicle de menta es un suceso imposible, pues no puede ocurrir nunca. |

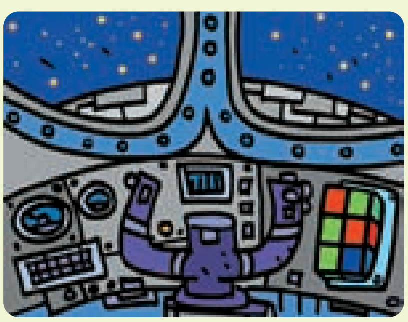
En un fenómeno aleatorio, un **suceso** es **seguro** si ocurre siempre, **probable** si puede o no ocurrir e **imposible** si no ocurre nunca.

## actividades

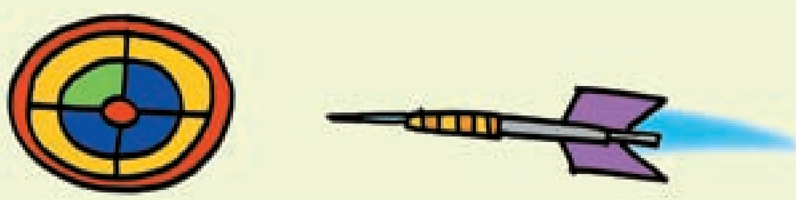
**1** Clasifica estos sucesos en seguro, probable o imposible.

- **a.** Lanzar una moneda y que salga cara.
- **b.** Lanzar una moneda y que salga cara o cruz.
- **c.** Lanzar un dado y que salga 1, 2, 3, 4, 5 o 6.
- **d.** Lanzar un dado y que salga 5.
- **e.** Lanzar una moneda y que salga cara y cruz.

**2** Fíjate en el cuadro de mandos de la nave y escribe un suceso imposible, uno probable y otro seguro.



**3** Observa la diana y realiza estos apartados.



- **a.** ¿Cuántos sucesos pueden ocurrir al lanzar un dardo? ¿Cuáles?
- **b.** Escribe cómo son cada uno de estos sucesos:
  - Que salga azul.
  - Que salga negro.

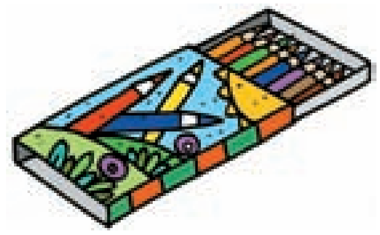
**4** La dueña de un kiosco tiene en el mostrador 5 cajas de piruletas de sabores: fresa, menta, limón, naranja y regaliz. Si Paula quiere comprarse una piruleta, indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- **a.** Es probable que compre una piruleta de fresa.
- **b.** Es imposible que compre una piruleta de melón.
- **c.** Es seguro que compre una piruleta.
- **d.** Puede comprarse una piruleta de fresa, de menta, de limón, de naranja o de regaliz.

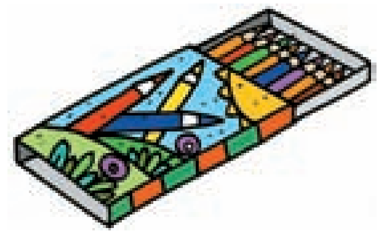
# Cálculo de probabilidades

Julia y Lorenzo tienen una caja de lápices de colores. Si cada uno saca al azar un lápiz de su caja, ¿qué probabilidad tienen de sacar un lápiz naranja?

Para calcularlo necesitamos saber cuántos lápices de color naranja tiene cada uno en su caja.



Julia tiene en su caja 2 lápices naranjas. Luego la probabilidad de que saque de la caja un lápiz naranja es de $\frac{2}{8}$, 2 de 8.



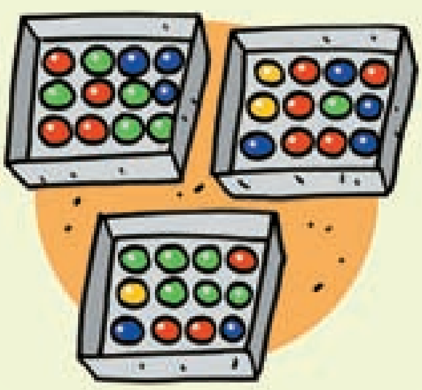
Lorenzo tiene en su caja 3 lápices naranjas. Luego la probabilidad de que saque de la caja un lápiz naranja es de $\frac{3}{8}$, 3 de 8.

La probabilidad de que ocurra un suceso en un fenómeno aleatorio es igual al cociente de los sucesos favorables entre los sucesos posibles.

**Probabilidad de un suceso** $= \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} \rightarrow \dfrac{2}{8} = 0{,}25$

actividades

1. Escribe la probabilidad que hay de extraer una bola roja, verde, azul o amarilla de cada una de estas cajas.



2. Al lanzar una moneda, ¿qué probabilidad hay de que salga cara? Elige la respuesta correcta.

   **a.** $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{2}{2}$ **c.** $\frac{2}{1}$

3. Responde a estas preguntas razonando la respuesta.

   **a.** En una clase de 32 alumnos, 14 chicos y 18 chicas, cada uno escribe su nombre en una papeleta y la introduce en una caja. ¿Qué es más probable, que aparezca el nombre de una chica o de un chico?

   **b.** Se lanza un dado de 6 caras. ¿Qué es más probable, que salga el 3 o el 2?

   **c.** Si lanzas una ficha cuyas caras son verde y roja, ¿qué color esperas que salga?

4. Observa la ruleta y contesta a las siguientes preguntas.

   **a.** ¿Cuál es el número de sucesos posibles?

   **b.** ¿Cuál es la probabilidad de que la aguja se pare en color verde?

   **c.** ¿Y de que se pare en color azul?

   **d.** ¿Cuál es la probabilidad de que se pare en color verde o amarillo?

# Resuelvo problemas

## Elegir la estrategia más adecuada y explicar el proceso seguido

Durante un fin de semana un museo de ciencia y tecnología ha recibido 14600 visitas. El sábado lo visitaron el 42% y el domingo, el resto. Si cada entrada cuesta 16,75 €, ¿cuánto dinero se recaudó el domingo?

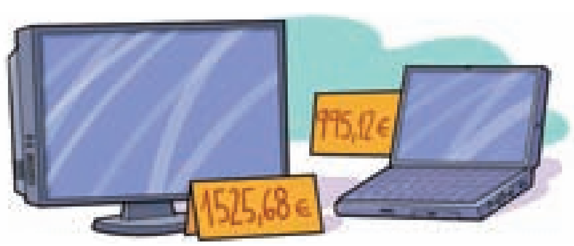
Resolvemos el problema siguiendo estos pasos.

- Leemos el enunciado hasta comprenderlo e identificamos **la pregunta.**
  ¿Cuánto dinero se recaudó el domingo?
- Después, buscamos los **datos necesarios** para resolverla.
  N.º de visitantes durante el fin de semana → 14600
  N.º de visitantes el sábado → 42%
  Precio de la entrada → 16,75 €
- Utilizamos esos datos para **operar** y obtener la solución.
  N.º de visitas el sábado → 42% de 14600 = 14600 × 0,42 = 6132
  N.º de visitas el domingo → 14600 – 6132 = 8468
  Recaudación del domingo → 8468 × 16,75 € = 141839
- Por último, escribimos la **solución** del problema.
  El domingo recaudaron un total de 141839 €.

## Aplico la estrategia

**1** El 22% de los asistentes a un concierto de música clásica son niños, el 40% son mujeres y el resto, hombres. Si se han contabilizado un total de 14 250 personas, ¿cuántos niños, mujeres y hombres han acudido al concierto?

**2** Noel cobra semanalmente 326 €, de los cuales ahorra el 18% para sus gastos.




**a.** ¿Cuántas semanas necesitará ahorrar para pagar el televisor? ¿Y el ordenador?

**b.** Si le hacen un 25% de descuento por la compra de los dos artículos, ¿cuánto pagaría en total?

**3** Un granjero ha construido un pilón de hormigón para que beban sus animales de 2,5 m de largo, 12 dm de ancho y 50 cm de alto.

**a.** ¿Qué volumen tiene el pilón?

**b.** ¿Cuántos litros de agua serán necesarios para llenarlo?

**4** En una feria de calzado un comerciante ha comprado tres pares de cada muestra para su tienda.


**a.** ¿Cuál es el precio medio de un par de zapatos?

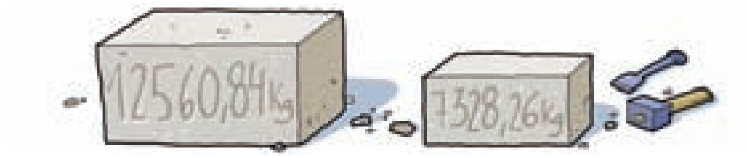
**b.** ¿Cuál es el rango entre los zapatos más caros y los más baratos?

**c.** Si por cada tres pares del mismo artículo le descuentan un 15%, ¿cuánto pagará en total por su compra?

**5** Calcula la media aritmética, la mediana y el rango de las temperaturas de los primeros 12 días de junio, las cuales se representan en la siguiente tabla.

| Día del mes | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temperatura | 30 °C | 28 °C | 25 °C | 27 °C | 22 °C | 24 °C | 29 °C | 26 °C | 23 °C | 32 °C | 31 °C | 33 °C |

**6** Observa el dibujo y calcula lo que se indica.




**a.** La cuarta parte del triple de lo que pesarán estos dos bloques juntos.

**b.** El doble de la octava parte de lo que pesa cada bloque.

**7** En una tienda de muebles de segunda mano han puesto a la venta con grandes descuentos los muebles que han restaurado durante el último mes.

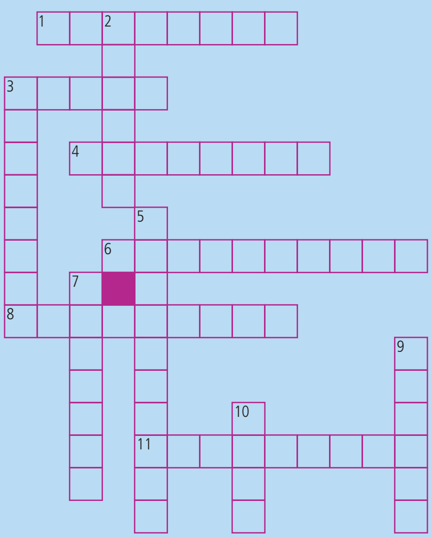

**a.** ¿Cuánto cuesta cada producto con el descuento incluido? ¿Cuál es el precio total de todos los objetos del escaparate?

**b.** Si un cliente compra 6 sillas, 1 mesa y 2 cajoneras, ¿cuánto pagará por todo?

# Lógica

## Crucigrama

**1** Escribe lo que indica cada oración y después completa en tu cuaderno el crucigrama.




### Horizontal

1. El número de veces que se repite un suceso lo llamamos frecuencia…
3. Diferencia entre el dato mayor y el dato menor de una serie.
4. Suceso que puede ocurrir o no ocurrir en un fenómeno aleatorio.
6. Número de veces que se repite un dato o suceso.
8. El fenómeno cuyo resultado depende del azar es un fenómeno…
11. Un suceso que no puede ocurrir decimos que es un suceso…

### Vertical

2. Un suceso que siempre ocurre decimos que es un suceso…
3. El cociente entre los casos favorables y los casos posibles en un fenómeno aleatorio lo llamamos frecuencia…
5. El cociente de la suma de varios datos entre el número de los datos sumados es la media…
7. El dato que ocupa el lugar medio de una serie.
9. Cada uno de los resultados de un fenómeno aleatorio.
10. El dato que tiene mayor frecuencia en una serie.

# Cálculo mental

Para aumentar el 1% a una cantidad añadimos a la misma su centésima parte.

$$450 + 1\% = 450 + 450 \times 0{,}01 = 450 + 4{,}50 = 454{,}5$$

Para aumentar el 10% a una cantidad añadimos a la misma su décima parte.

$$450 + 10\% = 450 + 450 \times 0{,}1 = 450 + 45 = 495$$

Para aumentar el 50% a una cantidad añadimos a la misma su mitad.

$$450 + 50\% = 450 + 450 : 2 = 450 + 225 = 675$$

**1** Aumenta mentalmente el porcentaje que se indica en cada caso.

**a.** 400 + 1% **d.** 120 + 1% **g.** 2 400 + 1%
**b.** 500 + 10% **e.** 850 + 10% **h.** 3 400 + 10%
**c.** 420 + 50% **f.** 640 + 50% **i.** 4 500 + 50%

**2** Observa las estrategias anteriores y explica cómo aumentarías a una cantidad el 25%. Escribe dos ejemplos y comprueba el resultado con la calculadora.

**3** Aumenta mentalmente el 25% a estas cantidades.

**a.** 820 + 25% **c.** 440 + 25% **e.** 120 + 25%
**b.** 480 + 25% **d.** 4 200 + 25% **f.** 1 200 + 25%

## Decamat

1. Al lanzar un dado 20 veces, el número 4 ha salido seis veces y el número 5, tres veces. ¿Cuál ha sido la frecuencia absoluta del 4? ¿Y la del 5?
2. ¿Cómo calculamos la frecuencia relativa del 4 en el lanzamiento de la actividad anterior?
3. Calcula la media aritmética de los precios de tres libros que cuestan 20 €, 42 € y 28 € respectivamente.
4. En la serie numérica 2, 4, 7, 10, 11, 15 y 18, ¿qué número representa la mediana?
5. En la serie numérica 1, 5, 7, 10, 15, 20, 32 y 50, ¿cuál es el rango?
6. ¿Comprar un libro de 12 € es un suceso aleatorio? ¿Por qué?
7. ¿Acertar 14 resultados en una quiniela es un fenómeno aleatorio? ¿Por qué?
8. En el fenómeno aleatorio de lanzar una moneda al aire, ¿cuántos sucesos pueden darse?
9. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 5 en el lanzamiento de un dado?
10. En una bolsa hay 3 bolas verdes y 2 rojas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola roja?

**Si quieres aprender** cosas nuevas sobre el respeto por otras culturas, lee *Mi abuela es africana,* de Annalies Schwarz. ¡Seguro que te encantará!

## ¡Prueba tu ingenio!

**Sudoku**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | |
| | | | 1 |
| 3 | | | |
| | 2 | 3 | |

Queremos repartir cincuenta y seis galletas entre diez animales. Cada animal es un perro o un gato. A cada perro le tenemos que dar seis galletas y a cada gato, cinco. ¿Cuántos perros y cuántos gatos hay?

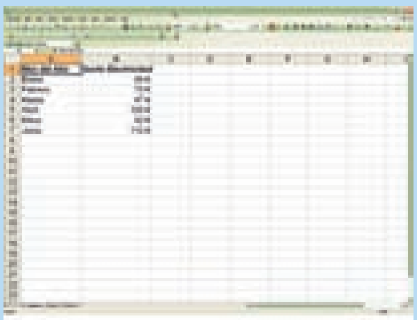
# Uso las TIC

## Estadística con Excel

Partimos de una tabla de frecuencias. Por ejemplo, esta tabla representa el gasto de una familia en el consumo de electricidad durante los 6 primeros meses del año.

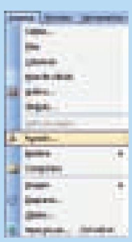
| Mes del año | Gasto de electricidad |
|---|---|
| enero | 88 € |
| febrero | 75 € |
| marzo | 67 € |
| abril | 100 € |
| mayo | 92 € |
| junio | 110 € |

Escribe en la celda A1 «Mes del año», y en la B1, «Gasto de electricidad». Después, introduce los valores.

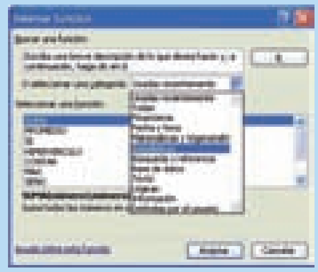


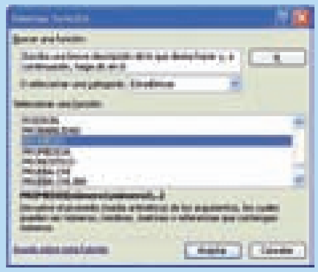
### Calculamos la media aritmética

En la celda A9 «Media aritmética»; a continuación, seleccionamos la celda B9 y en la barra de Menú pulsamos sobre la opción Insertar y seguidamente, en el desplegable que ha aparecido, pulsamos sobre la opción Función.



A continuación, en la ventana que nos ha aparecido, seleccionamos la categoría Estadísticas para ver las funciones estadísticas disponibles.



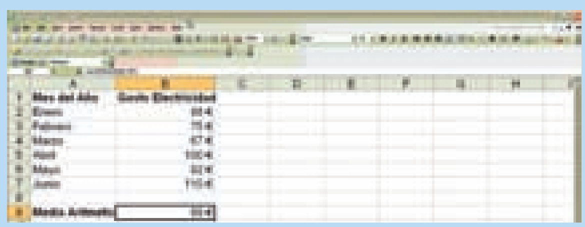


De todas las funciones disponibles tenemos que seleccionar la función Promedio y le damos al botón Aceptar.

Por último, en la nueva ventana que nos ha aparecido titulada «Argumentos de función», tenemos que introducir los valores de los que queremos calcular la media aritmética, por lo que pulsamos sobre el botón de la opción Número 1 y seleccionamos todas las celdas en las que hemos introducido el gasto de electricidad. Al pulsar sobre el botón Aceptar nos aparecerá el valor de la media aritmética.

### Calculamos la moda

En primer lugar escribimos en la celda A10 «Moda»; a continuación, seleccionamos la celda B10 y procedemos de forma similar al cálculo de la media aritmética, con la diferencia de que la función que seleccionamos en la ventana Insertar función es la Moda.



## Actividades

**1** Representa en una tabla de frecuencias las piezas de fruta que comen tus compañeros a lo largo de la semana. Después, calcula la media aritmética y la moda utilizando Excel.

# Aclaro mis ideas

## Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

La **frecuencia absoluta** de un suceso es el número de veces que se repite.
La **frecuencia relativa** se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de datos.

| Color del coche que entra en 1 h en un aparcamiento | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|---|---|---|
| rojo | 7 | 7 : 45 |
| negro | 15 | 15 : 45 |
| blanco | 23 | 23 : 45 |
| **Total** | 45 | 1 |

## Moda

En una serie de datos, la moda la representa el dato de mayor frecuencia absoluta.

## Media aritmética

La media aritmética de varios datos es el cociente de dividir la suma de todos ellos entre el número de datos sumados.

## Mediana

La mediana es el valor central de una serie ordenada de datos.

## Rango

En una serie de datos ordenados, el rango es la diferencia entre el mayor y el menor.

## El azar

Un **fenómeno aleatorio** es aquel cuyo resultado depende del azar.

Un **suceso** es cada uno de los posibles resultados de un fenómeno aleatorio.

## Clases de sucesos

Un **suceso** es **seguro** si ocurre siempre.

Un **suceso** es **probable** si puede ocurrir o no.

Un **suceso** es **imposible** si no ocurre nunca.

## Cálculo de probabilidades

La probabilidad de que ocurra un suceso en un fenómeno aleatorio es igual al cociente de los sucesos favorables entre los sucesos posibles.

$$\text{Probabilidad de un suceso} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

# ¡Cuánto he aprendido!

**1** **Completa en tu cuaderno con las palabras que faltan y aprende.**

- Al número de veces que se repite un suceso lo llamamos frecuencia ....., y al cociente entre la frecuencia absoluta y el ..... de datos lo llamamos frecuencia ......
- En una serie de datos la ..... la representa el de mayor frecuencia absoluta.
- La ..... de varios datos es el cociente de dividir la suma de todos ellos entre el número de datos sumados.
- La ..... es el valor central de una serie ordenada de datos.
- En una serie de datos ordenados, el ..... es la diferencia entre el mayor y el menor.
- Un ..... es aquel cuyo resultado depende del azar, y a cada uno de los resultados posibles lo llamamos ......
- En un fenómeno aleatorio un suceso es ..... si ocurre siempre, ..... si puede o no ocurrir e ..... si no ocurre nunca.
- La probabilidad de que ocurra un suceso en un fenómeno aleatorio es igual al cociente de los sucesos ..... entre los sucesos ......

**2** **Lee esta poesía y construye una tabla de frecuencias con las vocales que aparecen en ella. ¿Qué vocal representa la moda?**

Quisiera comprar el tiempo
y tenerlo guardadito,
manejarlo yo a mi antojo,
rápido o despacito.

Hacer largos los veranos,
borrar los peores días,
cambiar los meses de orden
y la noche por el día.

**3** **Calcula la media aritmética de cada uno de estos grupos de valores.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 200 kg | 288 kg | 975 kg | 1 540 kg |
| 3 429 m | 12 392 m | 7 431 m | 5 739 m |
| 345 € | 215 € | 150 € | 670 € |

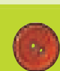
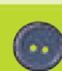
**4** **Al sacar una bola de esta bolsa, ¿cuántos sucesos pueden darse? ¿Cuáles?**

**5** **Para financiar un viaje de fin de curso se han hecho 100 participaciones para la rifa de una bicicleta. Irene ha comprado 50 papeletas, Pedro, 25, Esperanza, 5, Mario, el resto y Paula, ninguna. Contesta a estas preguntas.**

**a.** ¿Cuántos sucesos se pueden dar?

**b.** ¿Qué probabilidad tiene cada uno de ganar la rifa?

**6** **En una mercería tienen un cajón lleno de botones de colores y para organizarlos en bolsas la dependienta ha elaborado una tabla de frecuencias absolutas como esta.**

|  |  |  |  |
|---|---|---|---|
| 20 | 15 | 5 | 10 |

**a.** ¿Qué probabilidad hay de sacar los botones de cada color?

**b.** Observa la tabla y escribe un suceso probable, uno seguro y otro imposible.

**7** **Calcula mentalmente estas expresiones.**

**a.** 300 + 1%

**b.** 1 000 + 10%

**c.** 500 + 50%

**d.** 400 + 25%

**8** **Alexia, Lucía y Marta compran papeletas para una rifa. Alexia tiene muchas probabilidades de que le toque el premio, a Lucía es poco probable que le toque y Marta tiene más probabilidad de que le toque que a Lucía pero menos que a Alexia. Averigua cómo podrías ponerle valores a este problema para que se pudiese resolver.**

**1** Ordena de menor a mayor estas unidades de medida de longitud.

| | | |
|---|---|---|
| km | m | dam |
| hm | mm | dm |

**2** ¿De qué unidad de medida se trata?

**a.** Equivale a mil metros.
**b.** Equivale a mil milímetros.
**c.** Contiene diez metros.
**d.** Dos unidades suman doscientos metros.
**e.** Trescientos equivalen a tres metros.
**f.** Equivale a mil kilogramos.
**g.** Contiene mil gramos.
**h.** Con mil formamos un gramo.
**i.** Media unidad contiene quinientos gramos.

**3** Completa en tu cuaderno estas igualdades.

**a.** 3,4 km = ..... m
**b.** 12,5 m = ..... cm
**c.** 234 cm = ..... m
**d.** 3 245 m = ..... km
**e.** 3,54 kl = ..... l
**f.** 0,87 l = ..... cl
**g.** 3 456 ml = ..... l
**h.** 32 456 l = ..... hl

**4** En la cantidad 5,487 l, señala qué cifra representa los litros y qué cifra representa los centilitros.

**5** ¿Cuántos metros cuadrados contiene un hectómetro cuadrado? ¿Y un decámetro cuadrado?

**6** En un incendio forestal se han quemado 25 ha. ¿Cuántos metros cuadrados son?

**7** Realiza estas operaciones.

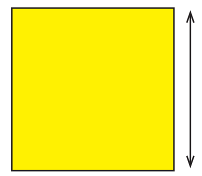
**a.** 3,546 km + 435 m
**b.** 3 kg 345 g × 5
**c.** 5,76 hl – 1,35 hl
**d.** 12 l 55 cl : 5

**8** El ordenador de Antonio tiene 8 megabytes y el de Carla, 1,5 megabytes.

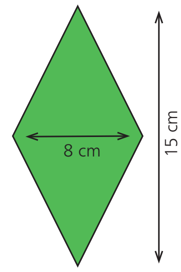
**a.** ¿Qué ordenador tiene más capacidad?
**b.** ¿Cuántos bits tiene cada ordenador?

**9** Calcula el área de estas figuras en centímetros cuadrados.

**a.**



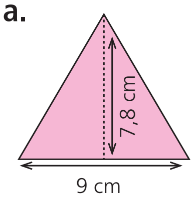

**b.**



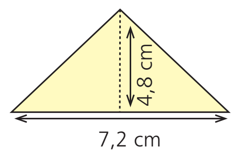

**10** Dibuja en tu cuaderno un rombo de 10 cm de diagonal mayor y 6 cm de diagonal menor y halla su área.

**11** Calcula el área de estos triángulos.

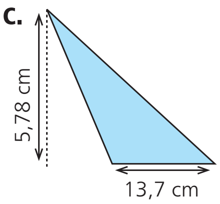
**a.**



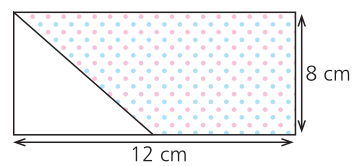

**b.**




**c.**




**12** Calcula el área de la parte tramada de la figura.

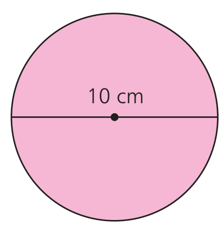



**13** Un parque tiene forma hexagonal regular de 240 m de lado. Si la apotema del hexágono mide 200,9 m, calcula el área del parque. Ayúdate de un dibujo.

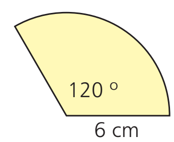
**14** Dibuja en tu cuaderno un círculo de 2 cm de radio y traza en él un sector circular de 60° y otro de 120°.

**15** Calcula el área de estos círculos y de estos sectores circulares.

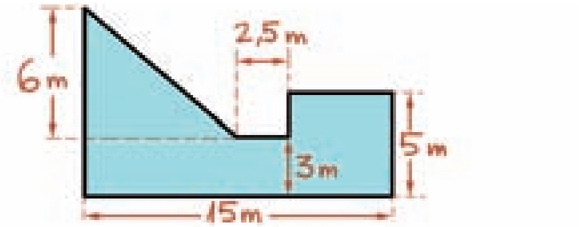
**a.**



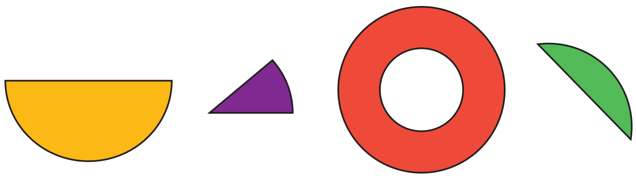

**b.**



**16** Calcula el área de esta habitación.




**17** Escribe el nombre de cada una de estas figuras.



**18** Compara estas unidades de volumen.

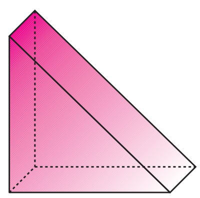
**a.** 47,3 $dm^3$ y 0,9 $m^3$

**b.** 14,2 $cm^3$ y 0,142 $dm^3$

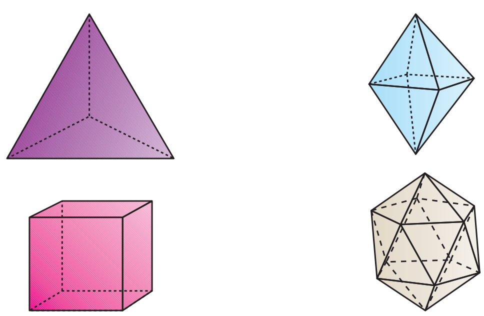
**c.** 196 $cm^3$ y 1,8 $dm^3$

**d.** 8,62 $m^3$ y 900 $dm^3$

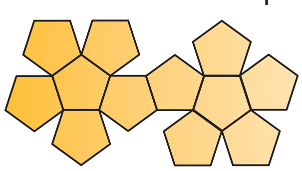
**19** Cuenta el número de caras, aristas y vértices que tiene este poliedro. Después, indica qué clases de polígonos forman sus caras.



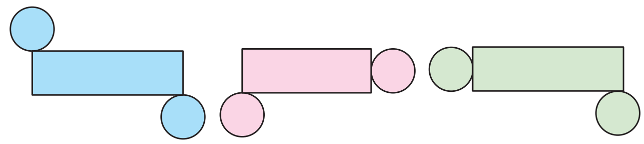
**20** Escribe en tu cuaderno el nombre de cada poliedro. ¿Cómo son las caras del hexaedro o cubo? ¿Cuántas caras tiene? ¿Cómo calcularías el área de estos poliedros?



**21** ¿De qué poliedro es este desarrollo plano?



**22** Copia en tu cuaderno la figura que corresponda al desarrollo plano de un cilindro.



**23** ¿De qué cuerpo geométrico se trata?

**a.** Tiene dos bases poligonales iguales y paralelas.

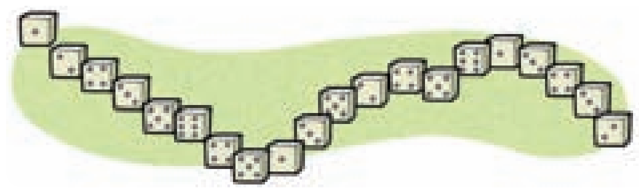
**b.** Tiene una base circular y la superficie lateral curva.

**c.** Tiene seis caras cuadradas iguales.

**d.** Tiene una base triangular y caras laterales triangulares.

**24** Calcula el número de cubos de 1 cm de arista que caben en una caja que mide 0,5 m de largo, 0,4 m de ancho y 0,3 m de alto.

**25** Al lanzar 20 veces un dado se han obtenido los siguientes resultados:



**a.** Construye una tabla de frecuencias.

**b.** ¿Qué número representa la moda?

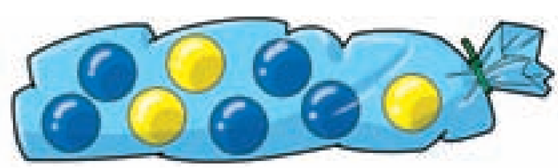
**26** Calcula la media aritmética de los números 6,75, 8,25 y 4,76.

**27** Indica qué número representa la mediana y calcula el rango en esta serie de números.

3 4 7 12 15 21 34 40 50

**28** Describe con un ejemplo a qué se llama fenómeno aleatorio.

**29** Si sacamos una bola de la bolsa, indica cuáles son los sucesos que pueden darse. Después calcula la probabilidad de que la bola extraída sea amarilla y la probabilidad de que sea azul.



# Un juego de preguntas

En este curso has aprendido cosas que no conocías, como la proporcionalidad, el porcentaje, los números enteros, el volumen, etc., y has repasado otras que ya sabías de cursos anteriores.

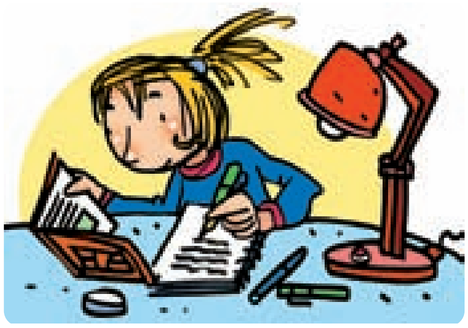
Si sigues estos pasos podrás repasar jugando todos los contenidos de este curso, con unas fichas de preguntas que tú mismo construirás con ayuda de tus compañeros y tu profesor.

## 1. Investigar

Lo primero que debéis hacer antes de empezar a escribir las preguntas es decidir de qué tipo van a ser. En este caso, lo haréis en grupos de cuatro y cada uno hará una de estas tareas.

| Tarea 1 | Tarea 2 | Tarea 3 | Tarea 4 |
|---|---|---|---|
| Preparar preguntas y respuestas de cálculo mental. | Realizar preguntas y respuestas sobre cuerpos geométricos y desarrollos planos. | Elaborar preguntas y respuestas sobre los contenidos nuevos vistos en el curso. | Confeccionar preguntas y respuestas sobre la lógica vista a lo largo del curso. |

- Para empezar, recopila todo el material que encuentres sobre el tema que te ha tocado investigar y léelo con atención.
- Luego, reúnete con los compañeros de los otros grupos que tengan la misma tarea que tú y poned en común todo el material que habéis recopilado. Comentad e intercambiad esta información para aclarar las posibles dudas.



## 2. Crear

- Ahora ha llegado el momento de construir el juego. Vuelve con tu grupo y transmíteles todo lo que has aprendido de la tarea que tenías encargada. Después, escucha lo que ha aprendido cada uno de los miembros de tu equipo.
- Entre toda la información que habéis recogido, seleccionad la que sea más adecuada para elaborar las fichas.

## 3. Realizar

- Decidid el diseño de las fichas.
- Elegid el número de fichas que tendrá el juego.
- Seleccionad la pregunta de cada ficha y escribidla.
- Escribid todas las respuestas en un folio.

Una vez que hayáis terminado de elaborar las fichas, vuestro profesor realizará una selección de las más interesantes, evitando que se repitan las preguntas.

Antes de empezar a jugar dedica con tu equipo un tiempo a estudiar todas las preguntas que te proporcione tu profesor.

## 4. ¡A jugar!

- Para comenzar a jugar tenéis que formar grupos de tres personas, cada una de ellas de un equipo distinto. Vuestro profesor entregará a cada trío un juego de fichas.
- Una vez que cada trío tenga sus fichas, debe ponerlas boca abajo en una mesa y comenzará el juego, que tendrá las siguientes reglas.

1. Los turnos para jugar siguen el sentido de las agujas del reloj.
2. Un alumno de cada trío coge una ficha de la mesa, lee la pregunta y la responde. Si la respuesta es correcta, se queda la ficha. Si no sabe contestarla, pregunta a otro jugador si quiere responderla. Si nadie conoce la respuesta, la ficha se devuelve de nuevo a la mesa.
3. El alumno que ha contestado a la pregunta, consulta si alguien quiere dar otra respuesta diferente. El jugador que está a su derecha tiene la primera oportunidad de hacerlo. En este caso pueden ocurrir estas situaciones:

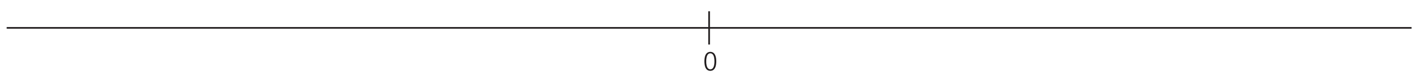
| Si hay otra respuesta diferente | Si no hay otra respuesta diferente |
|---|---|
| La respuesta es verificada. Si el alumno que ha aportado una respuesta diferente acierta, se queda con la ficha; si no acierta y la respuesta original es correcta, debe colocar una de las fichas que ya ganó (si es que la tiene) en la mesa; si ambas respuestas son erróneas, la ficha se queda de nuevo en la mesa. | Se verifica la respuesta. Si es correcta, el jugador conserva la ficha. Pero si la respuesta es incorrecta el jugador debe colocar la ficha en la mesa. |


4. El juego finaliza cuando se acaban todas las fichas de la mesa. El miembro del trío que tenga más fichas gana la partida y obtiene 6 puntos para su equipo, el que quede segundo obtiene 4 puntos, y el que quede tercero, 2 puntos. Si empatan los tres, 4 puntos cada uno. Si empatan los dos primeros, 5 cada uno y 2 el tercero. Si empatan los dos últimos, se quedan 3 puntos cada uno y 6 puntos el primero.
5. Los puntos que ha obtenido cada integrante del trío se suman a los que han obtenido sus compañeros de equipo de base que formaban parte de otros tríos. El equipo que obtenga más puntos es el que gana.

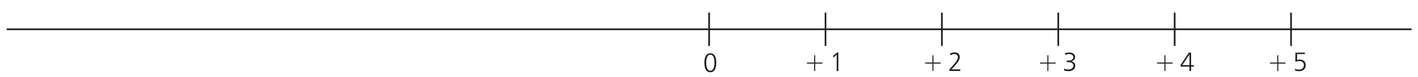
¡Enhorabuena, habéis conseguido repasar de forma divertida todo lo aprendido en este curso!

# Los números enteros

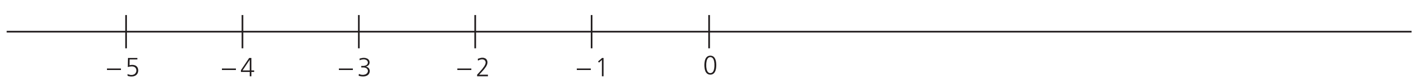
El **0** es un número entero que no es ni positivo ni negativo.



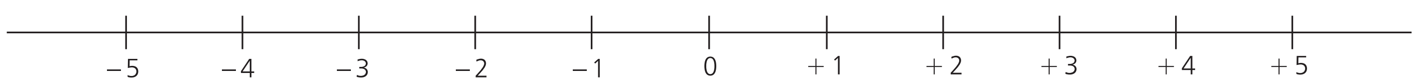

Los números enteros **positivos** están a la derecha del 0 y llevan delante el signo +.




Los números enteros **negativos** están a la izquierda del 0 y llevan delante el signo –.




**La recta numérica**

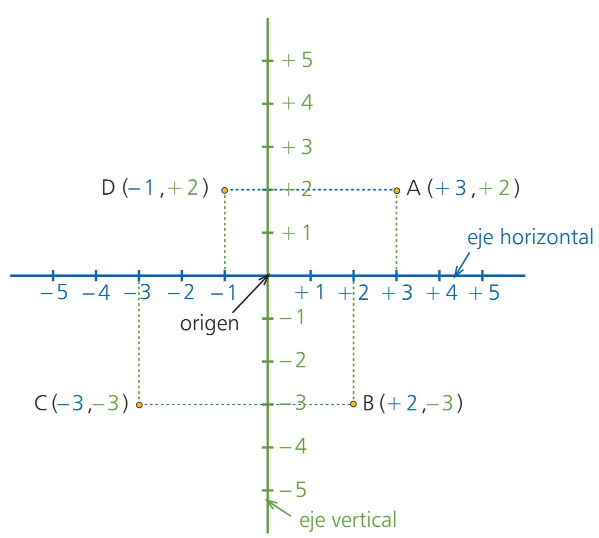



# Eje de coordenadas

Llamamos **eje de coordenadas** a dos rectas perpendiculares que se cortan en un punto O llamado origen.

Cada punto del plano está determinado por un par de **coordenadas.** La primera se lee en el eje horizontal y la segunda en el eje vertical.

(–1, +2)
↓ ↓
coordenadas




# Las unidades de medida

## Unidades de longitud, capacidad y masa

Para convertir una unidad de longitud, capacidad y masa en otra de orden inmediato inferior, la multiplicamos por 10. Para convertirla a una unidad de orden inmediato superior, la dividimos entre 10.

× 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
| kl | hl | dal | l | dl | cl | ml |
| kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

## Unidades de superficie

Para convertir una unidad de superficie en otra de orden inmediato inferior, la multiplicamos por 100. Para convertirla a una unidad de orden inmediato superior, la dividimos entre 100.

× 100 × 100 × 100 × 100 × 100 × 100

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $km^2$ | $hm^2$ | $dam^2$ | $m^2$ | $dm^2$ | $cm^2$ | $mm^2$ |

: 100 : 100 : 100 : 100 : 100 : 100

## Unidades de volumen

Para transformar una unidad de volumen en otra de orden inmediato inferior, la multiplicamos por 1 000. Para convertirla a una unidad de orden inmediato superior, la dividimos entre 1 000.

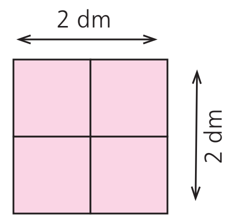
× 1000 × 1000 × 1000 × 1000 × 1000 × 1000

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $km^3$ | $hm^3$ | $dam^3$ | $m^3$ | $dm^3$ | $cm^3$ | $mm^3$ |

: 1000 : 1000 : 1000 : 1000 : 1000 : 1000

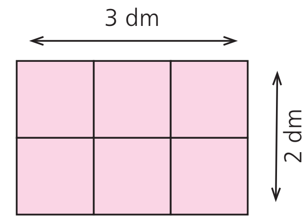
# El área

## Área del cuadrado



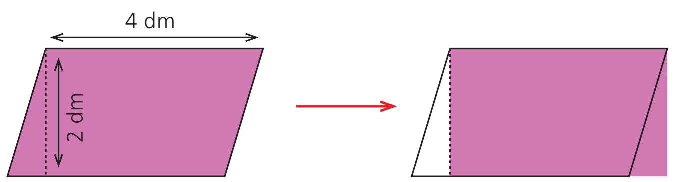

**Área del cuadrado = lado × lado**

## Área del rectángulo




**Área del rectángulo = base × altura**

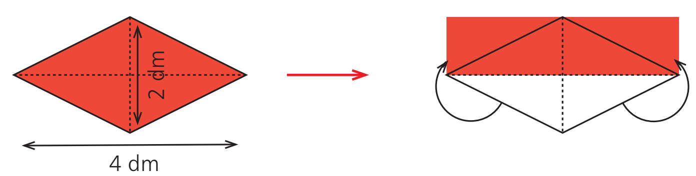
## Área del romboide




El área del romboide es igual a la de un rectángulo de igual base y altura.

**Área del romboide = base × altura**

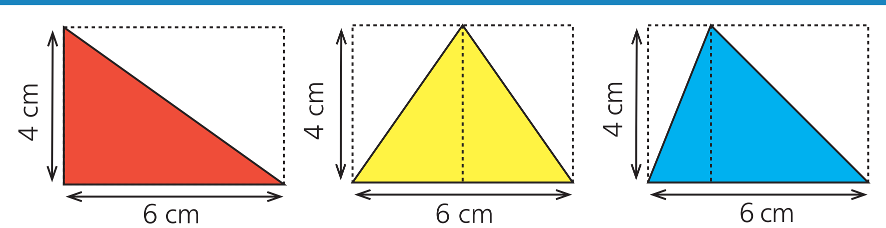
## Área del rombo




El área del rombo es igual a la mitad del área del rectángulo.

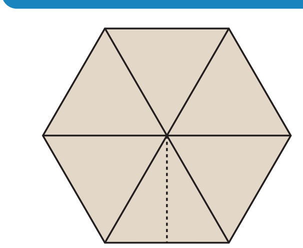
**Área del rombo =** $\dfrac{\text{diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$

## Área del triángulo




**Área del triángulo =** $\dfrac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$

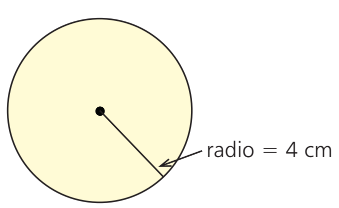
## Área de un polígono regular



**Área del polígono =**

$= \dfrac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$

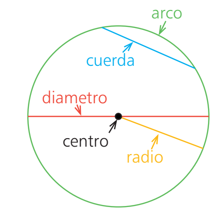
## Área del círculo



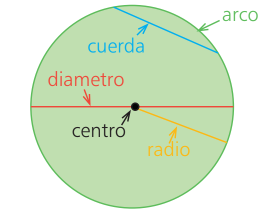

**Área del círculo =** $\pi \times r^2$

# La circunferencia y el círculo

## Circunferencia

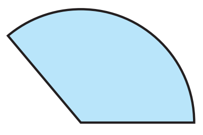



## Círculo



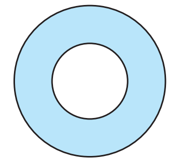

# Figuras circulares

## Sector circular

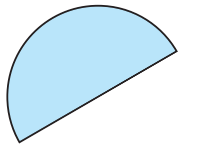


## Segmento circular

## Corona circular



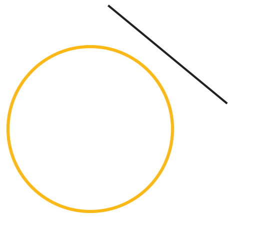
## Semicírculo



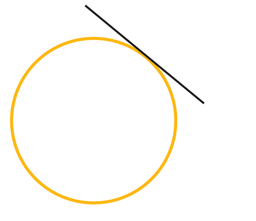
# Posiciones de rectas y circunferencias

Una recta puede tener las siguientes posiciones respecto de una circunferencia:

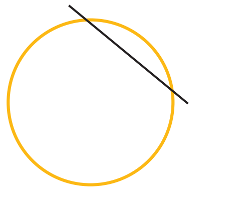
**Exterior:** no tienen ningún punto en común.



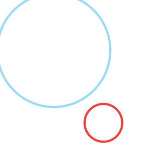
**Tangente:** tienen un punto en común.



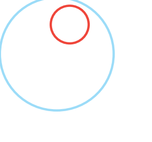
**Secante:** tienen dos puntos en común.



## Exteriores

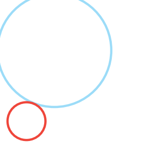


## Interiores

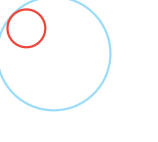


No tienen ningún punto en común.

## Tangentes exteriores

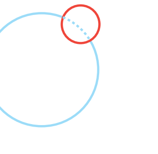


## Tangentes interiores



Tienen un punto en común.

## Secantes



Tienen dos puntos en común.

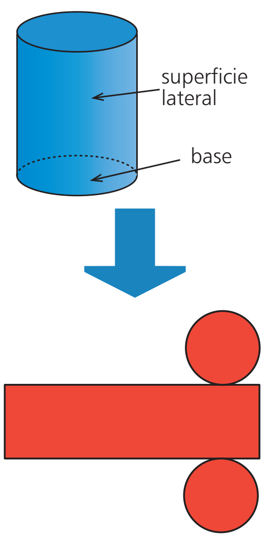
EDELVIVES

# Los cuerpos geométricos

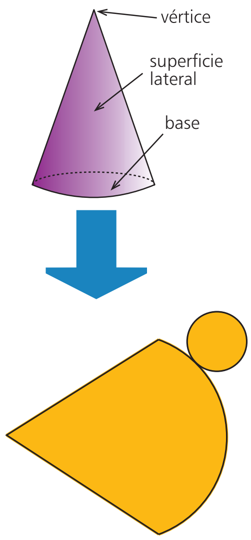
## Cilindro, cono y esfera

Son cuerpos no poliedros.

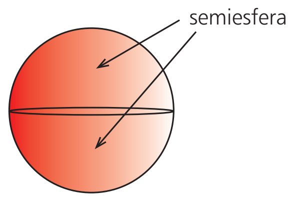
**Cilindro**




**Cono**



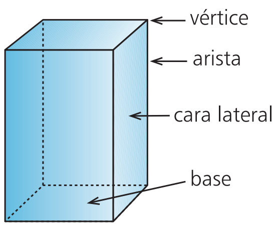

**Esfera**



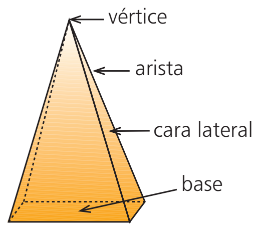

## Poliedros

Son cuerpos geométricos cuyas caras son polígonos.

**Prisma**

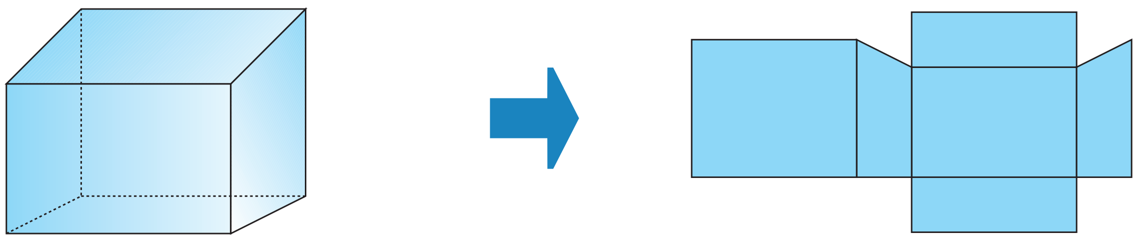



**Pirámide**




## Poliedros irregulares

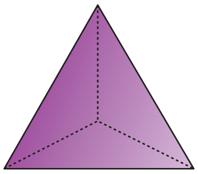
Son poliedros cuyas caras no están formadas por el mismo polígono.



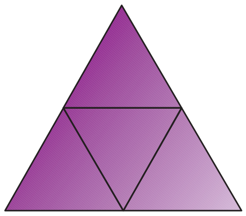
# Poliedros regulares

Poliedros cuyas caras son polígonos regulares iguales.

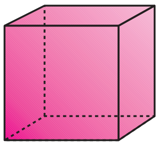
## Tetraedro



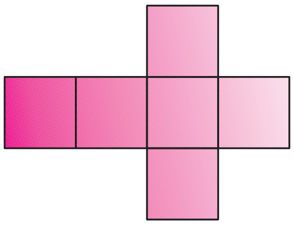
**N.º de caras:** 4
**Polígono:** triángulo equilátero



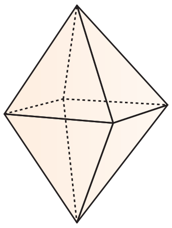
## Hexaedro



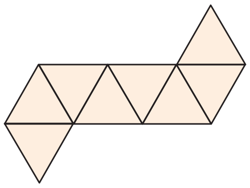
**N.º de caras:** 6
**Polígono:** cuadrado



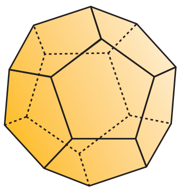
## Octaedro



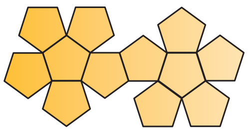
**N.º de caras:** 8
**Polígono:** triángulo equilátero



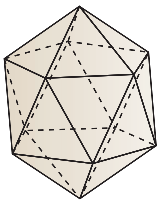
## Dodecaedro



**N.º de caras:** 12
**Polígono:** pentágono regular



## Icosaedro



**N.º de caras:** 20
**Polígono:** triángulo equilátero